

**К.А. ЛЕВЧЕНКО**, канд. техн. наук,  
**П.И. ПИЛОВ, И.К. МЛАДЕЦКИЙ**, д-ра техн. наук  
(Украина, Днепропетровск, Государственное ВУЗ "Национальный горный университет")

## **МЕТОДИКА АНАЛИТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОБОГАЩЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

Обогащение полезных ископаемых предполагает последовательную реализацию минимум двух процессов: преобразование крупности полезного ископаемого и преобразование содержания ценного минерала. В обоих случаях имеют место функции распределения: по крупности и по содержанию. Конечный показатель обогащения это содержание ценного минерала в обогащенном продукте. Рассчитать технологические показатели, это значит определить функции распределения по крупности на выходе мельницы и классификатора, а также определить фракционную характеристику в сливе классификатора. Далее на основании этих зависимостей определить числовые характеристики разделения в сепараторах. Для таких расчетов необходимы адекватные математические модели технологических аппаратов и процессов преобразования сырья.

Для усиления коэффициента статического преобразования крупности материала измельчением применяют рециклы, в которых измельченный материал разделяется по крупности, а затем крупные частицы направляются на доизмельчение обратно в эту же мельницу, а мелкий класс считается достаточно подготовленным для разделения по какому-либо физическому признаку (рис. 1) В качестве разделителя по крупности применяют просеивающие поверхности (грохоты) и гидравлическую классификацию. Рассмотрим такого типа соединение.

Предположим, что цикл полностью разгружен, после подачи руды, имеем первый проход ее и после разделения в классификаторе получаем количество песков

$$q_{п1} = q_0(1 - \gamma_1),$$

где  $q_0$  – количество заданного класса крупности на входе измельчения;  $\gamma_1$  – выход продукта в слив классификатора.

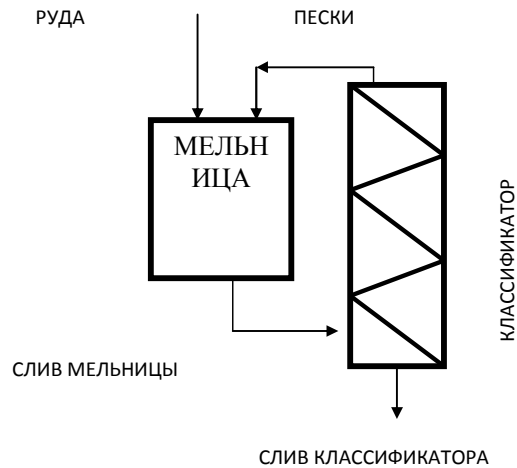


Рис. 1. Схема замкнутого цикла измельчения с классификатором

Второй проход включает поток руды и первый поток песков, т.е.

$$q_{П2} = q_0(1 - \gamma_1) + q_{П1}(1 - \gamma_2) = q_0(1 - \gamma_1) + q_0(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_2).$$

После третьего прохода руды с песками имеем:

$$q_{П3} = q_0(1 - \gamma_1) + q_0(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2) + q_0(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_3).$$

После  $N$  проходов руды с песками имеем

$$q_{ПN} = q_0 \sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^i (1 - \gamma_j). \quad (1)$$

Оценим изменение выхода продукта со слива классификатора. При наличии сепарационной характеристики классификатора  $P(d)$  и функции распределения частиц в сливе мельницы  $F(d)$  (дифференциальная функция –  $f(d)$ ), выход продукта в слив находят по известному соотношению:

$$\gamma = \int_0^{d_{\text{МАКС}}} P(d) f(d) \partial d.$$

Появление песковой нагрузки действует на функцию  $F(d)$  двояко. С одной стороны крупность песков ниже чем исходной руды и поэтому у входного потока крупность снижается, что влечет за собой уменьшение крупности в сливе мельницы. С другой стороны, расход продукта в мельницу увеличивается и это приводит к увеличению крупности в сливе мельницы. Эти два противоре-

## Загальні питання технології збагачення

чивых фактора вносят приблизительно одинаковое влияние и в результате крупность в сливе мельницы практически неизменна. Увеличивается только расход и, как следствие, расход тонкого продукта в слив классификатора увеличивается.

Моделирование процесса классификации в замкнутом цикле измельчения и экспериментальные исследования подтверждает сделанный выше вывод, что после первого прохода появление песков снижает крупность входного материала, но увеличивает скорость прохождения материала через мельницу. В результате крупность в сливе мельницы изменяется незначительно и поэтому можно предположить с достаточно малой погрешностью, что выход также незначительно изменяется в переходном процессе, и предположить, что  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \dots = \gamma_K = \gamma$ , тогда последовательность (1) есть геометрическая прогрессия со знаменателем  $(1 - \gamma)$  и поэтому сумма  $K$  членов прогрессии равна:

$$S = \frac{1((1 - \gamma)^K - 1)}{(1 - \gamma) - 1} = \frac{1 - (1 - \gamma)^K}{\gamma}.$$

Предел этой суммы при  $K \rightarrow \infty$  равен:

$$S = \lim \frac{1 - (1 - \gamma)^K}{\gamma} = \frac{1}{\gamma}.$$

Таким образом, количество песков стабилизируется и составляет  $q_{\text{пп}} = q_0 / \gamma$ .

Качественные изменения в замкнутом цикле измельчения рассмотрим следующим образом.

Классификация имеет разделительную характеристику  $P_K$  и преобразует исходную функцию распределения по крупности в соответствии с зависимостями:

- переход частиц фракции в слив  $p_C = P_K p_1$ ;
- переход части фракции в пески  $p_{\text{п}} = (1 - P_K) p_1$ ,

где  $p_1$  – содержание фракции крупности на входе классификатора.

Рассмотрим замкнутый цикл измельчения ЗЦИ, (рис. 1) и запишем уравнения баланса узких фракций крупности:

$$p_C = P_K p_1, \quad p_1 = A(p_0 + p_{\text{п}}), \quad p_1 = p_C + p_{\text{п}}$$

Необходимо идентифицировать три продукта, и имеем три уравнения. Решение единственно. Путем подстановки найдем зависимость  $p_C = f(p_0)$ , где  $f$  будет включать в себя действия с операторами элементов системы:  $A, P_K$ . Пер-

## **Загальні питання технології збагачення**

воначально отримуємо:

$$p_c = P_K A \left( p_0 + p_c \frac{1 - P_K}{P_K} \right),$$

із якого маємо шукану залежність

$$p_c = \frac{P_K A}{1 - A(1 - P_K)} p_0,$$

а оператор ЗЦІ буде

$$P_{\text{ЗЦІ}} = \frac{p_c}{p_0} = \frac{P_K A}{1 - A(1 - P_K)}. \quad (2)$$

Маємо залежність, що відповідає зв'язкам з зворотним зв'язком.

Однак оператор дроблення  $A_i$  залишається невизначеною величиною, оскільки залежить від режимних параметрів дроблення.

Використаємо рівняння Риттинґера для моделювання процесу дроблення, на основі якого, виконавши зворотне перетворення, отримаємо основне рівняння технологічного перетворення частин дроблення:

$$d_{\text{ВВХ}} = \frac{Q d_{\text{ВХ}}}{k d_{\text{ВХ}} \delta_{\text{П}} + Q}, \quad (3)$$

де  $d_{\text{ВВХ}}$ ,  $d_{\text{ВХ}}$ ,  $Q$  – розмір частин на вході та виході дроблення, масова продуктивність дроблення;  $\delta_{\text{П}}$  – густина пульпи в дробильнику;  $k$  – емпіричний коефіцієнт, що залежить від властивостей руди.

Таке перетворення необхідно, щоб замість функції виходу дроблення, використати функцію входу.

Припустимо, що на вход дробильника надходить руда з функцією розподілу за розміром частин  $f_{\text{ВХ}}(d)$ .

Аналізуючи дроблення, можна скористатися гіпотезою, що кожен вузький клас розміру частин дробиться незалежно від інших. На основі цього проаналізуємо дроблення всіх класів розміру частин окремо.

Візьмемо деяку функцію розподілу частин при руйнуванні окремої частини  $F(d/d_i)$ . Далі, додавши ці функції розподілу знову отриманих класів, отримаємо розподіл частин на виході дроблення.

В розгорнутому вигляді запропонований алгоритм ідентифікації вихідної функції розподілу частин за розміром частин  $f_{\text{ВВХ}}(d)$  буде таким.

## Загальні питання технології збагачення

Диапазон крупности входного потока разбиваем на узкие классы  $\Delta d_i$  и полагаем, что средние значения интервала –  $d_i$  полностью представляют весь интервал. С помощью соотношения (1) определяем каким значением средней крупности  $d_{B\Delta X_i}$  будет представлена крупность  $d_i$ . С помощью, например такой структуры  $F_i(d) = 1 - \exp(-\frac{dd_{B\Delta X_i}}{d_i(d_i - d)})$ . Задаем ей параметры так, чтобы распределение  $F(d/d_i)$  имело среднюю крупность  $d_{B\Delta X_i}$ .

Количество материала, получаемого из класса  $d_i$ , определяется величиной  $d_{B\Delta X_i}$  и составляет

$$\Delta F(d_i) = \int_{d_{i-1}}^{d_i} f_{BX}(d) \partial d .$$

Количество материала узкой фракции крупности  $d_j$  в сливе мельницы будет складываться из

$$\Delta F(d_i) = \int_{d_{i-1}}^{d_i} f_{BX}(d) \partial d .$$

Количество материала узкой фракции крупности  $d_j$  в сливе мельницы будет складываться из

$$\Delta F(d_j) = \sum_{i=j}^k (F(d/d_i) - F(d/d_{i-1})) \Delta F_{BX}(d_i) .$$

После этого можно определить оператор измельчения, как отношение содержаний узких одноименных классов крупности на выходе и входе измельчения:

$$A(d_j) = \frac{\Delta F(d_j)}{\Delta F_{BX}(d_j)} .$$

Величина  $P_{зци}$  может быть отрицательной, поскольку в знаменателе (2) стоит разность и вычитаемое может оказаться больше уменьшаемого. Такое положение будет говорить о том, что по этому классу крупности обратная связь отрицательная и его количество убывает в системе. Если же оператор  $A(d_j)$  больше единицы, то по данному классу крупности обратная связь положительная и количество такого класса увеличивается. В этом случае нужно изменить

## Загальні питання технології збагачення

знак в знаменателі на плюс. Виконимо розрахунок замкнутого циклу по пропонуваній методикі.

Допустимо, на вхід мельниці поступає руда з відомою функцією розподілення частин  $\Delta F_{BX}(d_j)$  і отримана функція розподілення частин на виході мельниці  $\Delta F(d_j)$  (табл. 1).

Таблиця 1

Исходные данные для расчета											
$d$	001	0,02	0,04	0,08	0,16	0,32	0,64	1,28	2,56	5,12	10,24
$\Delta F_{BX}(d_j)$	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,12	0,25	0,37	0,12
$\Delta F(d_j)$	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,25	0,2	0,02	0

Виконимо далі всі необхідні розрахунки по визначенню оператора ЗЦІ і вихідної характеристики його  $\Delta F_{CK}(d_j)$ . Всі розрахунки зведемо в табл. 2.

Таблиця 2

Расчетные результаты замкнутого цикла.											
$d$	001	0,02	0,04	0,08	0,16	0,32	0,64	1,28	2,56	5,12	10,24
$\Delta F_{BX}(d_j)$	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,12	0,25	0,37	0,12
$\Delta F(d_j)$	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,25	0,2	0,02	
$A_j$	2	1,5	2	3	4	5	6,7	2,08	0,8	0,05	
$P$	0,96	0,95	0,92	0,87	0,85	0,6	0,3	0,01	0	0	0
$1-P$	0,04	0,05	0,08	0,13	0,15	0,4	0,7	0,99	1	1	0
$A(1-P)$	0,08	0,075	0,16	0,39	0,6	2	4,7	2,06	0,8	0,05	0
$AP$	1,92	1,42	1,84	2,61	3,4	3	2,01	0,02	0	0	0
$1-A(1-P)$	0,92	0,925	0,84	0,61	0,4	-1	-3,7	-1,06	0,2	0,95	1
$1-A(1-P)_{ИСПР}$	0,92	0,925	0,84	0,61	0,4	4	5,7	3,06	0,2	0,95	1
$P_C$	2,13	1,53	2,19	3,5	8,5	0,75	0,35	0,0065	0	0	0
$\Delta F_{CK}(d_j)$	0,0212	0,0306	0,044	0,07	0,17	0,015	0,007	0,0008	0	0	0

Загальний вихід продукту в слив складе  $\gamma_{CK} = 0,3788$ . Кількість піскової навантаження  $\gamma_{П} = 1/\gamma_{CK} = 2,64$ . А гранулометричний склад нескладно визначити, якщо нормувати останню строку табл. 2.

Таким чином, методика розрахунку вихідних показувачів замкнутого циклу дроблення буде наступною.

1. Ідентифікуємо технологічну характеристику дроблення.
2. На основі сепаративної характеристики класифікатора визначаємо оператор ЗЦІ.
3. Визначаємо функцію гранулометричного складу на виході замкнутого циклу.

Далі необхідно визначити функцію фракційного складу, назовемо її функцією розподілення срістків в сливі класифікатора.

В роботі [1] приведені залежності, що дозволяють визначити таку функцію на основі розподілення по крупності, вмісту цінного мі-

## Загальні питання технології збагачення

нерала  $\alpha_{II}$  и размера его вкрапления  $d_{BK}$ . Закономерности раскрытия позволяют упростить такой расчет. Для этого вычисляются два показателя раскрытия  $P_{PЗ}$  и  $P_{HЗ}$  – содержание открытых рудных и нерудных зерен.

Дальнейшие вычисления функции фракционного состава связаны так.

– содержание богатых сростков:  $P_{PC} = \alpha_{II} - P_{PЗ}$ ;

– содержание бедных сростков:  $P_{HC} = 1 - \alpha_{II} - P_{HЗ}$  (рис. 2).

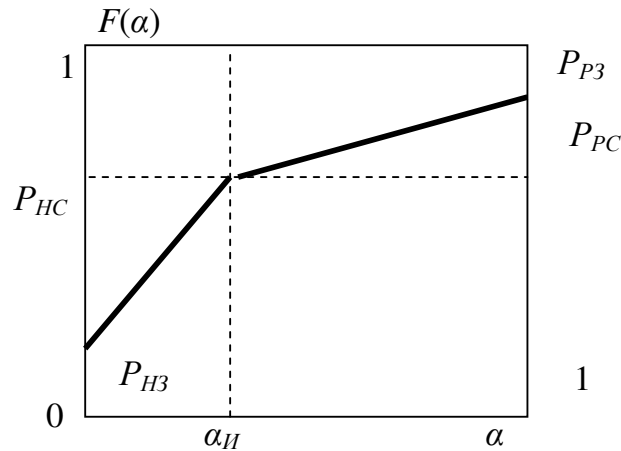


Рис. 2. Функция распределения сростков (фракционный состав)

На основании этих величин составляем уравнения отрезков (рис. 2), определяющих содержания фракций.

$$\frac{1 - \alpha_{II} - P_{HC}}{P_{HCi}} = \frac{\alpha_{II}}{\alpha_i},$$

$$P_{HCi} = \frac{\alpha_i}{\alpha_{II}} (1 - \alpha_{II} - P_{HC}), \quad 0 < \alpha_i < \alpha_{II},$$

$$\frac{P_{PC}}{P_{PCi}} = \frac{1 - \alpha_{II}}{\alpha_i - \alpha_{II}},$$

$$P_{PCi} = P_{PC} \frac{\alpha_i - \alpha_{II}}{1 - \alpha_{II}}, \quad \alpha_{II} < \alpha_i < 1.$$

Таким образом, функция раскрытия описывается по интервалам изменения содержания ценного минерала в сростках:

$$P = P_{HЗ}, \quad \alpha = 0;$$

$$P = P_{HCi} = \frac{\alpha_i}{\alpha_{II}} (1 - \alpha_{II} - P_{HC}), \quad 0 < \alpha_i < \alpha_{II};$$

## **Загальні питання технології збагачення**

$$P = P_{PCi} = P_{PC} \frac{\alpha_i - \alpha_{II}}{1 - \alpha_{II}}, \quad \alpha_{II} < \alpha_i < 1.$$

$$P = P_{P3}, \quad \alpha = 1.$$

Между  $P_{PC}$  и  $P_{HC}$  находится точка излома функции и поэтому, при переходе необходимы некоторые искусственные преобразования, например, сделать функцию фракционного состава неубывающей, а поскольку расчеты имеют дискретный характер, то назовем ее кумулятивной.

$$P_1 = P_{H3}, \quad \alpha = 0;$$

$$P_{HCi} = \frac{\alpha_i}{\alpha_{II}} (1 - \alpha_{II} - P_{HC}) + P_{H3}, \quad 0 < \alpha_i < \alpha_{II}; \quad i = \overline{2, n}, \quad n = \frac{\alpha_{II}}{\Delta\alpha},$$

$$P_{PCi} = P_{PC} \frac{\alpha_i - \alpha_{II}}{1 - \alpha_{II}} + P_{HCm}, \quad \alpha_{II} < \alpha_i < 1. \quad i = \overline{n, m}, \quad m = n + \frac{1 - \alpha_{II}}{\Delta\alpha},$$

$$P_m = 1 - P_{PCm}, \quad \alpha < 1;$$

$$P_{m+1} = 1, \quad \alpha = 1,$$

После таких действий содержание каждой узкой фракции получают путем вычитания предыдущего значения функции из последующего. Допустим  $\alpha_{II} = 0,35$ ,  $\Delta\alpha = 0,1$ . Получаем 10 интервалов и 11 значений границ интервалов. Поскольку функция имеет разрывы, то количество фракций будет также 11.

Таблица 3

$\alpha$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\Delta P_i$	$P_{H3}$	$P_2 - P_{H3}$	$P_3 - P_2$	$P_4 - P_3$	$P_5 - P_4$	$P_6 - P_5$	$P_7 - P_6$	$P_8 - P_7$	$P_9 - P_8$	$P_{10} - P_9$	$P_{11} = 1$
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Для определения показателей разделения достаточно иметь сепарационную характеристику соединения сепараторов, которая несложно составляется на основании правил, изложенных в работе [2].

Если показатели обогащения не удовлетворяют промышленным условиям, то сформированный технологический блок может служить действующей технологией, если же обогащенный продукт не удовлетворяет промышленным условиям, то он подвергается дальнейшему технологическому преобразованию и выходные показатели предыдущего блока являются входными показателями последующего.

Итак, аналитический расчет технологии обогащения ограничивается принципом Чечетта: измельчаем (первый этап), определяем показатели раскры-



## **Загальні питання технології збагачення**

тия и разделяем (второй этап), т.е. формирование и расчет технологии обогащения должен вестись по отдельным блокам.

### **Список литературы**

1. Младецкий И.К., Пілов П.І. Технологічні розрахунки у збагаченні корисних копалин: Навчальний посібник. – Дніпропетровськ, 2005. – 96 с.

2. Изучение влияния согласования характеристик сырья и сепаратора при создании разделительных блоков / К.А. Левченко, А.П. Горбачева, П.И. Пілов и др. // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2014. – Вип. 56(97). – С. 28-34.

© Левченко К.А., Пілов П.И., Младецкий И.К., 2014

*Надійшла до редколегії 02.09.2014 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом*