

А.К. СОКУР

(Украина, Днепропетровск, Государственное ВУЗ "Национальный горный университет")

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАДИАЛЬНОЙ СТРУИ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Одной из важнейших проблем углепереработки является повышение эффективности обогащения тонких классов углей (в особенности коксующихся) с учетом возрастающих требований к качеству товарного концентрата, обеспечения экономической и экологической эффективности технологических процессов, сокращения неоправданных потерь углей.

Анализ исследований и публикаций. Эффективное обогащение угольных шламов традиционными методами обогащения является проблематичным. В этой связи необходим поиск новых технических решений, основанных на новых приемах разделения шламовых продуктов по плотностям. Одним из таких решений может быть использование гравитационного сепаратора с разделительной гидроповерхностью [1].

Постановка задачи. Для оценки факторов, действующих при течении рассматриваемого типа струй, исследование параметров радиальной двухслойной струи рационально проводить в два этапа. На первом этапе для исследования формы струи будем считать, что жидкости в слоях идеальны и имеют одну и ту же плотность. На втором этапе рассмотрим задачу о смешении двух турбулентных струй с разными начальными скоростями. В данной научной статье приводится первый этап.

Изложение материала и результаты. Рассмотрим течение радиальной двухслойной струи идеальных жидкостей с одинаковыми плотностями, вытекающими параллельно или попутно из двух, расположенных одна над другой щелей (рис. 1). Учитывая геометрические особенности течения, а именно его оси симметричность, будем использовать цилиндрическую систему координат, ось которой проходит через условный центр течения и направлена вертикально вверх [2].

Предположим, что:

- рассматриваемая жидкость идеальна и несжимаема;
- рассматриваемая жидкость весома и на струю действует сила тяжести;
- рассматриваемая жидкость является капельной;
- течение является стационарным и установившимся;
- течение рассматривается на восходящем участке струи;
- нижняя граница струи описывается уравнением $x = f(r)$;
- функция $f(r)$ является возрастающей, непрерывной, монотонной и дифференцируемой.

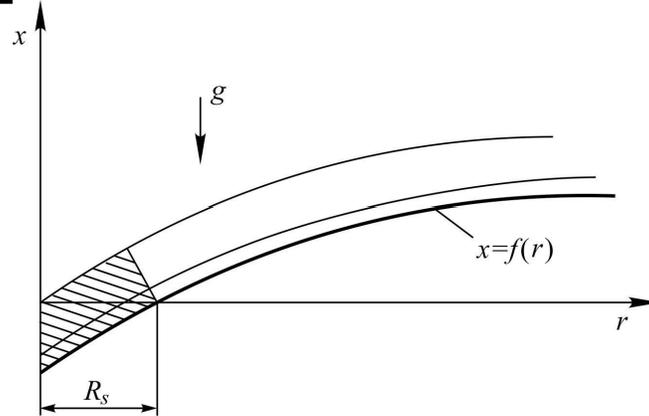


Рис. 1. Струя

С учетом принятых предположений, уравнения движения идеальной жидкости в рассматриваемой цилиндрической системе могут быть записаны в следующем виде [3]

$$\frac{\partial(rv)}{\partial x} + \frac{\partial(ru)}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(rv^2)}{\partial x} + \frac{\partial(rvu)}{\partial r} = -rg, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(rvu)}{\partial x} + \frac{\partial(ru^2)}{\partial r} = 0, \quad (3)$$

где v – проекция скорости на ось x ; u – проекция скорости на ось r ; g – ускорение свободного падения.

Учитывая произвольность в выборе функции $f(r)$, введем следующую систему координат:

$$s = r, \quad (4)$$

$$n = x - f(r), \quad (5)$$

использование которой позволяет преобразовать систему уравнений (1)-(3) к следующему виду:

$$\frac{\partial(su)}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[s \left(v - \frac{df}{ds} u \right) \right] = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(suv)}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[sv \left(v - \frac{df}{ds} u \right) \right] = -sg, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(su^2)}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[su \left(v - \frac{df}{ds} u \right) \right] = 0, \quad (8)$$

Система уравнений (4)-(8) дополняется кинематическими условиями на нижней и верхней границе струи [4]

$$v(n=0) = u \frac{df}{ds}, \quad (9)$$

$$v(n=h) = u \left(\frac{df}{ds} + \frac{dh}{ds} \right), \quad (10)$$

Интегрируя уравнение (6) по ширине струи, в пределах n от 0 до h , и учитывая производную от верхней границы интегрирования, получим

$$\int_0^h \frac{\partial(su)}{\partial s} dn = \frac{d}{ds} \int_0^h sudn - su \frac{dh}{ds}, \quad (11)$$

что с учетом кинематические равенства на границах струи (9) и (10), приводит к следующему выражению:

$$\frac{d}{ds} \int_0^h sudn = 0. \quad (12)$$

Таким образом, из формулы (12), следует, что при принятых условиях, расход жидкости, приходящийся на единичный угол, в струе рассматриваемого типа, сохраняется постоянным по длине струи

$$\int_0^h sudn = G = Const, \quad (13)$$

где G – расход жидкости, приходящийся на единичный угол.

В рамках принятых предположений, учитывая характерные размеры исследуемых струй жидкости (таблица), можно принять, что скорость постоянна по сечению струи [5], в этом случае из формулы (13) следует, что:

$$sUh = G. \quad (14)$$

Гравітаційна сепарація

Параметры сепаратора с разделительной гидроповерхностью

Параметры		Гидроповерхность (нижний поток)		Обогащаемый материал (верхний поток)	
		обозначения	значение	обозначения	значение
11.	Диаметр кругового сопла, м	D_n	0,5	$D_в$	0,5
22.	Размер щели кругового отверстия, мм	$d_{щн}$	2	$d_{щв}$	10
33.	Угол наклона струи, град.	α_n	0-30	$\alpha_в$	0-30
44.	Содержание твердого в пульпе, г/л	C_n	0	$C_в$	150-300
55.	Размер частиц, мм	d_n	–	$d_в$	0,5-3
66.	Плотность частиц, кг/м ³ : концентратных породных	$\delta_{кн}$	–	$\delta_{кв}$	1500
		$\delta_{пн}$	–	$\delta_{пв}$	1800
77.	Давление потока, МПа	P_n	0,01-0,03	$P_в$	0,015
88.	Скорость потока*, м/с	v_n	4-7	$v_в$	0-5
99.	Объем пульпы, м ³ /ч	Q_n	40-80	$Q_в$	280

Примечания: * – $v_n > v_в$.

Используя принятые выше условия и соответствующую последовательность действий, из интегрирования уравнения (8) получим

$$\frac{d}{ds} \int_0^h s u^2 dn = 0, \quad (15)$$

$$\int_0^h s u^2 dn = I = Const, \quad (16)$$

$$s U^2 h = I, \quad (17)$$

где I – импульс на единицу угла.

Из равенств (14), (17) следует, что

$$U = \frac{I}{G}, \quad (18)$$

$$h = \frac{G^2}{sI} = \frac{R_S}{s} h_0, \quad (19)$$

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{R_S h_0}{s^2}, \quad (20)$$

где h_0 – начальная ширина струи; R_S – радиус среза выходного сопла.

Гравітаційна сепарація

Таким образом, из формул (14)-(20), следует, что скорость в струе постоянна и не зависит от текущей координаты, а ширина струи обратно пропорциональна радиусу. При этом скорость сужения струи обратно пропорциональна квадрату радиуса, т. е. чем дальше от сопла, тем все медленнее сужается струя.

Зависимость (19) нетрудно использовать для оценки длины струи, при которой ее толщина будет равна диаметру вводимых в нее твердых частиц (табл., рис. 2):

$$H = \frac{K}{z}, \quad (21)$$

$$H = \frac{h}{d_s}, \quad (22)$$

$$K = \frac{h_0}{d_s}, \quad (23)$$

$$z = \frac{s}{R_S}, \quad (24)$$

где H – относительная толщина струи; d_s – диаметр частиц твердого материала, подаваемых в струю; z – относительное расстояние от оси струи до текущего сечения; K – величина z , при которой толщина струи будет равна d_s .

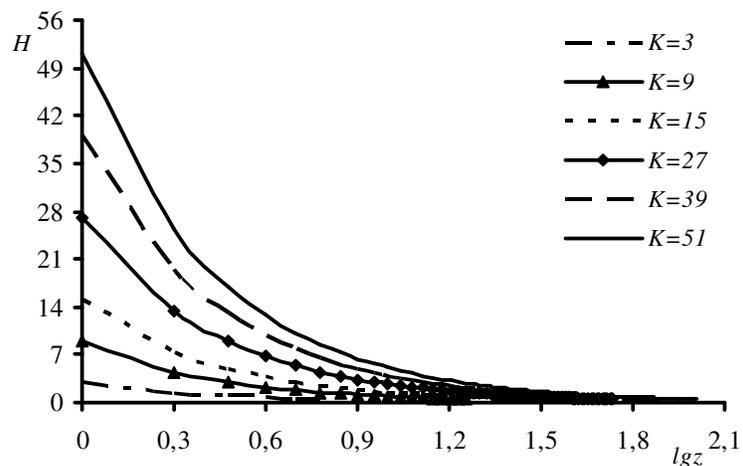


Рис. 2. Зависимость относительной толщины струи от текущей длины при различных начальных условиях

Интегрируя уравнение (7) с учетом уравнений (11) и кинематические равенства на границах струи (9)-(10), после выполнения соответствующей последовательности действий, получим

Гравітаційна сепарація

$$\frac{d}{ds} \left[UG \frac{df}{ds} + \frac{1}{2} UG \frac{dh}{ds} \right] = -\frac{gG}{U}, \quad (25)$$

откуда следует, что

$$\frac{df}{ds} + \frac{1}{2} \frac{dh}{ds} = -s \frac{g}{U^2} + C, \quad (26)$$

где C – константа интегрирования.

Учитывая выражение для скорости сужения струи (20) формула (26) может быть преобразована в дифференциальное уравнение первой степени с разделяющимися переменными относительно функции $f(s)$:

$$\frac{df}{ds} = \frac{R_S h_0}{2s^2} - s \frac{g}{U^2} + C, \quad (27)$$

Предполагая, что точка $s = R_S$ совпадает с нижним краем сопла (рис. 1), уравнение (27) решается со следующими начальными условиями:

$$f(s = R_S) = 0, \quad (28)$$

$$\frac{df(s = R_S)}{ds} = \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (29)$$

где α_0 – угол между начальным направлением струи и радиусом.

После интегрирования уравнения (27) и определения значений постоянных интегрирования функция $f(s)$ будет иметь вид

$$f = \left(\operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{g}{U^2} R_S - \frac{h_0}{2R_S} \right) (s - R_S) - \frac{g}{2U^2} (s^2 - R_S^2) + \frac{h_0}{2s} (s - R_S). \quad (30)$$

Из (30) можно получить выражение для расчета высоты максимального подъема струи и радиуса до точки, где он достигается. Дифференцируя выражение (30) и приравнявая производную нулю, после несложных преобразований, получим следующее кубическое уравнение:

$$z_M^3 - (1 + (1 - a)b)z_M^2 - ab = 0, \quad (31)$$

$$z_M = \frac{s_M}{R_S}, \quad (32)$$

$$a = \frac{h_0}{2R_S \operatorname{tg} \alpha_0}, \quad (33)$$

$$b = \frac{U^2}{gR_S} \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (34)$$

где z_M – относительная точка максимального подъема струи; s_M – точка максимального подъема струи; a – безразмерная начальная толщ на струи; b – модифицированный критерий Фруда.

Уравнение (31) заменой переменных преобразуется к неполному кубическому уравнению

$$y^3 - py - q = 0, \quad (35)$$

$$y = z_M - \frac{1 + (1-a)b}{3}, \quad (36)$$

$$p = \frac{(1 + (1-a)b)^2}{3}, \quad (37)$$

$$q = \frac{2}{27}(1 + (1-a)b)^3 + ab, \quad (38)$$

дискриминант, которого, по причине $a \ll 1$ (таблица), строго положителен во всем диапазоне значений входящих в него величин:

$$Q = \frac{(ab)^2}{4} \left[1 + \frac{4}{27} \frac{(1 + (1-a)b)^3}{ab} \right]. \quad (39)$$

Таким образом, в соответствии с формулами Кордано [6], уравнение (31) единственный вещественный корень, определяемый по выражению:

$$z_M = \frac{1 + (1-a)b}{3} \Omega(c), \quad (40)$$

$$\Omega(c) = 1 + \sqrt[3]{1 + \frac{1 + \sqrt{1+2c}}{c}} + \sqrt[3]{1 + \frac{1 - \sqrt{1+2c}}{c}}, \quad (41)$$

Гравітаційна сепарація

$$c = \frac{2(1 + (1 - a)b)^3}{27ab}. \quad (42)$$

В рассматриваемых диапазонах изменения переменных a и b (табл. 1) минимальное значение величины c превосходит 12, поэтому нетрудно показать, что в этом интервале значений величина функции $\Omega(c)$ мало отличается от 3, поскольку $\Omega(12) = 3,018$ и

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \Omega(c) = 3. \quad (43)$$

Таким образом, для рассматриваемого диапазона изменения переменных a и b (табл. 1), вместо формулы (40) справедливо использовать следующее выражение (рис. 3):

$$z_M = 1 + (1 - a)b. \quad (44)$$

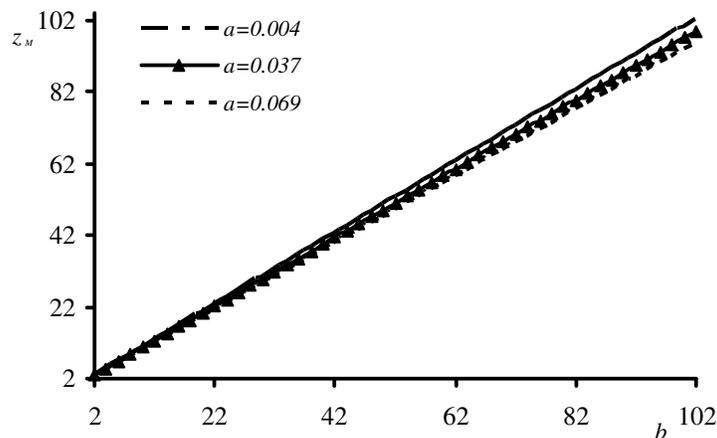


Рис. 3. Зависимость относительная точка максимального подъема струи от критерия Фруда при различных начальных условиях

Из рис. 3 видно, что значения величины z_M мало изменяются при варьировании параметра a , при этом если зависимость (44) заменить формулой

$$z_M = 1 + b, \quad (45)$$

то относительная погрешность в определении величины z_M не превысит 8%.

При использовании формулы (44) высота подъема струи будет (рис. 4)

$$\tilde{f}_M = \frac{1 + a + (1 - a)^2 b}{1 + (1 - a)b} (1 - a) \frac{b}{2}, \quad (46)$$

$$\tilde{f}_M = \frac{f_M}{R_S \operatorname{tg} \alpha_0}, \quad (47)$$

где \tilde{f}_M – относительная высота максимального подъема струи; f_M – высота максимального подъема струи.

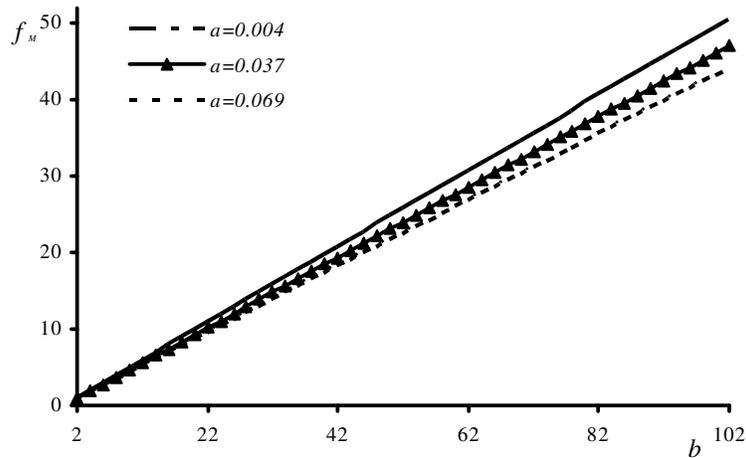


Рис. 4. Зависимость относительной высоты максимального подъема струи от критерия Фруда при различных начальных условиях

При использовании вместо формулы (44) оценочного выражения (45), высота подъема струи будет

$$\tilde{f}_M = \left(1 - \frac{2ba}{1+b}\right) \frac{b}{2}. \quad (48)$$

Однако, поскольку использовать формулу (30) для практических расчетов затруднительно, для дальнейшего анализа зависимость (30) удобно переписать так (рис. 5-7)

$$\tilde{f} = \left[1 - \left(1 + \frac{ab}{1+e}\right) \frac{e}{2b}\right] e, \quad (49)$$

$$e = z - 1, \quad (50)$$

$$z = \frac{s}{R_S}, \quad (51)$$

где e – скорректированная относительная координата текущего сечения струи; z – относительная координата текущего сечения струи.

Зависимость (49) требует проверки путем сравнения с экспериментом, в

Гравітаційна сепарація

том плане, что по ней можно посчитать зависимость \tilde{f} для нижней струи и для верхней, затем провести экспериментальные замеры для составной струи, тем самым определив зависимость \tilde{f} для нее. После чего можно установить корреляционную зависимость между ними:

$$\tilde{f} = \psi \tilde{f}_0 + (1 - \psi) \tilde{f}_m, \quad (52)$$

где \tilde{f} – относительная высота подъема двойной струи; \tilde{f}_0 – относительная высота подъема нижней струи; \tilde{f}_m – относительная высота подъема верхней струи; ψ – параметр, характеризующий взаимодействие верхней и нижней струй.

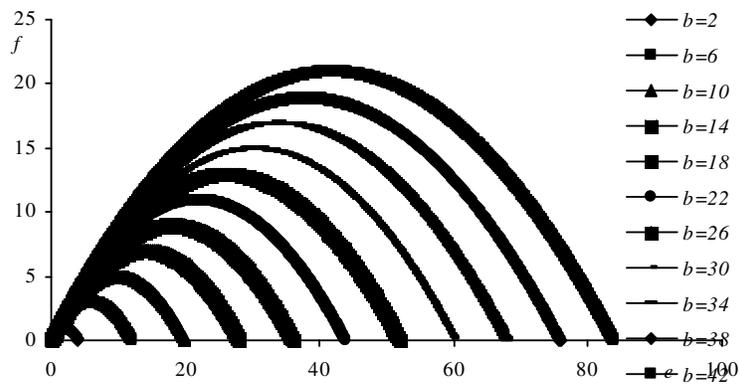


Рис. 5. Зависимость относительной высоты подъема струи от скорректированной относительной координаты при различных значениях критерия Фруда для $a = 0,004$

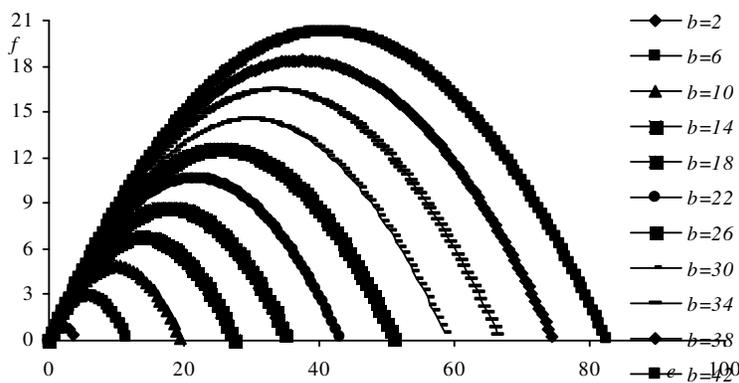


Рис. 6. Зависимость относительной высоты подъема струи от скорректированной относительной координаты при различных значениях критерия Фруда для $a = 0,034$

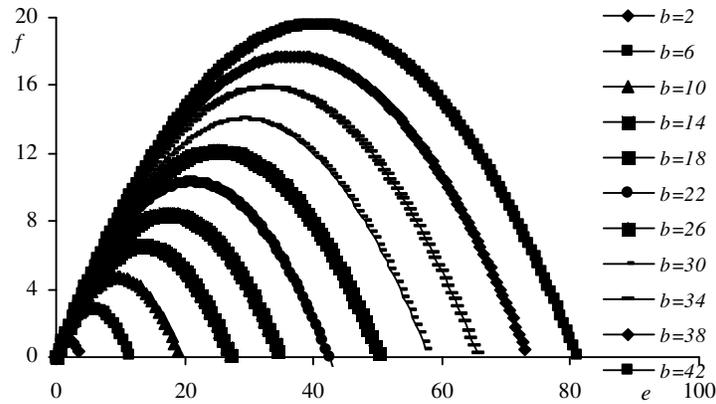


Рис. 7. Зависимость относительной высоты подъема струи от скорректированной относительной координаты при различных значениях критерия Фруда для $a = 0,069$

Подставив выражение (50) в формулу (51) нетрудно показать, что

$$\tilde{f} = \left[1 - \left(1 + \frac{\tilde{a}\tilde{b}}{1+e} \right) \frac{e}{2\tilde{b}} \right] e, \quad (53)$$

$$\frac{1}{\tilde{b}} = \frac{\psi}{b_0} + \frac{1-\psi}{b_m}, \quad (54)$$

$$\tilde{a} = \psi a_0 + (1-\psi)a_m, \quad (55)$$

где \tilde{b} , \tilde{a} – параметры течения двойной струи.

С учетом выражений (33) и (34) формулы (54) и (55) и учитывая, что угол наклона струи в начальном сечении и радиус края форсунки для обеих струй одинаков, можно записать:

$$\tilde{b} = \frac{\tilde{U}^2 \operatorname{tg} \alpha_0}{gR_S}, \quad (56)$$

$$\tilde{a} = \frac{\tilde{h}_0}{2R_S \operatorname{tg} \alpha_0}, \quad (57)$$

$$\frac{1}{\tilde{U}^2} = \frac{\psi}{U'^2} + \frac{1-\psi}{U''^2}, \quad (58)$$

$$\tilde{h}_0 = \psi h'_0 + (1-\psi)h''_0, \quad (59)$$

Гравітаційна сепарація

$$h_0 = h'_0 + h''_0. \quad (59)$$

$$U' = kU'', \quad (58)$$

$$\frac{1}{\tilde{U}^2} = \left(1 + \frac{1-k^2}{k^2} \Psi \right) \frac{1}{U''^2}, \quad (58)$$

$$\tilde{b} = \frac{\tilde{U}^2 \operatorname{tg} \alpha_0}{gR_S}, \quad (56)$$

Выводы и направления дальнейших исследований. Проведенные аналитические исследования течения радиальной двухслойной струи идеальных жидкостей с одинаковыми плотностями, вытекающими параллельно или попутно из двух, расположенных одна над другим щелей позволили получить выражение относительной высоты подъема двойной струи. В дальнейших исследованиях будет рассмотрен второй этап задачи о смешении двух турбулентных струй с разными начальными скоростями.

Список литературы

1. Сокур А.К. Гравитационный сепаратор с разделительной гидроповерхностью для обогащения угольного шлама // Инновационные технологии обогащения минерального и техногенного сырья: Материал науч.-техн. конф., проводимой в рамках V Уральского горно-промышленного форума, 1-3 октября 2013 г., г. Екатеринбург / Под ред. Е.Ф. Цыпина. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – С. 227-237.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя: Перевод с немецкого Г.А. Вольперта / Под ред. Л.Г. Лойцянского. – М.: Наука, 1969. – 742 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
4. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1969. – 824 с.
5. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: Физматгиз, 1960. – 167с.
6. Хинце И.О. Турбулентность ее механизм и теория. – М.: Физматгиз, 1963. – 680 с.

© Сокур А.К., 2014

*Надійшла до редколегії 24.02.2014 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом*