МИКРОМЕХАНИКА РЕОНОМНОГО РАЗРУШЕНИЯ
И ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ

Г.Г. Литвинский, Донбасский государственный технический университет, Украина

Дан обзор развития теории процессов разрушения горных пород во времени с позиций термофлуктуационной концепции прочности. Обоснована система дифференциальных уравнений реономной микромеханики разрушения материалов. Рассмотрены возможности и пределы её применения. Дано теоретическое обоснование уравнений длительной прочности горных пород при произвольном законе их нагружения.

Введение

Механика разрушения в настоящее время сложилась во всеобъемлющую науку о статике разрушения трещиноватого твёрдого тела. Её развитием и обобщением стала механика реономного разрушения, которая рассматривает зависимость механических характеристик материалов от времени и условий нагружения, когда, в отличие от постулирования склерономности свойств пород, разрушение рассматривают как реономный кинетический процесс накопления поврежденности, приводящий к изменению действующего поля напряжений и свойств материала во времени.

Ранее в представлениях о прочности доминировала механическая концепция. Считалось, что разрушение - чисто силовое явление, наступающее, когда прикладываемое к телу напряжение достигало критической величины - «предела прочности». Этой величине придавался смысл физической характеристики материала. Однако были получены экспериментальные данные, свидетельствующие о влиянии на прочность скорости нагружения, длительности пребывания тела под нагрузкой, температуры. В рамках механической концепции эти данные пытались объяснить влиянием коррозии других физико-химических процессов, но безуспешно.

Ответ на эти вопросы были даны кинетическими теориями разрушения. Данные теории рассматривают разрушение материалов как процесс разрыва несущих связей, скорость которого определяется температурой и действующим напряжением, т.е. имеет явно кинетический (зависимый от времени) характер. Основы кинетической теории разрушения были заложены школой акад. С.Н. Журкова [1]. Он предложил качественно иное объяснение, состоящее в отказе от механической трактовки и переходе к принципиально новой концепции разрушения - кинетической. Согласно кинетическим представлениям, основной прочностной характеристикой становится время ожидания разрыва тела при заданном напряжении (долговечность).

В лаборатории С. Н. Журкова проведены целенаправленно поставленные эксперименты с привлечением уникального для прочностных исследований комплекса физических методов: (инфракрасная спектроскопия, ядерный магнитный резонанс, электронный парамагнитный резонанс, масс-спектрометрия, дифракция света и рентгеновских лучей, калориметрия, электронная микроскопия и др.). Эксперименты подтвердили и детализировали сделанный им фундаментальный вывод о термофлуктуационной природе механического разрушения твёрдых тел. Систематическое изучение долговечности различных материалов (кристаллов с ионными и ковалентными связями, металлов, сплавов, полимеров, стёкол, композиционных материалов) установило экспоненциальное падение долговечности с ростом нагрузки и температуры. Это позволило вскрыть физическую природу разрушения: оно обусловлено тепловыми флуктуациями, разрывающими напряжённые межатомные связи.

Кинетическая теория прочности твердых тел, разработанная С.Н. Журковым [1], Г.М. Бартеневым [2] и их последователями, начала с успехом применяться для описания процессов разрушения различных материалов Т.Екобори [3], кинетической природы прочности [4], изучения кинетики деформации полимеров В. А. Степановым [5], механизма течения стеклополимеров Т. Е. Брэди [6] и др. Многолетние исследования, проведенные А. Н. Ставрогиным, Е. Д. Певзнером [7], Ю. А. Векслером [8] и др., доказывают возможность применения кинетической концепции прочности для горных пород.

Зачастую зависимость прочности от времени действия нагрузки описывалась алгебраическими уравнениями, которые получали в виде аппроксимации экспериментальных данных без привлечения физических закономерностей разрушения твердых тел. Сюда относятся многочисленные ранние исследования по малоцикловой усталости. Очевидно, впервые из этого потока экспериментальных данных в 20-30-х годах сформировалось понятие накопления поврежденности: теория износа подшипников А. Пальмгрена, (1924); теория суммирования усталостных повреждений М. Майнера, (1945); Бейли-Робинсона (1939). Эта идея оказалась весьма плодотворной и нашла дальнейшее развитие при разработке теории разрушения от ползучести Л. М. Качаловым [9]. Критерий Л.М. Качанова исходит из предположения, что хрупкий разрыв есть конечный результат развития дефектов материала под действием нагрузки. Ю.И. Работнов [10] обобщил критерий Л.М. Качанова, предложив учитывать взаимодействие процессов ползучести и разрушения и приближенный способ анализа влияния концентрации напряжений на длительную прочность. Следует отметить критерий В.В. Новожилова [11], где параметр поврежденности тесно связан с историей пластического деформирования, и критерий В. В. Москвитина [12], где в предельном условии учитывается история нагружения, и др. Концепцию континуального разрушения Ю. Н. Работнова и Л. М. Качанова продолжает развивать А. И. Искакбаев [13]

Для описания процесса разрушения горных пород впервые автором [14] предложены дифференциальные уравнения разрушения и длительной прочности за счёт роста дефектов в породе. Позже в этом направлении стал вести исследования О.Д. Лоскутов [15] и А. А. Журило [16], однако в их критериях разрушения горных пород имеются недостатки: ограниченная скорость потери сплошности при исчерпании прочности в первом случае и отсутствие предела длительной прочности - во втором. В дальнейшем развитие работы [14] получило в исследованиях по механике горных пород В.И. Герасименко [17], С. А. Курмана [18] и др.

Актуальность исследований в этом направлении обусловлена необходимостью разработки новых расчётных моделей разрушения горных пород, позволяющих повысить достоверность и точность описания их поведения при горноинженерных воздействиях. ***Цель*** настоящей работы – исследование длительной прочности пород при разных законах их нагружения. ***Объектом*** исследования является горная порода, а ***предмет*** исследования – её разрушение в условиях переменной нагрузки. ***Задачи*** исследования состоят в получении аналитических выражений для длительной прочности пород. ***Основная идея*** заключается в использовании основных идей реономной микромеханики для описания временных процессов разрушения горных пород.

1 Основные концепции реономной механики разрушения горных пород

Механика разрушения, которая исследует прочность тел с трещинами, не даёт ответа, откуда берутся начальные трещины. Действительно, из уравнения Гриффитса для определения параметров трещин следует, что при малой длине трещины ($l \to 0$) напряжение, необходимое для зарождения или роста трещины, оказывается огромным $\sigma \to \infty$, что явно противоречит опытным данным. Следовательно, начальные стадии процесса разрушения, связанные с зарождением и ростом трещин, и, что ещё более важно, как эти процессы развиваются во времени и приводят к разрушению, остаются в рамках механики трещинного разрушения не выясненными.

Результаты многих исследований, проведенных в последнее время, доказывают необходимость рассмотрения механических процессов в массиве горных пород вокруг выработок в процессе их развития, т.е. во времени. Учет фактора времени в механике горных пород производился в основном методами наследственной теории ползучести [20 и др.]. Однако, как отмечалось в [14], этот метод эффективен лишь в случаях, когда породы деформируются без разрушения, т.е. на восходящем участке диаграммы нагружения, а в дальнейшем с началом развития трещин он не пригоден. Как правило, разрушение реальных материалов происходит не в виде мгновенного акта разделения образца на части, а как необратимый кинетический процесс зарождения, роста и накопления внутренней поврежденности, т.е. предполагается реономность механических свойств вместо статических (склерономных) критериев прочности [3-6 и др.].

Явление снижения прочности материалов под нагрузкой (статической усталости) было замечено сравнительно недавно - в 20-х годах нашего столетия, а его физическая природа оказалась достаточно сложной и до сих пор полностью не ясна. Известны различные феноменологические и макромеханические подходы к объяснению явления длительной прочности и долговечности материалов, которые содержат ряд предположений. Не останавливаясь на всех попытках дать объяснение долговечности материалов под нагрузкой, отметим плодотворность физических представлений кинетической теории прочности твердых тел [1] и введение представления о поврежденности как единичных актов разрушения [9], Залог успеха в описании разрушения горных пород лежит, по мнению автора, на пути объединения этих перспективных направлений.

Механизм протекания элементарных актов подготовительных процессов зарождения и роста микротрещин зависит от внутренних факторов (физико-химической природы материала, его структуры) и внешних условий нагружения, деформирования и других воздействий на тело (температура, длительность и режим нагружения, действие ПАВ и др.). Однако общим для всех элементарных актов разрушения является то, что в любом из них структурная перестройка микроскопических элементов материала может произойти в результате получения дополнительной энергии активации, которая передается на самом нижнем иерархическом уровне (атом, молекула) за счет тепловых флуктуации.

Анализируя данные экспериментальных исследований, С.Н. Журков пришёл к важному выводу о том, что молекулярный, механизм разрушения материалов заключается в ***термофлуктуационном*** разрыве химических связей в макромолекулах. Атомы в материале совершают колебания в узлах кристаллической решётки с частотой 10^{12}... 10^{13} колебаний в секунду (герц). С такой же частотой изменяются усилия на связях между атомами, что приводит к появлению разрывов, имеющих термофлуктуационный вероятностный характер. Вероятность разрыва резко увеличивается при повышении температуры T и зависит от энергии активации U_0. Если действующие внешние напряжения отсутствуют σ_0 =0, энергия отрыва атома из тела или разрыва химической связи будет равна энергии преодоления активационного барьера U_0. Как показали эксперименты, эта энергия оказалась равной теплоте сублимации, т.е. такой энергии, которая достаточна для непосредственного перехода твёрдого вещества в газообразное состояние.

Если к телу приложено внешнее напряжение σ_0, активационный барьер U_0 будет снижен, а это приведёт к увеличению вероятности скорости разрыва связей между атомами и, тем самым, возрастанию числа дефектов в теле. Концентрация числа дефектов в теле со временем становится настолько большой, что начинают образовываться трещины, которые растут под действием приложенных напряжений и все более ослабляют сечение тела. Это, в свою очередь, приводит к возрастанию уровня действующих напряжений на дефектных сечениях тела и ускорению трещинообразования, возникает лавинообразный рост процесса роста трещин, ведущий к разрушению. Это означает, что внешнее приложенное напряжение σ_0 выполняет подготовительную роль, снижая потенциальный барьер U_0 разрыва связей, тогда как окончательный разрыв атомов происходит за счёт теплового их движения.

Развивая феноменологический подход Л. М. Качанова [9] к проблеме разрушения на основе использования понятия поврежденности как меры потери сплошности материала при его нагружении, будем рассматривать две стадии процесса разрушения. На первой стадии происходит накопление различного рода дефектов, переходящих в микротрещины, которые являются микроочагами разрушения, и развиваются во времени. Вторая стадия - это собственно разрушение горной породы, когда ее сплошность на некоторой поверхности становится равной нулю. Все реономные эффекты при разрушении обусловлены наличием первой стадии разрушения, элементарными актами которого, согласно кинетической теории прочности, являются термофлуктуационные разрывы нагруженных атомных связей. При этом происходит перераспределение напряжений на оставшиеся связи и возникает встречный процесс рекомбинации (восстановления) разорванных связей. Таким образом, кинетика термофлуктуационного разрушения оказывается тесно идейно связанной с ростом и движением дислокаций, появлением различного рода дефектов в структуре материала, диффузионными процессами тепло - и массопереноса.

Если ввести, следуя работе [9] понятие поврежденности $\omega = F_{mp} / F_0$, (где F_0 и F_{mp} - соответственно исходная площадь сечения и площадь трещин на нём), как интегральную меру микро-, мезо- и макротрещиноватости, то можно получить на основе термофлуктуационной концепции разрушения уравнение, описывающее рост поврежденности. Частота обрыва связей v в нагруженном теле по Больцману и Френкелю равна:

$$v = v_0\, exp(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}), \tag{1}$$

где v_0 - частота собственных колебаний кристаллической решетки;

U_0 - энергия активации при разрыве связи в отсутствие напряжения;

γ - структурный параметр материала;

σ – напряжение на связи;

k - постоянная Больцмана, k=1,381*10^{-23} Дж/К

T - абсолютная температура по шкале Кельвина.

Если расстояние между узлами кристаллической решетки равно $\boldsymbol{a}$, то при обрыве одной связи площадь трещин F_{mp} возрастает на $\boldsymbol{a}^2$, а число связей на единицу площади n_0 можно вычислить как $n_0 = 1 / \boldsymbol{a}^2$. Приращение площади трещин ΔF_{mp}, соответствующее промежутку времени Δt, определяется в этом случае по формуле

$$\Delta F_{mp} = n_0 \left(F_0 - F_{mp}\right) v\; a^2 \Delta t\,. \tag{2}$$

Отсюда, учитывая (1):

$$\frac{\Delta F_{mp}}{\Delta t} = \left(F_0 - F_{mp}\right) v_0\; exp\left[-\frac{U_\alpha(\sigma)}{kT}\right]. \tag{3}$$

Разделив на F_0, и переходя к пределу, получим:

$$\frac{d\omega}{dt} = (1-\omega)\, v_0\; exp\left[-\frac{U_\alpha(\sigma)}{kT}\right]. \tag{4}$$

Аналогично, принимая во внимание активационный характер восстановления связей и пренебрегая малыми изменениями энтропии системы, получим для скорости "залечивания" поврежденности $\acute{\omega}$

$$\acute{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = -\omega\, v_0\; exp\left[-\frac{U_в(\sigma)}{kT}\right]; \tag{5}$$

где $U_в$ - энергия активации восстановления связи.

Аппроксимируем выражения для энергии активации разрыва и восстановления связи U_α и U_b линейными зависимостями, что допустимо при хрупком разрушении:

$$\begin{gathered} U_a(\sigma) = U_\alpha - \gamma_\alpha \sigma\,, \\ U_в(\sigma) = U_в + \gamma_в \sigma\,; \end{gathered} \tag{6}$$

где γ_α и $\gamma_в$ – структурные параметры, учитывающие снижение или повышение потенциального барьера соответственно при разрыве или восстановлении связей, а также концентрацию напряжений на концах образовавшихся трещин.

В процессе разрушения, вследствие снижения сплошности $\psi = 1 - \omega$, происходит перераспределение начальных напряжений σ_0, которое приводит к повышению действующего на связь напряжения σ и может быть учтено соотношением

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1-\omega} \tag{7}$$

Таким образом, из уравнений (4) - (7) следует;

$$\frac{d\omega}{dt} = (1-\omega)\, A_\alpha\, exp\left(\frac{\alpha\sigma_0}{1-\omega}\right) - \omega\, A_\beta\, exp\left(-\frac{\beta\sigma_0}{1-\omega}\right); \tag{8}$$

где $A_\alpha = \nu_0\, exp\left(-\frac{U_\alpha}{kT}\right)$; $A_\beta = \nu_o\, exp\left(-\frac{U_\beta}{kT}\right)$; $\alpha = \frac{\gamma_\alpha}{kT}$, $\beta = \frac{\gamma_\beta}{kT}$.

Обобщая это уравнение на более общий случай представления дефектов в виде матрицы второго ранга $\|\omega_{ij}\|$, предложенной в [19], получим следующую систему из шести дифференциальных уравнений реономной микромеханики разрушения материалов:

$$\frac{\partial\omega_{ij}}{\partial t} = Ru_{ij}(1-\omega_{ij})\exp\left(\frac{tu_{ij} - Pu_{ij}}{akT}\right) - Rw_{ij}\omega_{ij}\,\exp\left(\frac{-tw_{ij} + Pw_{ij}}{akT}\right), \tag{9}$$

где Ru_{ij}, Rw_{ij}, – реономные постоянные материала, c^{-1}**;**

а – размерная постоянная, Па/Дж;

tu_{ij}, tw_{ij} – компоненты микронапряжений на площадке (i,j) в ***U***– и ***W***–областях, Па;

Pu_{ij}; Pw_{ii} – матрицы прочности материала для разрывов и сдвигов в упругих *U*– и дефектных *W*–областях тела разной пространственной ориентации при данном напряжённом состоянии, Па.

Первое и второе слагаемые в правой части уравнений описывают соответственно скорости разрушения и залечивания упругих $T_{ij} = (1-\omega_{ij})$ и дефектных ω_{ij} участков материала.

Данное дифференциальное уравнение, полученное из кинетических представлений о прочности твердых тел, позволяет объяснить большинство полученных до настоящего времени экспериментальных данных о временных эффектах, связанных с исчерпанием прочности в материалах, в том числе и в горных породах. По сути, оно является обобщенной зависимостью прочности от времени и температуры при любых законах их изменения.

Проанализируем полученное обобщенное уравнение прочности (9). Если в материале отсутствует внешнее поле напряжений, устанавливается подвижное равновесие между скоростью разрыва и рекомбинации связей, которое соответствует начальной поврежденности ω_0. Обработка экспериментальных данных и прямые количественные оценки показывают, что начальная поврежденность всегда присутствует и в идеальном кристалле равна 10^{-10}, т.е. близка к нулю. Приложение к телу внешних усилий приводит к возрастанию поврежденности и достигается новое динамическое равновесие между разрывом и восстановлением связей, когда скорость роста поврежденности после возрастания снова становится равной нулю. При нагрузках меньше порогового значения долговечность материала практически не ограничена. Если напряжение вновь уменьшить до нуля, поврежденность через некоторый промежуток времени (период "отдыха") медленно снизится до начального значения по экспоненциальному закону. Это хорошо согласуется не только с прочностными, но и с деформационными процессами последействия.

Однако, если, напряжение превысит некоторое пороговое значение, уравнение (9) описывает неравновесный процесс роста поврежденности в материале, который заканчивается разрушением при $\omega = 1$; $\dot{\omega} = \infty$. Скорость потери сплошности и уровень порогового значения напряжений зависит от температуры, структурных и прочностных параметров материала, особенностей его напряженного состояния, предыстории нагружения и других факторов. Таким образом, обобщенное уравнение прочности (9) качественно полностью соответствует этапам хрупкого разрушения материала под действием внешней нагрузки и температурных полей. Более того, если рассматривать агрегаты поликристаллических частиц, какими являются горные породы, то на всех уровнях субмикро-, микро, мезо- и макроразрушения имеют место лишь некоторые изменения условий проявления термофлуктуационного механизма разрушения, что сказывается лишь на количественном представлении входящих в уравнение (9) параметров как некоторых обобщенных, среднеинтегральных по рассматриваемому объему, характеристиках.

Тем не менее, структура обобщенного уравнения прочности, несмотря на все его достоинства, требует для использования в практических расчетах определения реономных параметров материалов достаточно сложными лабораторными методами. обозримых с точки зрения анализа. Поэтому целесообразно получить математическую аппроксимацию обобщенного уравнения длительной прочности, удобную с точки зрения вычислений, пригодную для инженерных расчетов и отражающую все характерные особенности разрушения материала.

2. Уравнения длительной прочности горных пород

Из (1) можно получить численную оценку предела длительной прочности породы σ_d при растяжении для разных длительностей нагрузки t

$$\sigma_d(t) = \left[U_0 - k \cdot T \cdot ln(t/\tau_0)\right]/\gamma . \qquad (10)$$

Из этого уравнения следует, что прочность материала явно зависит от времени t: чем больше время нагружения, тем меньше прочность, что подтверждается многочисленными экспериментами и показано на рисунке 1 пунктирной линией. За время t_p нагружения, например, на прессе, образец разрушится при уровне напряжений σ_p.

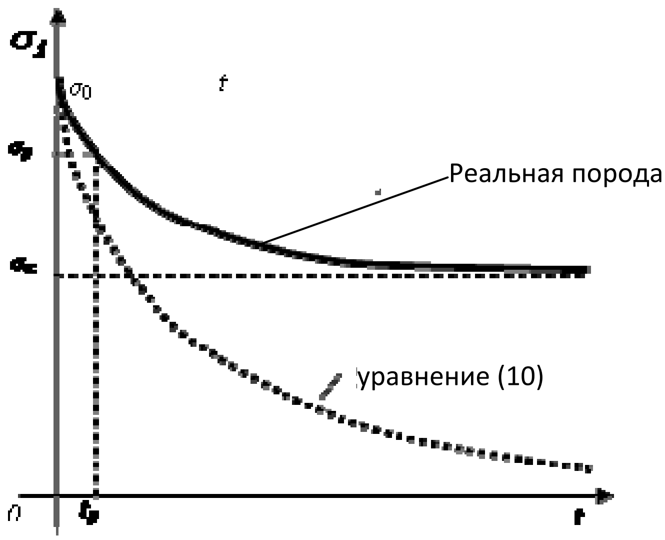

Рисунок 1 – Зависимость длительной прочности от времени

Из уравнения (10) следует, что даже если ничтожно малая нагрузка действует достаточно долго, то любой материал должен неминуемо разрушиться (пунктирная линия на графике). Однако повседневный опыт и испытания реальных материалов показывают, что это не верно, и график зависимости $\sigma_0(t)$ имеет явную асимптоту (штриховая линия на рисунке) в виде длительной прочности σ_∞.

Длительной прочностью σ_∞ называют предельный уровень напряжений, ниже которого разрушения материала не происходит, как бы долго они не действовали. Значит, если нагрузка будет меньше длительной прочности σ_∞ материала, то разрушение не наступает.

Отсюда следует, что нельзя прямо использовать кинетическую теорию прочности в виде уравнения (10).

Чтобы b исключить эти трудности и учесть экспериментальные данные, часто на практике используют эмпирические зависимости. Если из прямых испытаний горных пород определены пределы ***мгновенной*** σ_0 и ***длительной*** σ_∞ прочности, то прочность породы $\sigma_d(t)$ в любой момент времени t может быть представлена сплошной кривой на рисунке 1. Термин «мгновенная» прочность носит условный характер и означает прочность при обычных лабораторных условиях испытания пород, т.е. полученная с обычными скоростями нагружения лабораторных прессов.

Научный интерес представляет попытка теоретически обосновать уравнение длительной прочности. Для этого предположим, что скорость снижения прочности во времени прямо пропорциональна приложенному напряжению:

$$\frac{d\sigma_d}{dt} = -\frac{1}{t_0}(\sigma_d - \sigma_\infty) \tag{11}$$

В этом дифференциальном уравнении t_0 – эмпирическая постоянная, имеющая размерность времени, знак минус перед левой частью равенства показывает, что скорость отрицательна, т.е. длительная прочность ***снижается*** во времени. Введение в правую часть постоянной σ_∞ обусловлено тем, что длительная прочность σ_d имеет асимптоту σ_∞, при которой скорость стремится к нулю при $\sigma_d \to \sigma_\infty$. Решаем это простейшее дифференциальное уравнение методом разделения переменных:

$$\int \frac{d\sigma_d}{(\sigma_d - \sigma_\infty)} = -\frac{1}{t_0}\int dt + C; \to \ \ln(\sigma_d - \sigma_\infty) = -\frac{t}{t_0} + C; \ \sigma_d = \sigma_\infty + Ce^{t/t_0} .$$

Определяем постоянную интегрирования C из начального условия: при t=0 прочность материала равна «мгновенной» прочности $\sigma_d = \sigma_0$: $\sigma_0 = \sigma_\infty + Ce^{0/t_0}; \to C = \sigma_\infty - \sigma_0$; подставляя C в решение, окончательно получим уравнение длительной прочности:

$$\sigma_d = \sigma_\infty + (\sigma_0 - \sigma_\infty)e^{-t/t_0}, \tag{12}$$

где t_0 – эмпирическая постоянная материала, определяемая из лабораторных испытаний пород, когда известна длительная прочность σ_1 при заданном времени t_1

$$\sigma_1 = \sigma_\infty + (\sigma_\infty - \sigma_0)e^{-t_1/t_0}; \ \to \ t_0 = t_1 \ln\frac{\sigma_0 - \sigma_\infty}{\sigma_1 - \sigma_\infty},$$

а долговечность t_d горной породы при постоянно действующем неё напряжении σ_d можно определить по формуле:

$$t_d = t_0 \ln\frac{\sigma_0 - \sigma_\infty}{\sigma_d - \sigma_\infty}; \quad (\sigma_\infty < \sigma_d < \sigma_0) . \tag{13}$$

Для слабых горных пород ориентировочно t_0 = (1..3) суток для средней прочности и крепких пород t_0 = (5..15) суток. Из уравнения (13) следует, что при t = 0 прочность равна мгновенной $\sigma_c(0) = \sigma_0$, а при времени $t \to \infty$ получим длительную прочность $\sigma_c(\infty) = \sigma_\infty$.

Обобщим уравнение длительной прочности (13), записав исходное дифференциальное уравнение (12) в более общем виде как степенную функцию. Для упрощения преобразований введём безразмерные переменные: $y = \sigma_d / \sigma_\infty$; $x = t / t_0$.

Тогда в этих переменных обобщённое дифференциальное уравнение длительной прочности примет следующий вид:

$$\frac{dy}{dx} = -(y-1)^a , \tag{14}$$

где a – коэффициент нелинейности скорости длительной прочности, $a > 0$.

Это, также как и (11), – дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, решение которого выглядит так:

$$\int \frac{dy}{(y-1)^a} = -\int dx + C; \ \rightarrow (y-1)^{1-a} = (1-a)x + C .$$

Вводя новое обозначение $\beta = a - 1,\ \beta > -1$, найдём значение постоянной интегрирования C из начального условия, которое, по аналогии с предыдущим уравнением, состоит в том, что при $x = 0$ $y = y_0 = \sigma_0 / \sigma_\infty$. Это даёт: $(y_0 - 1)^{-\beta} = -\beta * 0 + C; \rightarrow C = (y_0 - 1)^{-\beta}$.

Подставляя C в полученное решение, после некоторых преобразований получим $y = 1 + \left[\beta x + (y_0 - 1)^{-\beta}\right]^{-1/\beta}$, а после возвращения к исходным переменным окончательно для определения длительной прочности получим:

$$\sigma_d = \sigma_\infty \left\{ 1 + \left[\beta \cdot t_d / t_0 + (\sigma_0 / \sigma_\infty - 1)^{-\beta} \right]^{-1/\beta} \right\}. \tag{15}$$

Если при заданном постоянном напряжении σ_d необходимо определить долговечность породы (время до разрушения), необходимо из формулы (15) получить значение t_d, что даёт:

$$t_d = \frac{t_0}{\beta}\left[\left(\frac{\sigma_d}{\sigma_\infty} - 1\right)^{-\beta} - \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} - 1\right)^{-\beta}\right]; \ (\sigma_\infty < \sigma_d < \sigma_0) , \tag{16}$$

где σ_d – действующие на породу напряжения

Нетрудно убедиться, что при $\beta = 0$ *или* $a = 1$ исходное уравнение вырождается в уравнение (12) и имеет особое решение (13), т.е. полученное уравнение длительной прочности действительно является обобщением уравнения (12). Это значительно расширяет возможности описания длительной прочности горных пород и других материалов при воздействии на них постоянного напряжения.

3 Длительная прочность при произвольном законе нагружения

Однако описание длительной прочности уравнением типа (16) не может дать удовлетворительный ответ при более сложных режимах нагружения материалов, например, при циклических или произвольно меняющихся во времени напряжениях, деформациях и температурах. Оно пригодно лишь для начальных количественных оценок, которые к тому же могут давать недопустимо большой разброс расчётных величин для времени разрушения или длительной прочности.

Следующим шагом к описанию длительной прочности горных пород и других материалов является учёт условий, когда действующее напряжение меняется во времени по произвольному закону, если из лабораторных исследований известна зависимость долговечность породы при действии постоянного напряжения: $t_d = f(\sigma)$.

Для решения этой задачи необходимо ввести новое абстрактное понятие – ***дефект долго-***

вечности, под которым понимаем некоторую нормированную относительную величину $0 < \tau < 1$, характеризующую потерю ресурса долговечности. По мере роста дефекта долговечности материал как бы стареет и при исчерпании ресурса ($\tau = 1$) – разрушается. Показательным аналогом может служить срок жизни биологических объектов (растений и животных), когда по мере возрастания возраста за счёт повышения «дефектности» организма их жизненный ресурс уменьшается до нуля и наступает смерть (разрушение).

Пусть нам априори или апостериори известна функциональная зависимость долговечности от ***постоянного*** напряжения $t_d = f(\sigma)$, представленная на рисунке 1 пунктирной кривой. Как найти долговечность, если напряжение меняется по произвольному временному закону $(\sigma = \sigma(t))$? Здесь нам и понадобится введённый выше нормированный показатель дефекта долговечности.

Разобьём всю кривую изменения напряжений на очень близкую к ней ломаную линию, на которой каждому элементарному приращению *dt* будет соответствовать элементарный участок постоянного напряжения *dσ*. Определим, какой дефект долговечности получит порода при действии постоянного напряжения *σ* за время Δt? Для этого надо воспользоваться законом изменения долговечности при постоянном напряжении:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{t_d} = \frac{\Delta t}{f[\sigma(t)]} ,$$

при условии, что соблюдается неравенство $\sigma(t) > \sigma_0$, где $f[\sigma(t)]$ – долговечность породы при действии постоянного напряжения: $t_d = f(\sigma)$.

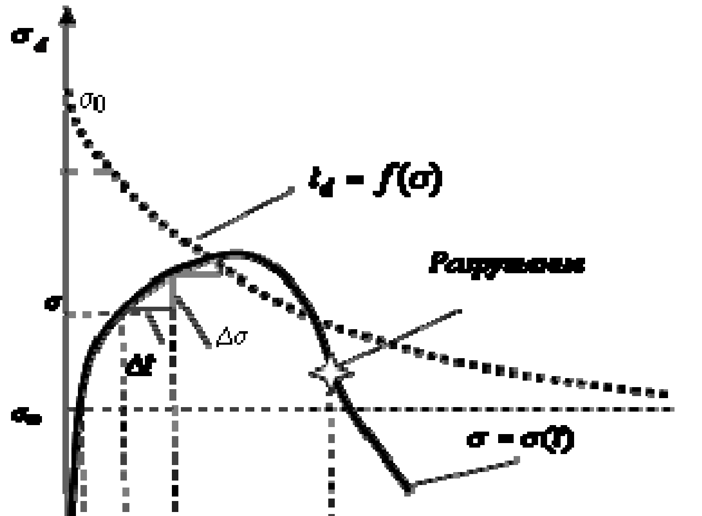

Рисунок 2– Длительная прочность при произвольном законе нагружения материала

Очевидно, что разрушение наступит тогда, когда сумма всех долговечностей достигнет предела, равного единице:

$$\sum \Delta\tau = 1; \qquad \sum \frac{\Delta t}{t_d} = \sum \frac{\Delta t}{f[\sigma(t)]} = 1.$$

Сделаем элементарные приращения времени бесконечно малыми и перейдём к пределу, когда $\Delta t \to 0$. В результате получим интегральную сумму, а искомое уравнение перейдёт в интегральное с неизвестным верхним пределом – временем долговечности t_R при заданном законе изменения внешней нагрузки, что даёт:

$$\int_{t_s}^{t_R} \frac{d\tau}{f[\sigma(\tau)]} = 1 \tag{17}$$

где t_s – стартовое время, когда начинает выполняться условие: $\sigma(t) > \sigma_\infty$, т.е. напряжение превысит длительную прочность.

Эта формула представляет собой известный принцип суммирования повреждённостей Бейли-Робинсона. Покажем, чем может быть полезно использование этого принципа. Например, для уравнения долговечности (12) получим интегральное уравнение, из которого следует определить искомое время до разрушения t_d, стоящее на позиции верхнего предела интеграла:

$$\frac{1}{t_0}\int_{t_s}^{t_d} \frac{d\tau}{\ln\dfrac{\sigma_0 - \sigma_\infty}{\sigma(\tau) - \sigma_\infty}} = 1; \quad (\sigma_\infty < \sigma(t) < \sigma_0), \tag{18}$$

где t_s – момент времени, когда действующее напряжение преодолеет граничное значение $\sigma(t) > \sigma_\infty$

Для условия долговечности (15) соответственно получим аналогичное соотношение:

$$\frac{\beta}{t_0}\int_{t_s}^{t_d} \frac{d\tau}{\left[\left(\dfrac{\sigma(\tau)}{\sigma_\infty} - 1\right)^{-\beta} - \left(\dfrac{\sigma_0}{\sigma_\infty} - 1\right)^{-\beta}\right]} = 1; \quad (\sigma_\infty < \sigma(t) < \sigma_0). \tag{19}$$

Несмотря на то, что эти уравнения кажутся громоздкими, их решение графическими методами на ЭВМ (например, с помощью программы MathCad) не представляет особенной сложности. Таким образом, можно найти долговечность (время до разрушения) для произвольного закона изменения действующих напряжений.

Сделаем важные замечания. Несмотря на то, что принцип суммирования повреждённости (4.42) нашёл широкое распространение в механике и реологии, в нём используется принятое по умолчанию, но, как правило, не всеми осознанное и далеко не бесспорное очень важное допущение о возможности использовать простое суммирование повреждённостей независимо от достигнутого уровня потери прочности материала.

Выводы

Полученные соотношения для оценки длительной прочности имеют большое значение при рассмотрении процессов разрушения горных пород вокруг горных выработок, определении устойчивости породных обнажений, бортов карьеров, плотин и насыпей. Поэтому область практического применения законов изменения длительной прочности в горной геомеханике и строительной геотехнологии достаточно велика и будет постоянно расширяться по мере углубления наших знаний о свойствах горных пород и массивов. Особенно перспективно использование реономной микромеханики деформирования и разрушения материалов для решения граничных задач механики горных пород и описания природных и вызванных деятельностью человека геопроцессов в массиве горных пород.

Список литературы

1. Журков С.Н., Нарзулаев Б.Н. Временная зависимость прочности твёрдых тел. – ЖТФ, 23, №10, 1953. - С. 67-75.

2.Бартелев Г.М., Зуев Ю.С. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов. – М.-Л.: Химия, 1964. – С. 37-42.

3.Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. – М.: Металлургия, 1971. – 264 с.

4. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твер-

дых тел. – М.: Наука, 1974. – 560 с
5. Степанов В.А., Бернштейн В.А. и др. Кинетика деформирования полимеров. – Механика композитных материалов, 1980, №4. – С.579-584.
6.Bradey T.E., Yang S.Y. Mechanism of yielding and cold flow in glassy polimers.- J/ Macrjmtch/ Sci. Phys., 1974, vol. 9, N 4, pp. 658-698.
7. Ставрогин А.Н. Исследование природы деформации и разрушения горных пород/тр. ВНИМИ № 86. – Л.: ВНИМИ, 1980. – С. 23-35.
8. Веклер Ю.А. Исследование больших деформаций ползучести… - Дисс. докт. техн. наук. _ Караганда: КПИ, 1971. – 380 с.
9. Качанов Л.М. Основы механики разрушения.- М.: Наука, 1974. – 312 с.
10. Работов Ю.Н. О механизме длительного разрушения./ В сб. Вопросы прочности материалов и конструкций. – М.: Стройиздат, 1952. – С. 37-45.
11.Новожилов В.В. О перспективах феноменологического подзода к проблеме разрушения. – В сб.: XII Межд. конгр.сс по теор. и прикл. механике. – М.: Наука, 1972. –С.9-20.
12.Москвитин В.В. Некоторые вопросы длительной прочности вязкоупругих тел. – Проблемы прочности, 1971, №2. – С. 36-43.
13.Искакбаев А. И. - Интегральное представление кинетики повреждения материалов. - Известия РАН. Сер. Механика твердого тела N 2, 15/04/2002 г. – С. 56-63.
14. Литвинский Г.Г. К вопросу о механизме хрупкого разрушения в задачах о развитии зоны запредельных деформаций./ Труды Всес. науч. конф. Физика горных пород и процессов. – М.: МГИ, 1971. С.93-97.
15.Лоскутов О.Д. Исследование длительного разрушения горных пород в горных выработках. – Дисс. канд. техн. наук. – М.: МГИ, 1973. – 143 с.
16. Журило А.А. Учёт трещиноватости пород на устойчивость кровли в очистном забое. – Технология добычи угля подз. способом, 1975 №8. – С. 12-15.
17. Герасименко В.И. Исследование процессов разрушения породных целиков. – Дисс. канд. техн. наук. – М.: МГИ, 1978. – 141 с
18. Курман С.А. Исследование реономных параметров хрупкого разрушения горных пород. – Дисс. канд. техн. наук. – ИГД им. А.А. Скочинского, 1979. – 196 с
19. Литвинский Г.Г. Теория структурного строения трещиноватой породы / Матер. межд. конф. «Форум горняков-2011». – Днепропетровск: НГУ, 2011. – С. 7-15.
20. Ержанов Ж.С. Теория ползучести горных пород и её приложения. – М.: Наука, 1964. - 243 с.

О ПАРАМЕТРАХ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО УГЛЯ ПО РАДИАЛЬНО-ПОСЛОЙНОМУ МЕХАНИЗМУ ВБЛИЗИ ТЕКТОНИЧЕСКОГО НАРУШЕНИЯ

Р.А. Дякун, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Украина

На основе разработанного метода моделирования динамического разрушения предельно напряженных образцов угля вблизи тектонического нарушения получены данные о параметрах характеризующих инициирование разрушение угля.

Известно, что внезапные выбросы угля и газа происходят в тех зонах, которые занимают двадцатую часть площади разрабатываемых угольных пластов, а именно, в зонах находящихся рядом с областями тектонических нарушений. Вблизи тектонических нарушений, в большинстве своем, горные породы имеют повышенное горное давление, которое превышает геостатическое давление в среднем в 1,5 - 2 раза [1]. Поэтому, одним из факторов инициирования динамического разрушения в первую очередь связано с особенностями нестационарного изменения напряженного состояния угля вблизи тектонического нарушения.

Вблизи тектонического нарушения в массиве наблюдается повышенное значение напряжений и