

УДК 622.647.2

© Р.В. Кирия, Т.Ф. Мищенко

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ОБЪЕМА ГРУЗА В АККУМУЛИРУЮЩЕМ БУНКЕРЕ, РАБОТАЮЩЕМ В РЕЖИМЕ ПОДДЕРЖАНИЯ В НЕМ ОБЪЕМА ГРУЗА В ЗАДАНЫХ ПРЕДЕЛАХ

В работе на основании математической модели функционирования аккумулялирующего бункера в системе подземного конвейерного транспорта, работающего в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах, определен средний объем груза в бункере в зависимости от параметров поступающего и разгружаемого грузопотоков. Результаты теоретических исследований сравнивались с результатами имитационного моделирования.

В роботі на підставі математичної моделі функціонування акумулюючого бункера в системі підземного конвеєрного транспорту, що працює в режимі підтримки в ньому об'єму вантажу в заданих межах, визначено середній об'єм вантажу в бункері залежно від параметрів вантажопотоку, який поступає до бункера і розвантажується з нього. Результати теоретичних досліджень порівнювалися з результатами імітаційного моделювання.

In work on the basis of mathematical model of functioning of heat-sink bunker in the system of underground conveyer transport working in the mode of maintenance in him of volume of load in the set limits, the middle volume of load is certain in a bunker depending on the parameters of acting and off-loaded goods traffics. The results of theoretical researches were compared to the results of imitation design.

Для повышения пропускной способности системы подземного конвейерного транспорта на угольных шахтах широкое применение получили аккумулялирующие бункеры. Они позволяют за счет накопления некоторого количества груза в бункере во время простоев конвейеров увеличить пропускную способность системы подземного конвейерного транспорта (временное резервирование) [1, 2].

Однако, несмотря на применение аккумулялирующих бункеров, эффективность функционирования системы подземного конвейерного транспорта угольных шахт невысокая. Это связано с большими потерями производительности системы конвейерного транспорта из-за переполнения бункеров, а также потерями электроэнергии из-за недогруженности конвейеров.

Одним из методов повышения эффективности работы системы подземного конвейерного транспорта угольных шахт является управление аккумулялирующими бункерами с помощью контроллеров. При этом в аккумулялирующем бункере с помощью изменения скорости питателя поддерживается объем груза в бункере в заданных пределах, что позволяет не отключать надбункерную конвейерную линию из-за переполнения бункера (рис. 1) [3]. Причем величина пределов зависит от места расположения бункера в системе конвейерного транспорта.

На угольных шахтах разгрузка бункера осуществляется с помощью питателя (см. рис. 1). В этом случае производительность разгрузки бункера может регулироваться путем изменения скорости питателя или размером выпускного отверстия.

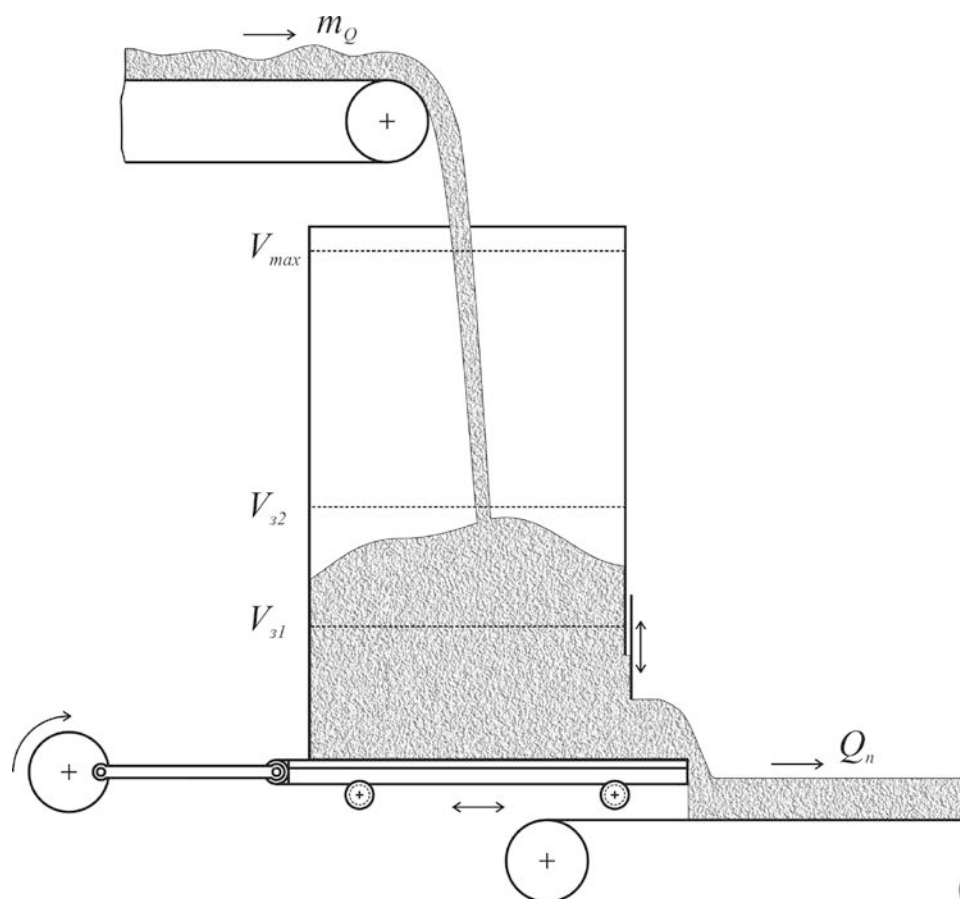


Рис. 1. Схема работы аккумулярующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах

Однако в условиях угольных шахт из-за существенной неравномерности поступающего в бункер грузопотока и низкой надежности управляющего оборудования непрерывное поддержание в бункере объема груза в заданных пределах с помощью изменения скорости питателя или размера выпускного отверстия невозможно. Поэтому на практике поддержание в аккумулярующем бункере объема груза в заданных пределах осуществляется путем включения и выключения питателя вручную.

Для повышения эффективности управления поддержанием в аккумулярующем бункере объема груза в заданных пределах необходимо применение компьютерных технологий на основе контроллеров. Для этого на основе математической модели процесса функционирования аккумулярующего бункера в режиме поддержания объема груза в заданных пределах необходимо разработать алгоритм его оптимального управления.

Предположим, что поступающий в бункер и разгружаемый из него грузопотоки $Q_z(t)$ и $Q_p(t)$ представляют собой последовательности прямоугольных импульсов высотой, равной средней производительности загрузки и разгрузки грузопотока m_Q (т/мин) и Q_n (т/мин) соответственно, и интервалов времени работы t_1 , t_2 и простоя τ_1 , τ_2 конвейерного оборудования, распределенных по экспоненциальному закону (рис. 2).

Обозначим интенсивность потоков отказов и восстановлений надбункерной и подбункерной конвейерных линий через λ_1, μ_1 (1/мин) и λ_2, μ_2 (1/мин) соответственно.

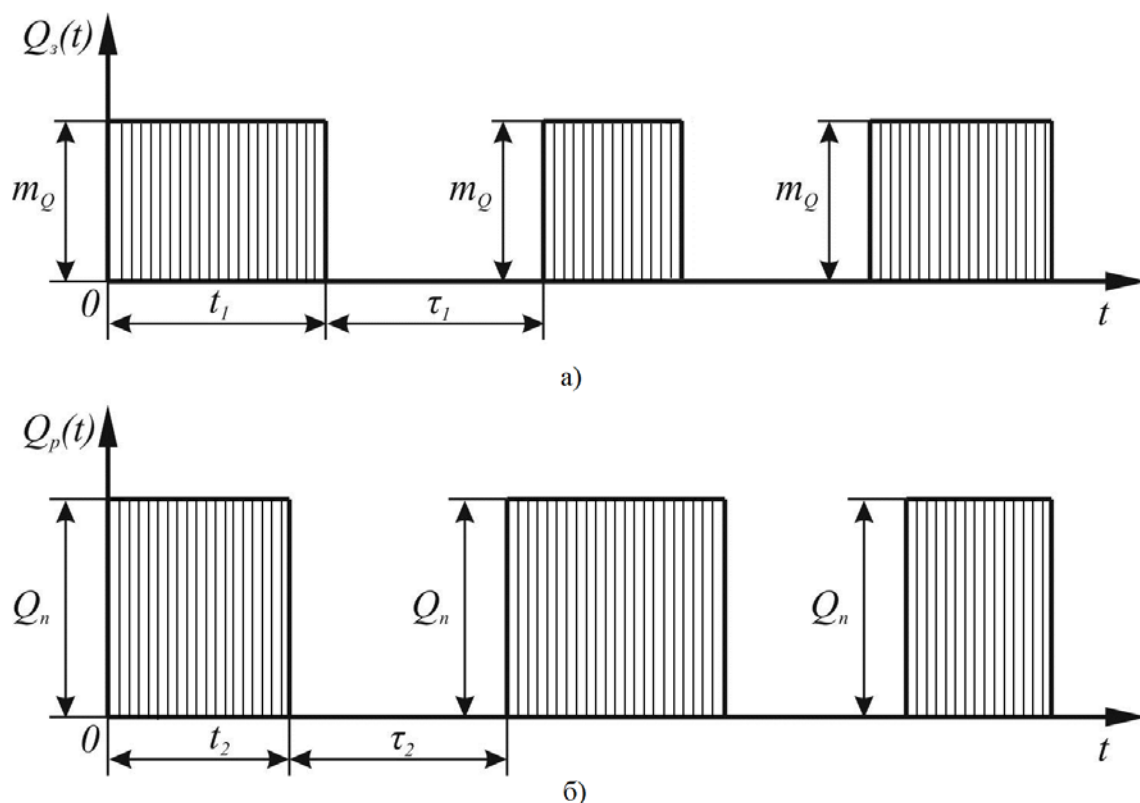


Рис. 2. Графики поступающего в аккумулирующий бункер грузопотока (а) и выходящего из аккумулирующего бункера грузопотока (б)

В режиме поддержания в бункере объема груза в заданных пределах надбункерная конвейерная линия работает постоянно. В случае достижения заданного минимального объема груза в бункер V_{31} (м^3) питатель отключается и подбункерная конвейерная линия останавливается. Работает только надбункерная конвейерная линия. При достижении заданного максимального объема груза в бункере V_{32} (м^3) питатель снова включается и происходит разгрузка бункера до объема V_{31} . При этом надбункерная конвейерная линия выключается только в случае аварийного переполнения бункера.

Для предотвращения постоянного переполнения аккумулирующего бункера производительность питателя Q_n должна быть больше средней производительности поступающего грузопотока m_Q ($Q_n > m_Q$).

Определим средний объем груза V_c в бункере.

В случае, если аккумулирующий бункер работает в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах, процесс функционирования бункера представляет собой кусочно-марковский процесс, состоящий из загрузки при неработающем питателе ($Q_n = 0$) и разгрузки бункера при работающем питателе ($Q_n > 0$) (рис. 3). При этом, если предположить, что объем груза в бункере $V(t)$

является эргодическим случайным процессом, то средний объем груза в бункере можно определить из выражения [4]

$$V_c = M[V(t)] = M \left[\frac{1}{\xi_c} \int_0^{\xi_3} V_3(t) dt + \frac{1}{\xi_c} \int_0^{\xi_p} V_p(t) dt \right], \quad (1)$$

где $V(t) = V_3(t) + V_p(t)$; $V_3(t)$ – текущий объем груза в бункере в момент загрузки, м^3 ; $V_p(t)$ – текущий объем груза в бункере в момент разгрузки, м^3 ; ξ_c – время цикла загрузки и разгрузки бункера, с; ξ_3 , ξ_p – время загрузки и разгрузки бункера соответственно, с (см. рис. 3).

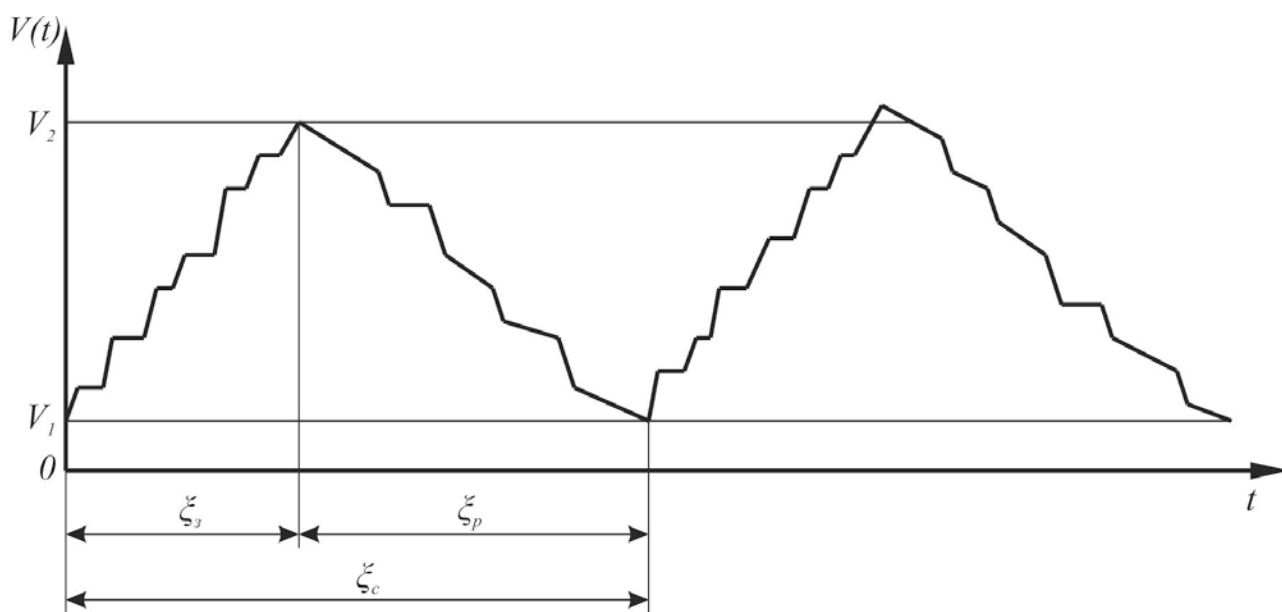


Рис. 3. Реализация случайного процесса объема груза в бункере в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах

При этом ξ_c , ξ_3 , ξ_p являются случайными величинами, удовлетворяющими условию

$$\xi_c = \xi_3 + \xi_p. \quad (2)$$

Из последнего равенства следует [7]

$$M[\xi_c] = M[\xi_3] + M[\xi_p]$$

или

$$t_c = t_3 + t_p, \quad (3)$$

где t_c – среднее время цикла загрузки и разгрузки бункера, с; t_3 , t_p – среднее время загрузки и разгрузки бункера соответственно, с.

Математические ожидания объемов груза в бункере $V_3(t)$ и $V_p(t)$ можно определить по формулам:

$$M[V_3(t)] = V_{31} + \frac{\bar{m}_Q}{\gamma} \cdot t, \text{ если } 0 < t < \xi_3;$$

$$M[V_p(t)] = V_{32} + \frac{(\bar{m}_Q - \bar{Q}_n)}{\gamma} \cdot t, \text{ если } \xi_3 < t < \xi_p. \quad (4)$$

Согласно [4] математическое ожидание случайной величины $Y(t)$, являющейся интегралом случайной величины $V(t)$ с математическим ожиданием, линейно зависящим от времени, и случайным верхним пределом $\xi(t)$, можно определить по формуле

$$M[Y(t)] = M \left[\int_0^{\xi(t)} V(t) dt \right] = am_{\xi} + \frac{b}{2} (m_{\xi}^2 + \sigma_{\xi}^2), \quad (5)$$

где $M[V(t)] = a + bt$; $m_{\xi} = M[\xi(t)]$; $\sigma_{\xi}^2 = D[\xi(t)]$.

Используя соотношение (5), с учетом (4), равенство (1) после преобразования примет вид:

$$V_c = \frac{V_{31}t_3 + V_{32}t_p}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q(t_3^2 + \sigma_3^2) - (\bar{Q}_n - \bar{m}_Q)(t_p^2 + \sigma_p^2)}{2\gamma t_c}, \quad (6)$$

где σ_3, σ_p – средние квадратичные отклонения времени загрузки ξ_3 и разгрузки ξ_p бункера, с.

Предположим, что объем груза в бункере намного больше одного кубического метра, т.е. $V_{32} - V_{31} \gg 1 \text{ м}^3$. Тогда $\sigma_3 \ll t_3$. Пренебрегая σ_3 в равенстве (6), получим

$$V_c = \frac{V_{31}t_3 + V_{32}(t_p + \sigma_p)}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q t_3^2 - (\bar{Q}_n - \bar{m}_Q)(t_p^2 + \sigma_p^2)}{2\gamma t_c}. \quad (7)$$

Для определения среднего времени загрузки t_3 и разгрузки бункера t_p , аналогично уравнениям Ховарда [5, 6], составим уравнения относительно средних времен достижения заданного количества груза в бункере θ_i при различных начальных состояниях надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

В результате получим

$$\begin{cases} q_1' \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\theta_1 + \lambda_1\theta_2 + \lambda_2\theta_3, \\ q_2' \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - (\lambda_2 + \mu_1)\theta_2 + \lambda_2\theta_4, \\ q_3' \frac{d\theta_3}{dm} = 1 + \mu_2\theta_2 - (\lambda_1 + \mu_2)\theta_3 + \lambda_1\theta_4, \\ q_4' \frac{d\theta_4}{dm} = 1 + \mu_2\theta_2 + \mu_2\theta_3 - (\mu_1 + \mu_2)\theta_4, \end{cases} \quad (8)$$

где $q_1' = m_Q - Q_n$; $q_2' = -Q_n$; $q_3' = m_Q$; $q_4' = 0$; $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ – средние времена заполнения заданного количества груза в бункер, соответствующие в начальный момент времени первому, второму, третьему и четвертому состояниям

надбункерной и подбункерной конвейерных линий; m – текущее значение количества груза в бункере.

Первому состоянию соответствует состояние, при котором надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают одновременно. Второму состоянию соответствует простой надбункерной конвейерной линии и работа подбункерной конвейерной линии. Третьему состоянию соответствует работа надбункерной конвейерной линии и простой подбункерной конвейерной линии. Четвертому состоянию соответствует одновременный простой надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

При этом начальные условия принимают вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 0$.

Если одновременный простой надбункерной и подбункерной конвейерных линий является маловероятным событием, то система уравнений (8) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\theta_1 + \lambda_1\theta_2 + \lambda_2\theta_3, \\ q'_2 \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - \mu_1\theta_2, \\ q'_3 \frac{d\theta_3}{dm} = 1 + \mu_2\theta_1 - \mu_2\theta_3, \end{cases} \quad (9)$$

где $q'_1 = m_Q - Q_n$; $q'_2 = -Q_n$; $q'_3 = m_Q$.

При этом начальные условия имеют вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$.

Определим среднее время загрузки бункера t_3 при неработающем питателе. В этом случае $\lambda_2 = 0$, а уравнение (8) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - \lambda_1\theta_1 + \lambda_1\theta_2, \\ q'_2 \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - \mu_1\theta_2, \end{cases} \quad (10)$$

где $q'_1 = m_Q$; $q'_2 = 0$; θ_1 – среднее время, за которое количество груза в бункере увеличится на m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия работает; θ_2 – среднее время, за которое количество груза в бункере увеличится на m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия не работает.

При этом начальные условия имеют вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = 0$.

Решая систему уравнений (10), получим:

$$\theta_1 = \frac{m}{m_Q}; \quad \theta_2 = \frac{m}{m_Q} + \frac{1}{\mu_1}. \quad (11)$$

Полагая в последнем равенстве $m = \gamma(V_{32} - V_{31})$, в результате имеем

$$\theta_1 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{m_Q}; \quad \theta_2 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{m_Q} + \frac{1}{\mu_1}. \quad (12)$$

Среднее время загрузки бункера t_3 , т.е. среднее время, в течение которого объем груза в бункере уменьшится от V_{32} до V_{31} при произвольном начальном состоянии надбункерной конвейерной линии, определим по формуле

$$t_3 = P'_1\theta_1 + P'_2\theta_2, \quad (13)$$

где P'_1, P'_2 – вероятность работы и простоя надбункерной конвейерной линии соответственно.

В случае стационарного процесса, т.е. при $t \rightarrow \infty$, P_1, P_2 определяются по формулам

$$P'_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}; \quad P'_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}. \quad (14)$$

Подставляя (12) и (14) в (13), после преобразования получим:

$$t_3 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{\bar{m}_Q} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1}. \quad (15)$$

Для определения времени разгрузки бункера t_p , т.е. когда включен питатель, необходимо решить уравнения (8).

Однако получение аналитического решения уравнений (8) и (9) связано с большими математическими трудностями. Поэтому сначала получим аналитические решения уравнений (8) для частной задачи при непрерывной работе подбункерной конвейерной линии, т.е. при $\lambda_2 = 0$. А затем, используя это решение, получим приближенное решение системы уравнений (8) при $\lambda_2 \neq 0$.

Предположим, что в момент, когда объем груза в бункере достигает V_{32} , включают питатель и подбункерная конвейерная линия непрерывно работает, т.е. $\lambda_2 = 0$. Тогда система уравнений (8) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta'_1}{dm} = 1 - \lambda_1\theta'_1 + \lambda_1\theta'_2, \\ q'_2 \frac{d\theta'_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta'_1 - \mu_1\theta'_2, \end{cases} \quad (16)$$

где $q'_1 = m_Q - Q_n$; $q'_2 = -Q_n$.

Здесь θ'_1, θ'_2 – среднее время, за которое количество груза в бункере уменьшается на m (т) при условии, что в начальный момент надбункерная конвейерная линия работает и не работает соответственно. Решая систему уравнений (16) при начальных условиях $m = 0$, $\theta'_1 = \theta'_2 = 0$ и полагая $m = \gamma(V_{32} - V_{31})$, в результате получим:

$$\theta'_1 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{Q_n m_Q}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right]; \quad (17)$$

$$\theta'_2 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)} - \frac{\mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{m_Q(Q_n - m_Q)}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right]. \quad (18)$$

Если разгрузка из бункера осуществляется непрерывно ($\lambda_2 = 0$), т.е. без остановок подбункерной конвейерной линии, то время разгрузки бункера будет меньше, чем в случае остановок подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 \neq 0$). Если объем груза в бункере V_{32} увеличить на объем среднего количества груза, не пропущенного подбункерной конвейерной линией за время ее простоя t_n в течение времени t_p , то время разгрузки бункера объемом V'_{32} при непрерывно работающей подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 = 0$) приблизительно совпадает со средним временем t_p разгрузки бункера объемом V_{32} , но с остановками подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 \neq 0$).

Следовательно, если в равенство (17) вместо θ'_1 подставить t_p , а вместо V_{32} подставить V'_{32} , определенное из выражения

$$V'_{32} = V_{32} + t_n \frac{Q_n}{\gamma}, \quad (19)$$

где $t_n = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} t_p$ – среднее время простоя подбункерной конвейерной линии в течение времени t_p ,
то получим уравнение относительно t_p :

$$t_p = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{Q_n}{(Q_n - \bar{m}_Q)} t_p + \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{Q_n m_Q}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V'_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right], \quad (20)$$

где $V'_{32} = V_{32} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_n}{\gamma} t_p$.

Последнее уравнение решается методом последовательных приближений. При этом за нулевое приближение принимается значение θ'_1 из (17), т.е. $t_p = \theta'_1$.

Предположим, что разность $V'_{32} - V_{31}$ – большая величина, тогда из равенства (20), пренебрегая экспонентой в квадратных скобках и определяя среднее время загрузки t_p , после преобразования получим:

$$t_p = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{Q_n - \bar{m}_Q} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1} \cdot \frac{Q_n \bar{m}_Q}{(Q_n - \bar{m}_Q)(Q_n - \bar{m}_Q)}. \quad (21)$$

Подставляя в (7) $\sigma_p = 0$, t_3 и t_p , определенные соответственно по формулам (15) и (21), а вместо V_{32} значение V'_{32} , определенное по формуле (19), получим

средний объем груза в бункере V_c в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах:

$$V_c = \frac{V_{31}t_3 + V'_{32}t_p}{t_3 + t_p} + \frac{\bar{m}_Q t_3^2 - (Q_n - \bar{m}_Q)t_p^2}{2\gamma(t_3 + t_p)}, \quad (22)$$

где $V'_{32} = V_{32} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_n}{\gamma} t_p$.

Подставляя V'_{32} в (22), с учетом (3), после преобразования получим

$$V_c = \frac{V_{31}t_3 + V_{32}t_p}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q t_3^2 - (Q_n - \bar{m}_Q)t_p^2}{2\gamma t_c} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{Q_n}{\gamma} \cdot \frac{t_p^2}{t_c}. \quad (23)$$

На основании полученной математической модели функционирования аккумулирующего бункера в случае одной и двух скоростей питателя исследованы зависимости среднего объема груза аккумулирующего бункера от производительности питателей и параметров потока отказов надбункерной конвейерной линии.

На рис. 4 показаны графики зависимости среднего объема груза в бункере от производительности питателя Q_n при различных значениях интенсивности потока отказов надбункерной конвейерной линии $\lambda_1 = 0,025; 0,05; 0,1 \text{ мин}^{-1}$. При этом исходные данные принимали значения: $m_Q = 3,7 \text{ т/ч}$; $V_{31} = 4 \text{ м}^3$; $V_{32} = 100 \text{ м}^3$; $\mu_1 = 0,06139 \text{ мин}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,017 \text{ мин}^{-1}$; $\mu_2 = 0,069 \text{ мин}^{-1}$.

Там же показаны результаты имитационного моделирования.

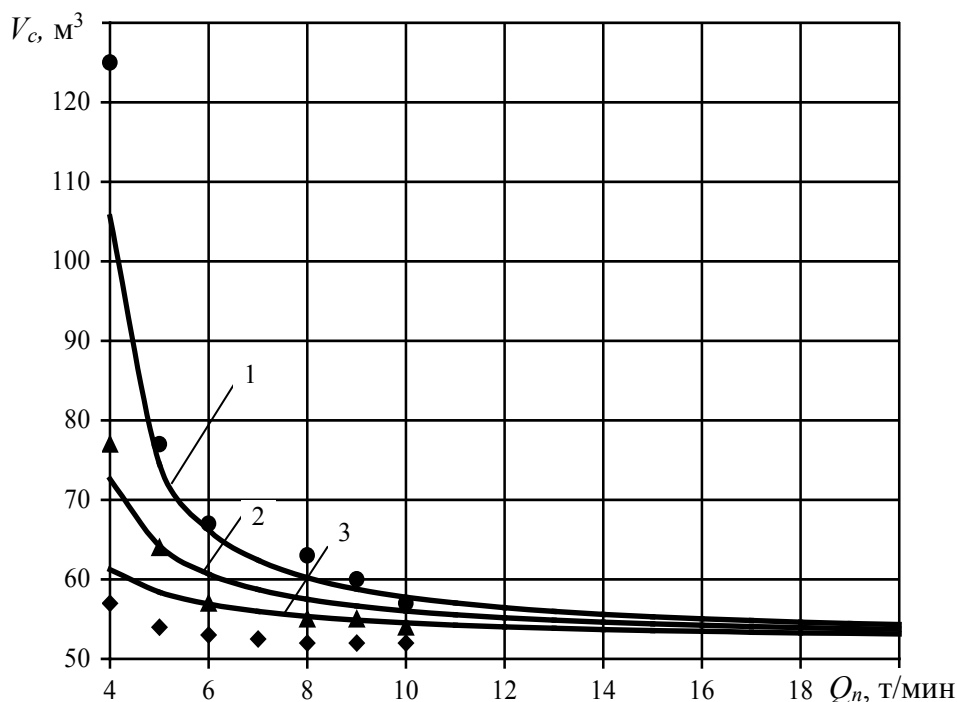


Рис. 4. График зависимости V_c от Q_n при различных значениях λ_1 : теоретические кривые: 1 – $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$; 2 – $\lambda_1 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$; 3 – $\lambda_1 = 0,1 \text{ мин}^{-1}$; результаты имитационного моделирования:

• – $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$; ▲ – $\lambda_1 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$; ◆ – $\lambda_1 = 0,1 \text{ мин}^{-1}$

Из рис. 4 видно, что при увеличении производительности питателя Q_n средний объем груза в аккумулирующем бункере V_c уменьшается и при $Q_n \rightarrow \infty$ средний объем груза в бункере $V_c \rightarrow \frac{V_{31} + V_{32}}{2} = 52 \text{ м}^3$. Кроме того, при увеличении интенсивности отказов надбункерной конвейерной линии λ_1 средний объем V_c уменьшается.

В результате исследований установлено, что при функционировании аккумулирующего бункера, работающего в системе конвейерного транспорта, с увеличением производительности питателя средний объем груза в бункере уменьшается и при больших значениях Q_n стремится к полусумме максимального и минимального заданных объемов груза в бункере.

Кроме того, для этих случаев при увеличении параметра потока отказов надбункерной конвейерной линии λ_1 средний объем груза в бункере V_c уменьшается.

Полученные результаты исследований с достаточной точностью совпадают с результатами имитационного моделирования.

Список литературы

1. Черкесов Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г. Н. Черкесов. – М.: Советское радио, 1974. – 296 с.
2. Системы подземного транспорта на угольных шахтах / В. А. Пономаренко, Е. Л. Креймер, Г. А. Дунаев [и др.]. – М.: Недра, 1975. – 309 с.
3. Кирия Р. В. Управление бункерами, работающими в системах конвейерного транспорта угольных шахт / Р. В. Кирия, В. Ю. Максютенко, Д. Д. Брагинец // Збірник наукових праць НГУ. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2012. – № 37. – С. 230–236.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КНОРУС, 2010. – 480 с.
5. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М.: Советское радио, 1964. – 192 с.
6. Кирия Р. В. Математическая модель функционирования аккумулирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах / Р. В. Кирия, Т. Ф. Мищенко, Ю. В. Бабенко // Наукові вісті. Сучасні проблеми металургії. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2012. – № 15. – С. 85–96.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ширінім Л.Н.
Надійшла до редакції 10.11.2014*