

ЦЕЛОЧИСЛЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОДНООСНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ РЕДУКТОРОВ

И.Ю. Клименко, И.А. Таран, М.Н. Трубицин, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет» Украина

Получена обобщенная формула для передаточного отношения простейших планетарных редукторов. Вывод ее основан на геометрическом анализе углов поворота каждого звена механизма. Определены критерии оптимизации и условия их совместного рассмотрения в задаче проектирования редукторов. Проведена численная проверка разработанного алгоритма проектирования, подтвердившая возможность нахождения всех оптимальных решений. Разработана бинарная классификация простейших планетарных редукторов.

Дифференциальные передачи, включающие планетарные редуктора (ПР), являются обязательными элементами трансмиссий современных гусеничных и сельскохозяйственных машин, тракторов и шахтных локомотивов, где в нужных диапазонах вращения и мощности реализуется бесступенчатая передача от двигателя к ведущим колесам, [1, 2]. Учитывая возможное изменение (величины и направления), а также разделение потоков мощности, проходящих через ветви таких трансмиссий, задача определения рациональных параметров отдельных элементов сложных комплексов трансмиссий, рис.1, является несомненно актуальной для проектирования гидрообъемных механических трансмиссий (ГОМТ) особенно при многокритериальной (КПД трансмиссии, габаритные размеры, стоимость изготовления, вопросы прочности, надежности и др.) оптимизации.

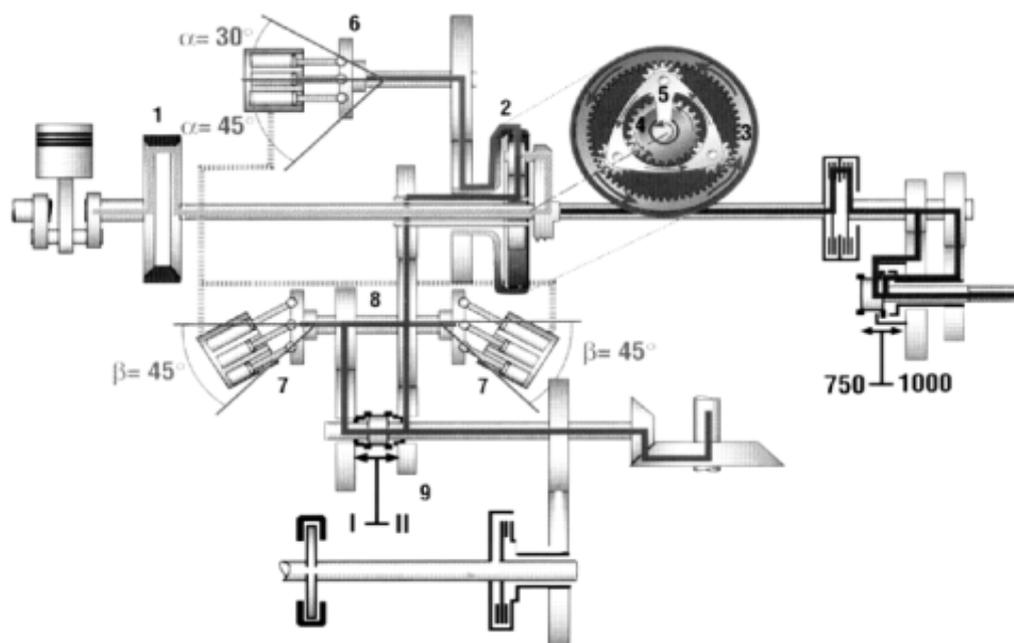


Рис.1. Кинематическая схема ГОМТ Fendt-Vario: 1 – демпфирующая муфта; 2- планетарная передача; 3 – коронная шестерня; 4 – солнечная шестерня; 5 – водило; 6 – гидронасос; 7 – гидромотор; 8 – суммирующий вал; 9 – муфта переключения диапазонов

С научной, вернее с точки зрения прикладной математики, задача проектирования и расчета ГОМТ является актуальной: во-первых, из-за большого количества исследуемых и взаимосвязанных параметров отдельных узлов трансмиссий; во-вторых, из-за целочисленности таких параметров, как количество зубьев шестерен ПР; и в-третьих, из-за сложности накладываемых ограничений и возможной многомодальности целевой функции.

Таким образом, рассматриваемая задача, при одинаковых критериях параметров оптимизации узлов, может иметь ступенчатую или даже прерывную суммарную целевую функцию, экстремумы которой целесообразно находить численными (прямыми, не требующими нахождения производных) методами [2], например модифицированным симплексным методом Нелдера-Мида, [3]. Традиционно, подобные задачи разбиваются на несколько задач оптимизации, по количеству выделяемых узлов-подсистем. Общая система – ГОМТ будет иметь оптимальные параметры, которые соответствуют уже найденным экстремумам (оптимумам) параметров отдельных узлов. При этом взаимосвязь и влияние друг на друга исследуемых параметров учитывается с помощью введения «весовых» приоритетов критериев. Например, приоритет надежности гидронасоса, рис. 1, в 1,7 раза больше, чем приоритет стоимости изготовления всех сателлитов ПР.

В любом случае проектировочного расчета сложной механической системы необходимо построить отдельные целевые функции параметров всех выделяемых элементов системы для последующего решения общей задачи или поузлового комплекса задач оптимизации. Настоящая работа посвящена расчету ПР, как составной части ГОМТ. **Цель** работы – построение алгоритма определения набора оптимальных, целочисленных решений (количества зубьев z_1, z_2, z_3, z_4 всех шестерен ПР) по возможным критериям оптимизации. **Идея** работы заключается в прямом переборе всех возможных решений на основе выполнения заданных логических условий, что соответствует предложенным методам прямой оптимизации. Это позволяет отказаться от громоздких традиционных методов подбора зубьев по заданному передаточному отношению u_{IH} , [3] и доверить все рутинные рекуррентные арифметические действия компьютеру.

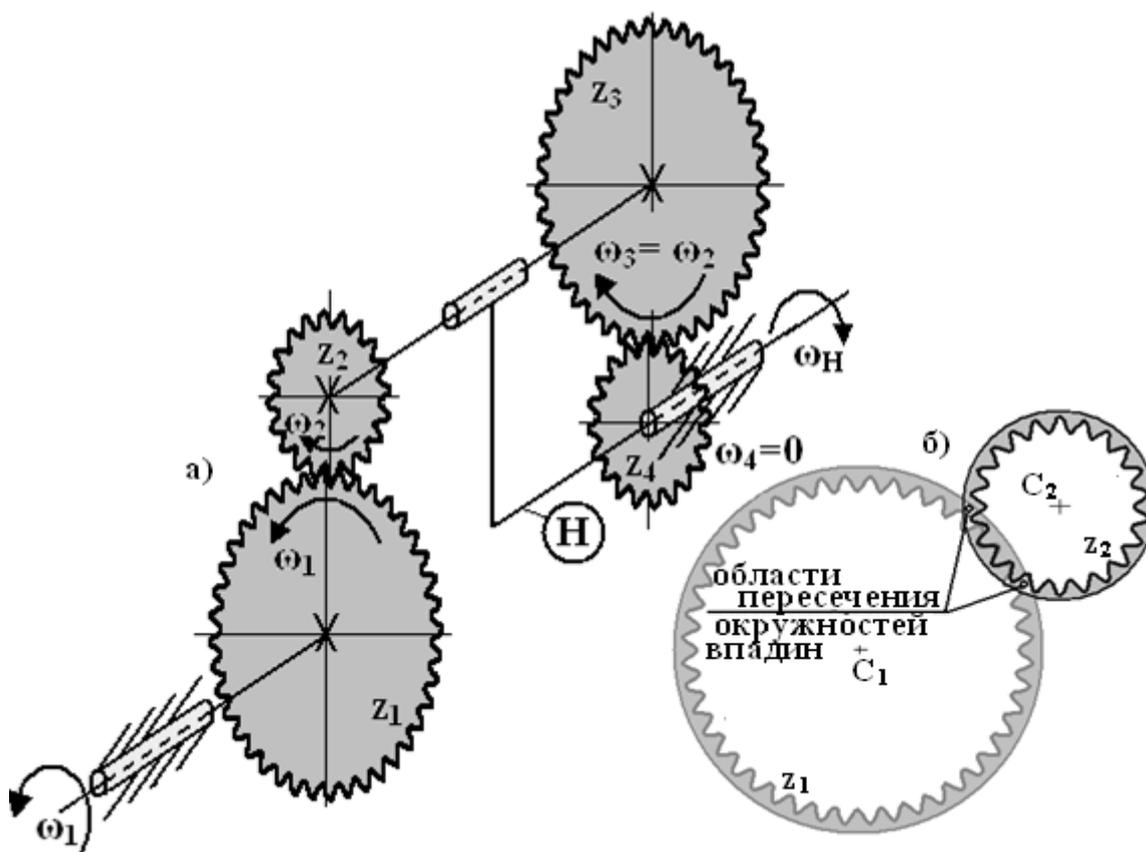


Рис.2. а) схематичное представление простейшего ПР при помощи графических средств MathCad, линия зубьев – синусоида, H - водило;

б) невозможность построения работающего зубчатого зацепления с парой колес внутреннего зацепления.

Основное преимущество ПР по сравнению с обычными рядными редукторами заключается в качественном их отличии – наличии подвижных (вращающихся) осей зубчатых колес, сателлитов, рис. 2а, во внутреннем пространстве самого редуктора. Это отличие позволяет существенно увеличивать передаточное отношение при незначительном усложнении конструкции редуктора и одинаковой степени подвижности рассматриваемых зубчатых передач (рядный и ПР), механизма $W=1$. В ПР одновременно реализуется последовательное и параллельное соединение зубчатых колес, что дает возможность получения более высоких значений передаточных чисел u_{IH} (входное звено – I , выходное – водило H) по сравнению с рядными редукторами при использовании одних и тех же зубчатых колес. Усложнение конструкций оправдано также возможностью получения различных передаточных отношений для одного и того же набора зубчатых колес. В специальных ПР при различной фиксации звеньев реально получить уже коробки передач, в которых зубчатые колеса не нужно вводить-выводить в-из зацепление, а достаточно их растормаживать-затормаживать. При обратном использовании некоторых ПР – как мультипликаторов (входное звено – водило), теоретически возможно получение сколь угодно большого передаточного числа $u_{HI} = 1/u_{IH}$, [4, с.298]. Это заманчивое предложение наряду с компактностью ПР (габаритные размеры рядных редукторов приблизительно в 2 раза превышают размеры ПР, при использовании одинакового ряда зубчатых колес, [5]) подтверждает практическую ценность и заинтересованность исследователей и проектантов ГОМТ в разработке алгоритма определения оптимальных параметров ПР и сравнения различных их схем и критериев оптимизации с целью нахождения наиболее рациональных подходов в получении искомых решений.

Компактность одноосных или соосных (по осям входного z_1 и выходного z_4 звеньев), табл. 1, ПР характеризуется расстоянием между торцами валов этих звеньев и позволяет добиться уменьшения продольного габаритного размера редуктора за счет соединения сдвоенного сателлита внешнего зацепления z_2 и z_3 в одно звено $z_2 = z_3$ – схемы AI и $\bar{A}\bar{I}$ табл. 1. Получаемое при этом приблизительное удвоение нагружения сателлитов можно компенсировать в K раз, за счет введения в зацепление K сателлитов – в ПР рис.1а $K=3$. В таком случае можно считать, что все зубчатые колеса ПР вращаются и лежат в одной плоскости, а это – так называемые редукторы Джемса, [6, с.826], используемые в механических узлах приборов. Редукторы аналогичных и рассматриваемых схем применяются в ГОМТ шахтных дизелевозов, [1,2], приводах вспомогательных механизмов и устройств морских судов, [7] и др. Причем, наверное в виду применения ПР, в различных областях машиностроения, единое, принципиальное обозначение, соответствующее кинематической схеме и использованию различных зубчатых колес в настоящее время отсутствует. Так, в работе [8] (химическое машиностроение) приведены обозначения, соответствующие только виду зацепления (внешнее, внутреннее) на I и II ступенях ПР, а в учебниках [9, с.76] (немеханические специальности) и [5, с.308] (механические специальности) приведены те же редукторы без какого-либо обозначений схем, с единственной, общей их характеристикой - *наиболее распространенные*.

Чем вызвано это распространение, и почему отвергнуты другие возможные варианты схем простейших ПР являются вопросами, ответ на которые попытаемся дать в настоящей работе, что позволит получить дополнительную оценку сравнения критериев оптимизации.

Рассмотрим схемы ПР, представленные в табл. 1. Выбор такого ряда схем связан, очевидно, с учебными целями – показана возможность применения: симметричного, относительно радиуса водила, ступеней с одинаковыми зацеплениями внешнего (AA), внутреннего (II) вида; различных зацеплений на ступенях ПР – схема (AI); сведение последней схемы к редуктору Джемса ($\bar{A}\bar{I}$). Этим показаны возможные варианты компоновки и изменения структуры сателлитов, последовательности применяемых букв A и I соответствуют виду зацепления соответствующей ступени. Схемы IA и $\bar{I}\bar{A}$ без объяснения причин не рассматриваются. Предлагаем рассмотреть все возможные варианты компоновки простейших 4-х звенных ПР, с учетом того, что каждое звено (зубчатое колесо) может быть

выполнено в 2-х видах – с внутренним и внешним зацеплением, зацеплению будут соответствовать индексы **0** и **1**, табл. 1. В общем случае будем иметь $2^4=16$ вариантов схем, табл. 3, приведенных там в двоичной системе. В табл. 3 серыми подложками отмечены встречающиеся варианты **00** для обеих ступеней. Они не могут быть выполнены конструктивно, рис. 16. Оставшиеся 9 вариантов схем обведены в табл. 3 жирной рамкой, 3 из них были рассмотрены в перечисленных [5, 8, 9].

Таблица 1.

Рассматриваемые схемы ПР и условия подбора зубчатых колес

Обозначения	Схемы одноосных ПР и их обозначения в химическом машиностроении			
z_1 – ведущее колесо z_2, z_3 – сателлиты z_4 – «солнце» H – водило				
	1111	0110	1110	11_0 или 1_10
двоичные	1 – зубчатое колесо с внешним зацеплением, 0 – внутреннее зацепление			
Условия подбора количества зубьев колес				
правильного зацепления	$z_1 - z_2 \geq 8$ $z_4 - z_3 \geq 8$ $z_1 \geq 85$ $z_4 \geq 85$	$z_2 - z_1 \geq 8$	$z_1 - z_2 \geq 8$ $z_4 - z_3 \geq 8$	$z_1 - z_2 \geq 8$
соосности	$z_1 + z_2 = z_4 + z_3$	$z_2 - z_1 = z_4 - z_3$	$z_1 + z_2 = z_4 - z_3$	$z_1 + 2z_2 = z_4$
постоянства u_{1H}	$u_{1H} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$		$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$u_{1H} = 1 + \frac{z_4}{z_1}$
соседства (проверяется для каждой ступени ПР)	$\sin \frac{\pi}{K} > \frac{z_{CAT} + 2f}{z_{ЦК} + z_{CAT}}$	$\sin \frac{\pi}{K} > \frac{z_{CAT} + 2f}{z_{ЦК} - z_{CAT}}$	$\sin \frac{\pi}{K} > \frac{z_{CAT} + 2f}{z_{ЦК} \pm z_{CAT}}$	
индексы:	CAT – сателлит; $ЦК$ – центральное колесо; K – количество сателлитов; f – см. табл. 2.			
сборки,	$\frac{u_{1H} \cdot z_1}{K} (1 + K \cdot P) = C$			
где	P – количество полных оборотов, C – количество зубцов колеса z_1 , на которое его нужно повернуть			

Таблица 2

Нулевые эвольвентные колеса с прямыми зубцами при $\alpha=20^\circ$

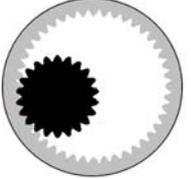
				Условия правильного зацепления				
Высота головки зуба h_a и модуль m				$h_a = m$		$h_a < m$		
Коэффициент f				$f=1$	Дополнит. условие	$f=0,8$	Дополнит. условие	
Зубчатое зацепление	внутрен.		зубцы	внутрен.	$z_{min} \geq 85$	$z_{ВНУТР} - z_{ВНЕШН} \geq 8$	$z_{min} \geq 58$	$z_{ВНУТР} - z_{ВНЕШН} \geq 7$
					$z_{min} \geq 20$		$z_{min} \geq 18$	
Зубчатое зацепление	внешнее		зубцы	внешние	$z_{min} \geq 17$	-	$z_{min} \geq 14$	-

Таблица 3

Соответствие обозначений схем простейших соосных ПР

№ ПР	ступень		№ ПР	ступень		Обозначения по [8]	№ ПР	ступень		№ ПР	ступень		Обозначения по [8]
	I	II		I	II			I	II		I	II	
0	00	00	4	01	00	-	8	10	00	12	11	00	-
1	00	01	5	01	01	-	9	10	01	13	11	01	-
2	00	10	6	01	10	II	10	10	10	14	11	10	AI
3	00	11	7	01	11	IA	11	10	11	15	11	11	AA

Наиболее важная зависимость для ПР – формула передаточного отношения u_{1H} , табл. 1. Она получается из формулы Виллиса с использованием свойств обрацаемости вращения с параллельными векторами угловой скорости, [6, с.825]

$$u_{1H} = 1 + j \cdot \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}, \quad (1)$$

где $j = \pm 1$ в зависимости от (не-) соответствия ступеней ПР, табл. 1.

Таблица 4

Последовательное рассмотрение ПР по ступеням, определение j

$j=j_1:j_II$	Ступень ПР		Вторая			Общий признак наиболее распространенных ПР – внешнее зацепление сателлитов обеих ступеней $\%11\%$
Ступень ПР	Обозначение зубчатого зацепления		01	10	11	
	Обозначение зубчатого зацепления	Схемы соответствующих ступеней				
Первая ступень ПР	01		+1	-1	+1	Возможность установки на соответствующей ступени ПР только одной сателлитной шестерни
	10		+1	-1	+1	
	11		-1	+1	-1	
Недостаток →			Сложная конфигурация водила			Недостаток ↑
В ячейке, с двойной рамкой не рассматриваемая в [4,5,6] схема 0111 (IA)						

Выражение (1) - типовое и должно иметь место для всех вариантов компоновки рассматриваемых редукторов. Покажем это, используя не принцип обращаемости вращения, а более простые и наглядные геометрические выкладки для определения зависимости углов поворота входного звена от выходного (водила H) $\varphi_1(\varphi_H)$, с последующим нахождением искомого передаточного отношения

$$u_{1H} = \varphi_1 \cdot \varphi_H^{-1}.$$

Для этого последовательно рассмотрим сначала вторую, затем первую ступени ПР, табл. 4-6, определив зависимости $\varphi_1(\varphi_H)$ и коэффициенты j_{II} , j_I ступеней с итоговым $j=j_I \cdot j_{II}$. Трехкомпонентные вектора j_{II} и j_I приведены в табл. 5 и 6 соответственно в ячейках с серыми подложками.

Вторая ступень - определение угла φ_3 (поворот сателлита z_3) и j_{II}

j_{II}		Возможные варианты зацеплений второй ступени ПР		
		01	10	11
Наблюдатель – со стороны входного звена $z_1 \rightarrow$				
Начальное положение	$\cap A_3 B_3 = \cap A_4 B_4$			
		Поворот водила на угол φ_H		
Определение угла φ_3		$\varphi_3 \cdot r_3 = \varphi_H \cdot r_4$	$-\varphi_3 \cdot r_3 = \varphi_H \cdot r_4$	$\varphi_3 \cdot r_3 = \varphi_H \cdot r_4$
		$\varphi_3 = \pm \varphi_H \cdot \frac{r_4}{r_3} = j_{II} \cdot \varphi_H \cdot \frac{z_4}{z_3}$		
Знак φ_3		$j_{II} = +1$	$j_{II} = -1$	$j_{II} = +1$

Последовательное получение формул объяснено в табл. 5,6. Значения итоговых коэффициентов j показаны в табл. 4, более строго и лаконично они могут быть записаны в ниже приводимой матричной форме (2).

Проведенные всесторонние выкладки показали универсальность выражения (1) для любого вида простого ПР не зависимо от последовательности соединения ступеней и расстановки шестерен внутреннего и внешнего зацепления.

Таблица 6

Первая ступень - определение угла φ_1 (поворот входного звена z_1)

Принято: $\varphi_2 = \varphi_3$		Начальное положение	«Жесткий» поворот на угол φ_H	Поворот на угол φ_1^I	Промежуточные формулы	
						$\cap A_1 B_1 = \cap A_2 B_2$
Возможные варианты зацеплений первой ступени ПР	01					$\varphi_1^I \cdot r_1 = \varphi_2 \cdot r_2$ $\varphi_1^I \cdot r_1 = \varphi_2 \cdot r_1^I = j_I \cdot j_{II} \cdot \varphi_H \cdot (r_2 \cdot r_1^I) \cdot (r_4 \cdot r_3^I)$ $-\varphi_1^I \cdot r_1 = \varphi_2 \cdot r_2$ $\varphi_1^I = \pm \varphi_2 \cdot (r_2 \cdot r_1^I) = j_I \cdot \varphi_3 \cdot (r_2 \cdot r_1^I) = j_I \cdot j_{II} \cdot \varphi_H \cdot (r_2 \cdot r_1^I) \cdot (r_4 \cdot r_3^I)$ $j_I = +1$ $j_I = -1$
	10					
	11					
Результирующая формула		$\varphi_1 = \varphi_H + \varphi_1^I = \varphi_H + j_I \cdot j_{II} \cdot \varphi_H \cdot \frac{z_4 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_1} = \varphi_H \left(1 + j \cdot \frac{z_4 \cdot z_2}{z_3 \cdot z_1} \right)$				

$$j = j_I \times j_{II} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times (1 \quad -1 \quad 1) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Следует ожидать, что предложенный подход для определения u_{IH} ПР даст удовлетворительные результаты для дифференциалов с $W=2$, применяемых в ГОМТ. Формальная схематизация проводимых выкладок и расчетов позволит в дальнейшем найти пути автоматизации и стандартизации проектирования ПР и дифференциалов с возможным применением аппарата теории графов. Здесь предполагается решать с помощью графов не только сформулированные геометрические (компоновочные) задачи, а и задачи определения направления и величин потоков мощности, проходящих через звенья ГОМТ. В этих задачах важное значение будет иметь разработанный подход определения углов поворота всех звеньев

механизма $\phi_{1,2,3,4,H}$, для последующего нахождения угловых их скоростей и передаточных чисел.

Важные задачи оптимизации ПР и дифференциалов перечислены в табл. 7. Они усложнены, по сравнению с обычными задачами поиска экстремума, наличием целочисленных неизвестных $z_1 \dots z_4$ – количеством зубьев шестерен. Математические приемы и хитрости решения таких задач [10] не в полной мере адаптированы к проектированию ПР – методы сомножителей и коэффициентов [8], не дают, в общем случае, однозначного решения, или же определяют локальный экстремум вместо глобального. Только в некоторых случаях удается продуктивно использовать подходы [10] – как будет показано ниже, для автоматического выполнения условия сборки, табл. 1, достаточно принять количество зубцов центральной шестерни z_I кратным количеству сателлитов K .

Таблица 7

Возможные (под-) задачи оптимизации, решаемые на основе предлагаемого метода

№	Критерии оптимизации ПР		Пояснения
1	КПД $\rightarrow \max$		Важно для задач с большими u_{IH} или u_{HI}
2	Стоимость изготовления $\sum z_i \rightarrow \min$		Традиционные задачи установки и проектирования одного узла (ПР) в механическую систему - трансмиссию
3	Габаритный размер $z_i \pm z_k \rightarrow \min$		
4	«Толщина» редуктора $L \rightarrow \min$		
5	Равномерность загрузки и использования ступеней ПР		Для схемы 1111: $\frac{ z_1 z_2^{-1} - z_3 z_4^{-1} }{z_1 z_2^{-1}} \rightarrow \min$
6	Суммарная массивность сателлитов $\rightarrow \min$		$K_I \cdot z_I^2 + K_{II} \cdot z_2^2 \rightarrow \min$
7	Конструктивные	Выбор конфигурации водила	Вопросы прочности водила и его привода – подшипникового узла
8		сложная, табл. 4	
9 и др.		консольная	Можно получить графическое решение за счет уменьшения количества целочисленных неизвестных до 2, например, схема $\bar{A}\bar{I}$, табл. 1

В общей постановке проектировочной задачи ПР, или при ее многокритериальности нужно применять методы прямой оптимизации. Для демонстрации такого подхода, в данном случае самого простого метода перебора решений, (также метод прямой оптимизации, т.к. не требуется определения производных целевой функции) рассмотрим пример из [8], рис. 3, где приведен полный текст MathCad-программы и результат ее работы. Составление, отладка и применение такой программы, как видно из рис. 3, не вызывает затруднений, а результат очевиден – алгоритм позволяет найти «лучшие» экстремумы (минимумы), чем применяемый метод сомножителей [8, с.16]. Другими словами, из большого количества возможных комбинаций сомножителей компьютер, благодаря логическим действиям, легко выбирает самые нужные, которые затем реально сравнивать по критериям оптимизации. Так, найденные экстремумы в 2 случаях из 3 превосходят решение [8], а третьем случае (по максимальной высоте ПР) – решения совпадают.

В программировании считается дурным тоном использование многократно вложенных циклов, поэтому в приводимой, рис. 3, программе из условий постоянства u_I и соосности исключается неизвестное z_4 , и подставляется получаемая зависимость $z_3 = z_3(z_1, z_2)$. Чем и достигается применение всего 2 вложенных циклов вместо 4 (по количеству неизвестных). Время работы современных ПЭВМ в обоих рассмотренных вариантах вложенных циклов незначительно. Перед составлением общей проектировочной программы для всех простейших ПР проверим работу предлагаемого метода на остальных, отличающихся друг от друга схемах, рассмотренных в [8]. Результаты их работы приведены на рис. 4. Как видно из рис. 4а, найденные решения по предлагаемому алгоритму и методике [8] полностью совпадают. Для

рассмотренной не симметричной схемы, рис. 4б, получено подтверждение найденного в [8] решения, как локального минимума и найден более приемлемый вариант из изготовления ПР меньшей стоимости, а именно – с суммарным числом зубьев 208. читаем, что рассмотренных примеров достаточно для апробации разработанной методики в виду применения в ней более всестороннего подхода, дающего лучшие результаты.

Определение оптимальных параметров планетарного механизма АА

Исходные данные:

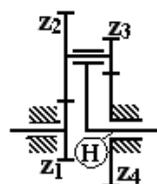
Задаваемое передаточное отношение (меньше нуля) $u_{1H} := \frac{-1}{24}$ ORIGIN:= 1
 Количество сателлитов $k := 3$ TOL =
 Коэффициент f
 $f=1$ если зуб имеет головку высотой равной модулю
 $f=0,8$ если зуб укороченный $f := 1$
 Максимальное кол-во зубьев на шестернях №1 и 2 $z_{12max} = 100$

```

A := | v ← 0
      for z1 ∈ 17..z12max
        for z2 ∈ 17..z12max
          z3 ← (z1 + z2) / (1 + (1 - u1H) * (z1/z2))
          z4 ← z1 + z2 - z3
          if (|sin(π * z3)| < TOL^2) ∧ ((z2 + 2 * f) / (z1 + z2) < sin(π / k)) ∧ ((z4 + 2 * f) / (z3 + z4) < sin(π / k))
            v ← v + 1
            a ← [z1 z2 z3 z4 [z1 + (z2 + z3) * k + z4] (z1 + z2) (max(z1 + 2 * z2, z4 + 2 * z3))]ᵀ
            V(v) ← a
    Vᵀ
    
```

Возможные варианты компоновки планетарного редуктора АА

	z1	z2	z3	z4	∑z	a _w	h _{max}
	1	2	3	4	5	6	7
1	32	100	99	33	662	132	232
2	34	85	84	35	576	119	204
3	36	75	74	37	520	111	186
4	39	65	64	40	466	104	169
5	44	55	54	45	416	99	154
6	48	50	49	49	394	98	148
A = 7	49	49	48	50	390	98	147
8	54	45	44	55	376	99	144
9	64	40	39	65	366	104	144
10	74	37	36	75	368	111	148
11	84	35	34	85	376	119	154
12	96	100	98	98	788	196	296
13	98	98	96	100	780	196	294
14	99	33	32	100	394	132	165



Решение по [8]
 Найденные минимумы

Рис.3. MathCad-программа и результат ее работы по схеме ПР 1111. Критерии оптимизации: ∑z – стоимость изготовления; a_w - межосевое расстояние; h_{max} – высота ПР.

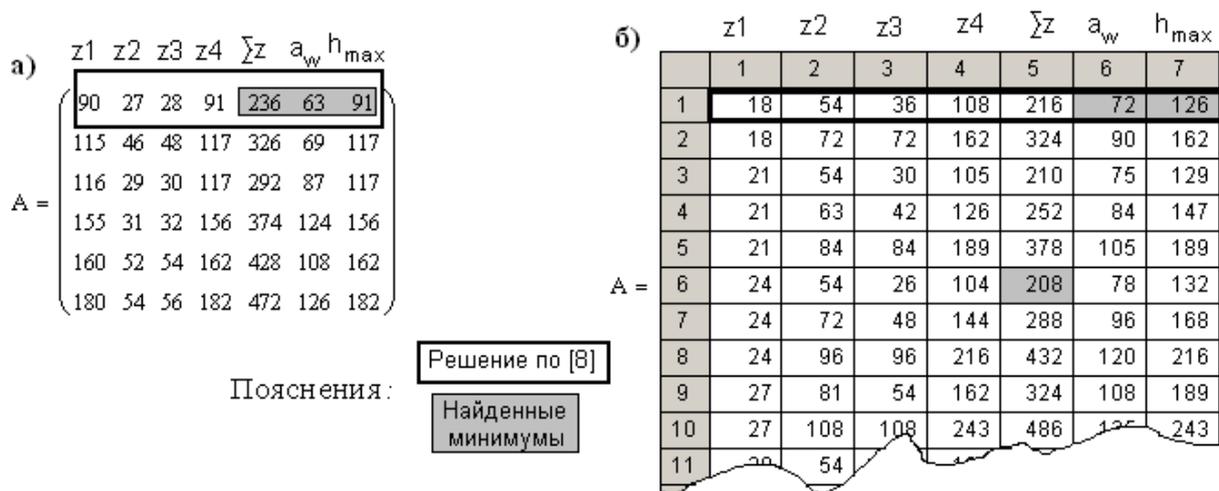


Рис.4. Результаты работы MathCad-программы по схемам ПР: а) 0110; б) 1110. Критерии оптимизации – те же, что и на рис. 3.

Выводы

- Разработана методика проектирования ПР, определяющая оптимальное количество зубцов шестерен методом прямого перебора всех возможных решений.
- Получены общие условия бинарной классификации простейших ПР.
- Произведено сравнение критериев оптимизации проектируемых редукторов и определены варианты соединения и сравнения различных критериев.
- Показан вариант выбора нужной схемы простого ПР на основе сравнения полученных оптимальных решений (габаритов, КПД, стоимости изготовления) различных схем.
- Подтверждена обобщенная формула передаточного отношения простейших ПР.

Литература

1. Таран И.А. Научное обоснование новых технических решений по совершенствованию трансмиссий шахтного дизелевоза. – Дисс. докт. техн. наук, 05.05.06. «Горные машины», Дн-ск, 2012, НГУ, 415с.
2. Таран И.А., Клименко И.Ю. Инновационный математический инструментальный сравнительного анализа трансмиссий транспортных средств// Науковий вісник НГУ- 2014.- №3.
3. Конвай А.К., Кононова Е.Г., Трубицин М.Н. Симплексный метод Нелдера-Мида – модификации, усовершенствование, использование /ДГИ.- Днепропетровск, 1987.- 79с.- рус.-Деп. В УкрНИИНТИ 15.01.87, № 392-Ук-87.
4. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин.- М.: Машиностроение, 1967.- 508с.
5. Гавриленко В.А. Теория механизмов.- М.: Высшая школа, 1973. – 511с.
6. Литвин Ф.Л. Справочник конструктора точного приборостроения.- М.-Л.: Издательство «Машиностроение», 1964.-944с.
7. Сторожев В.П. Механические передачи.- К.: Алерто, 2005. – 783 с.
8. Методичні вказівки до виконання курсового проекту з ТММ /проектуювання планетарних передач/ для студентів III курсу механічних спеціальностей. /Укл. Огурицов М.І., Настечик М.П., Скочко Л.П. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 1994. – 30с.
9. Антофиль А.М. Теория механизмов и машин.- М.: Высшая школа, 1961. – 254с.
10. Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах.- М.: Наука, 1983. – 63с.