УДК 622.776

И.К. МЛАДЕЦКИЙ, д-р техн. наук,
С.Н. ДАЦУН
(Украина, Днепр, Государственное ВУЗ "Национальный горный университет")

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ ПРОБЫ

Отобрать пробу из забоя, значит отбить некоторые куски полезного ископаемого. На этом основании строились количественные связи между массой пробы и крупностью кусков (гранул) отбираемых в пробу. Но стоит отбить кусок, как он уже не является представительным для всего массива или месторождения в целом или некоторой его части. Это понимали все, кто изучал вопросы формирования проб, и при глубоком анализе связывали массу пробы с текстурно-структурными признаками полезного ископаемого на экспериментальном уровне. Таким образом, кусок (частица, гранула) есть некоторое представление о массиве. Отсюда следует что, отбирая пробу, необходимо знать, что куски представляют собой как элемент массива, а также проба всегда формировалась из кусков, а значить опробование всегда велось путем отбора кусков полезного ископаемого, то есть было покусковым.

Каждый кусок всегда отличается от массива тем, что он имеет большее или меньшее содержание ценного компонента по сравнению со средним по массиву. Таким образом, количество кусков отбираемых в пробу зависит от раскрытия ценного минерала в этих кусках.

Раскрытие характеризуется функцией распределения фракций F(α), которая, в свою очередь, зависит от соотношения размеров частиц и показателей текстурно-структурных признаков. Итак, если предполагается проведение опробования неисследованного массива, то определение минимальной массы пробы должно проводиться по определенной методике:

1. Изучение текстурно-структурных показателей.
2. Изучение гранулометрического состава массива.
3. Вычисление (определение) раскрытия ценного минерала.
4. Вычисление количества кусков, отбираемых в пробу.
5. Определение объема (массы) пробы.
6. Определение эмпирических коэффициентов в формуле.

$$q = Kd^{a}\,. \qquad (1)$$

Допустим, что подлежит опробованию руда, поступающая в бункер. Для определения текстурно-структурных показателей необходимо брать куски по размеру намного больше, чем размеры рудных и нерудных прослоев. Для этого достаточно взять один большой кусок из забоя в карьере, который отрабатывается.

Изучение текстурно-структурных признаков

Показателями свойств сырья являются текстурно-структурные признаки: вкрапление ценного компонента ($d_{ВК}$) и размеры рудных, мало-рудных и нерудных прослоев (L_P, L_{MP}, L_H).

Опробование производят от монолитного массива или от состоящего из сыпучего материала. От монолитного массива при опробовании откалывают куски и из них формируют пробу. В зависимости от соотношения размеров кусков и текстурно-структурных признаков, куски могут быть открытым рудным или нерудным минералом или сростком. Содержание ценного минерала в сростках изменяется от минимального значения α_{MIN} до максимального $\alpha_{МАКС}$ ($\alpha_{MIN} < \alpha < \alpha_{MAX}$) в зависимости от соотношения размеров кусков и текстурно-структурных признаков полезного ископаемого. Когда размеры частиц лежат в пределах $L_{вк} < d < 2L_{вк}$, то содержание ценного компонента будет максимальным при $d = L_{вк} + d_{вк}$. В этом случае соседнее зерно вкрапления принадлежит частице с максимально возможным содержанием в ней ценного минерала.

$$\alpha_{MAX} = \left(\frac{2d_{вк}}{r_{вк} + 2d_{вк}} \right)^3 .$$

Если в частице всего одно зерно, а расстояние между зернами вкрапления двойное, то минимальное содержание ценного минерала

$$\alpha_{MAX} = \left(\frac{d_{вк}}{2r_{вк} + d_{вк}} \right)^3 .$$

Обобщая эти рассуждения для частиц любого дискретного размера ($nL_{вк}$), определим пределы изменения содержания в них ценного минерала:

$$\left(K \frac{n d_{BK}}{r_{BK} + nL_{BK}} \right)^3 \le \alpha \le \left(K \frac{(n+1) d_{BK}}{d_{BK} + nL_{BK}} \right)^3 ,$$

где, K – коэффициент, учитывающий фактор формы вкрапления.

Определив значение размера куска, в котором разность содержаний ценного минерала между максимальным и минимальным значениями несущественна, получим минимальный кусок, который по свойствам не отличается от монолита.

Изучение гранулометрического состава

В этом случае соотношение между содержанием класса и фракции и минимальной массой составят:

$$p(\alpha_j / d_i) p(d_i) = \frac{C d_i^3 \delta_j}{m_П}.$$

На основании данного соотношения при усреднении, получаем:

$$\sum_j \sum_i \; p(\alpha_j / d_i) p(d_i) \frac{C d_i^3 \delta_j}{p(\alpha_j / d_i) p(d_i)} = \sum_j \sum_i C d_i^3 \delta_j = m_П ,$$

где $C = (\frac{k\varepsilon_И}{\varepsilon_З})^3$.

Когда для каждого измерения регламентируется своя точность измерения и заданная точность, тогда под символ суммы переходят и точностные характеристики

$$\sum_j \sum_i C_{ij} d_i^3 \delta_j = m_П , \quad C_{ij} = (\frac{k\varepsilon_{ijИ}}{\varepsilon_{ijЗ}})^3 .$$

Таким образом, при определении минимальной массы пробы для исследования функций распределения параметров полезного ископаемого необходимо суммировать значения параметров, характеризующих узкие классы.

Поскольку для анализа раскрытия в свою очередь необходимо опробование, для которого необходимо знать минимальную массу, которую определяют на основании закономерностей распределения ценного компонента, то для разрешения такого противоречия следует воспользоваться экспериментальным поиском. Суть такого поиска состоит в следующем.

От массива измельченного полезного ископаемого отбирают пробу в количестве, которое определено на основании опыта опробования – q_1.

Выполняют фракционный анализ и получают функцию раскрытия – $F_1(\alpha)$.

Отбирают вторую, например, большую пробу – q_2.

Снова выполняют фракционный анализ и получают – $F_2(\alpha)$.

В соответствии с полученными функциями проверяют их на идентичность в соответствии, например, критерием χ^2-Пирсона:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{F_1(\alpha_i) - F_2(\alpha_i)}{F_1(\alpha_i)})^2 .$$

Затем по таблицам распределения χ^2-Пирсона, для заданной доверительной вероятности $P_{ДОВ}$ и количестве интервалов фракционного анализа n определяют теоретическое значение критерия $\chi_T^2 = f(P_{ДОВ}, n)$ и если $\chi_T^2 > \chi^2$, то расхождение между функциями $F_1(\alpha)$ и $F_2(\alpha)$ несущественное, следует продолжить поиск минимальной массы пробы. Так как вторая проба была большей, то следует взять третью пробу меньшей массы, чем первая. Снова выполнить фракционный анализ и найти функцию $F_3(\alpha)$. Проверить соответствие функций $F_1(\alpha)$ и $F_3(\alpha)$. И если $\chi_T^2 < \chi^2$, то первая проба будет и минимальной.

Вычисление раскрытия ценного минерала

В богатой фракции будут находиться куски руды образованные из богатых прослоев, а в бедной те частицы, которые образованы из нерудных и малорудных прослоев. Таким образом, смешанные и нерудные прослои объединены в малорудные прослои:

$$l_{MP} = l_C + l_H .$$

С целью установления связи крупности частиц и возможного в них содержания магнетита выполнены такие рассуждения. По мере увеличения размера кусков в них может быть несколько рудных или нерудных прослоев. По этой причине куски $d > l_P$ и $d > l_H$ уже не могут принадлежать к открытым фракциям они обязательно являются сростками.

Когда размер куска $d = l_P$, то максимально возможное содержание магнетита в нем α_P.

Когда размер куска $d = l_H$, тогда минимально-возможное содержание магнетита в нем составляет α_H.

Когда размер куска $l_P < d < l_H$, то максимально возможное содержание магнетита в нем будет

$$\alpha_{MK} = \frac{l_P}{l_P + l_{MP}} \alpha_P .$$

Увеличение размера куска приводит к тому, что кусок может включать 2 рудных прослоя и один малорудный, тогда

$$\alpha_{MK} = \frac{2l_P \alpha_P}{2l_P + l_{MP}} .$$

Аналогичные дальнейшие рассуждения показали, что богатый кусок руды в общем случае включает на один рудный прослой больше по сравнению с бедным (максимально возможное содержание ценного минерала). А бедный кусок содержит на один нерудный прослой больше по сравнению с богатым (минимально возможное содержание ценного минерала):

Таким образом, при изменении размера кусков наблюдается зависимость предельных значений содержания в них магнетита. Таких предельных показателей два:

– минимально-возможное:

$$\alpha_{MIN} = \frac{nl_P\alpha_P + (n+1)l_H\alpha_H}{nl_P + (n+1)l_H};$$

– максимально-возможное:

$$\alpha_{MAX} = \frac{nl_H\alpha_H + (n+1)l_P\alpha_P}{nl_H + (n+1)l_P}.$$

Разность между этими двумя величинами уменьшается по мере увеличения размера кусков. Размер кусков выражен в количестве прослоев: чем больше прослоев (величина *n*), тем больше размер куска.

Итак, общее количество каждой из четырех фракций по всем классам крупности кусков руды определяется путем суммирования приращений и составит:

– открытых кусков из рудного прослоя (рудных зерен):

$$P_{PЗ} = \frac{l_P}{l_{MP} + l_P}\sum_{i=1}^{k}(1 - \frac{d_i}{l_P})\Delta F(d_i);$$

- открытых кусков из нерудных прослоев (нерудные зерна):

$$P_{НЗ} = \frac{l_{MP}}{l_P + l_{MP}}\sum_{i=1}^{k}(1 - \frac{d_i}{l_{MP}})\Delta F(d_i);$$

– промежуточных фракций:

• богатых (рудных сростков)

$$P_{PC} = \frac{l_P}{l_P + l_{MP}}(\sum_{i=1}^{k}\frac{d_i}{l_P}\Delta F(d_i) + (F(3l_P) - F(l_P))) + (1\text{-} F(3l_P));$$

• бедных сростков

$$P_{HC} = \frac{l_H}{l_P + l_{MP}}(\sum_{i=1}^{k}\frac{d_i}{l_H}\Delta F(d_i) + (F(3l_{MP}) - F(l_{MP})),$$

где $\Delta F(d)$ – приращение функции распределения кусков руды по крупности.

Вычисление количества кусков, отбираемых в пробу. Определение объема пробы

С тем, чтобы что-то произвести с полезным ископаемым, его отделяют от залежи и, в результате такого отделения, масса становится состоящей из кусков, кусочков, частиц. Эти эпитеты употребляют в зависимости от размера кусков в массиве. Куски – это отбитая масса в забое. Кусочки – различная степень дробления. Частицы – измельченный материал. Все это будет характеризоваться различной степенью подготовки сырья к дальнейшей переработке. Итак – степень подготовки характеризует гранулометрический состав. Степень подготовки зависит от значений обогатительных признаков полезного ископаемого. Независимо от размера гранул, подготовленный материал будет иметь в каждом классе крупности некоторое распределение гранул по фракционному составу. Крайние фракции это открытый рудный и нерудный минерал, т.е. открытые рудные (*РЗ*) и нерудные (*НЗ*) зерна. Все остальные фракции являются промежуточными – сростками. Поскольку обогатить сырье означает получить продукт, у которого среднее содержание ценного минерала больше чем в исходном ($\alpha_И$), то исходное содержание является мерилом принадлежности фракции к богатой ($\alpha > \alpha_И$), или бедной ($\alpha < \alpha_И$) части сырья. Больше никаких естественных границ для выделения фракций нет, поэтому эти две промежуточные фракции назовем богатыми сростками (*РС*) и бедными сростками (*НС*). Таким образом, весть диапазон изменения содержания ценного минерала в частицах разбит на четыре фракции.

Покусковое опробование производится путем отбора отдельных кусков полезного ископаемого из массива таким образом, чтобы равномерно принял участие в пробе весь массив а так же чтобы каждая фракция приняла участие в пробе в соответствии со своим содержанием в массиве. Однако, отдельно взятый кусок будет принадлежать к одной из фракций и поэтому будет недостоверно характеризовать массив. Следовательно, должна быть некоторая методика, которая будет гарантировать, что набранная проба достоверно характеризует весь массив.

В соответствии с параметрами раскрытия выбираем фракцию с наименьшим содержанием. Допустим, что это будет наиболее богатая фракция, а содержание ценного минерала невысокое, т.е. открытые рудные зерна – $P_{РЗ}$.

Отбор кусков из массива – это последовательность случайных событий. В каждом из испытаний с вероятностью $P_{РЗ}$ отбирается рудное зерно, а с вероятностью $1 - P_{РЗ}$ – все остальные. При большом числе испытаний в пробе окажутся все фракции и в количестве достаточном для корректной оценки показателей полезного ископаемого. В такой постановке процесс отбора кусков подчиняется закону Бернулли. И необходимое количество испытаний n (количество кусков) может быть определено по формуле Бернулли

$$P_{РЗ} = C_n^m P_{РЗ}^m (1 - P_{РЗ})^{n-m},$$

где, C_n^m – количество сочетаний из n по m (числа ц); m – желаемое количество благоприятных исходов.

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!} \ .$$

Но т.к. $m = n * P_{P3}$ и $m + (n-m) = n$, то

$$P_{P3} = C_n^{nP_{P3}} P_{P3}^{nP_{P3}} (1 - P_{P3})^{n(1-P_{P3})} \ .$$

Таким образом, количество гранул, отбираемых в пробу, зависит от содержания принятой к рассмотрению фракции в массиве, количество которой, в свою очередь, зависит от текстурно-структурных признаков полезного ископаемого и от крупности гранул. Чем больше содержание фракции, тем меньше размер пробы. В пределе, когда все гранулы с одинаковым содержанием ценного минерала, то достаточно взять в пробу одну. Чем меньше содержание ценного минерала в массиве – тем больше объем пробы, что естественно, поскольку отбор богатых частиц в таком случае редкое событие.

Размер гранул и показатели текстурно-структурных признаков руды интегрально входят в показатели раскрытия, поэтому в явном виде при определении количества гранул, отбираемых в пробу, не участвуют, т.е. если средний размер гранул или 10, или 0,1 мм количество гранул будет одинаковым. Отсюда также следует, что чем меньше средняя крупность частиц, тем меньше минимальный объем пробы.

Таким образом, чтобы перейти к объемным и массовым величинам необходимо количество гранул связать с размером этих гранул. Поскольку показатели раскрытия вычисляются для всего диапазона крупностей, то целесообразно воспользоваться средней крупность гранул – $\bar{d}$. И, в предположении, что гранулы близки по форме к шарообразной, то предполагаемый объем пробы будет представлен как:

$$V = \frac{\pi \bar{d}^3}{6} n \ .$$

Поскольку отбор пробы является случайным процессом, то количество гранул должно быть скорректировано дисперсией этого процесса.

Для распределения Бернулли дисперсия выражается соотношением

$$\sigma^2 = (nP_{P3})^2 = nmP_{P3} \ .$$

И согласовано с заданной дисперсией измерения $\sigma_З^2$, т.е.

$$V = \frac{\pi \bar{d}^3}{6} n \frac{\sigma^2}{\sigma_З^2}.$$

Распределение фракций, в свою очередь, должно быть скорректировано дисперсией распределения содержания ценного минерала.

$$\bar{\alpha}_{MAX} = \sum_d \alpha_{MAX}(d) P(d),$$

$$\bar{\alpha}_{MIN} = \sum_d \alpha_{MIN}(d) P(d).$$

Тогда дисперсия содержания может быть представлена как:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\bar{\alpha}_{MAX} - \bar{\alpha}_{MIN}}{4},$$

и согласована с заданной дисперсией – $\sigma_{\alpha З}^2$. В результате минимальный объем будет равен:

$$V = \frac{\pi \bar{d}^3}{6} n \frac{\sigma^2}{\sigma_З^2} \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_{\alpha З}^2}.$$

Можно считать, что крупные сростки ограничены содержанием ценного минерала $\alpha_{MIN} \le \alpha \le \alpha_{MAX}$, что обусловлено содержанием ценного минерала в богатых и бедных прослоях текстуры руды.

При увеличении крупности материала содержание ценного компонента в нем стремится к единственному значению – $\alpha_И$, и количество кусков, отбираемых в пробу стремится к одному: $n \to 1$.

Итак, с уменьшением крупности дробления увеличивается раскрытие за счет текстурных признаков и дисперсия содержания ценного минерала в частицах увеличивается, хотя количество сростков обоих видов не изменяется. Следовательно, размер пробы зависит в большей степени от крупности дробления.

Дальнейшее снижение крупности дробления приводит к тому, что появляются частицы с максимальным содержанием ценного минерала в богатых сростках и минимальным в бедных. Дисперсия качества снова изменяется и количество частиц, отбираемых в пробу, также изменяется

Наконец, когда раскрываются вкрапления, то появляются открытые зерна обоих видов фракций и дисперсия содержания ценного минерала в частицах достигает максимального значения в области малых значений крупности. Однако, в этом случае уже оказывает влияние размер вкрапления.

Итак, размер пробы в первую очередь зависит от крупности помола полезного ископаемого, но затем уже зависит от текстурно-структурных признаков и содержания ценного минерала. Последние показатели можно группировать как принято в обогащении полезных ископаемых на: хорошо-, средне- и плохообогатимые и для них ввести поправочные коэффициенты.

Определение эмпирических коэффициентов в формуле

Принятая для определения массы пробы формула (1), в которой подбираются два коэффициента. Предположим, что известны текстурно-структурные признаки руды и для двух значений крупности можно записать

$$Kd_1^{\alpha} = \frac{\pi}{6} d_1^3 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_3^2};$$

$$Kd_2^{\alpha} = \frac{\pi}{6} d_2^3 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^2}.$$

Из этих двух уравнений определим значения эмпирических коэффициентов.

$$d_1^3 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_3^{\alpha}} = d_2^3 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^{\alpha}}.$$

Отсюда определяем коэффициент α:

$$\alpha = 3 - \frac{2\ln\sigma_2 - 2\ln\sigma_1}{\ln d_1 - \ln d_2}.$$

А второй коэффициент определится как:

$$K = \frac{\pi}{6} d_2^{3-\alpha} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^2}.$$

Таким образом, задавшись показателями текстурно-структурных признаков руды и требуемой точности определения показателей этой руды найдем эмпирические коэффициенты в уравнениях минимальной массы пробы. Это будет минимальная масса точечной пробы.

Список литературы

1. Кармазин В.В., Младецкий И.К., Пилов И.К. Расчеты технологических показателей обогащения полезных ископаемых: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГГУ, 2006. – 221 с.

2. Козин В.З. Универсальная формула минимальной массы пробы // Известия вузов, Горный журнал. – 2004. – №1. – С. 102-106.

3. Младецький І.К., Мостика Ю.С. Аналітичне визначення показників розкриття руди. – Дніпропетровськ: Системні технології, 1999. – 106 с.

Надійшла до редколегії 04.08.2016 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим