

**В.Г. ГУРАЛЬ, В.Г. САМОЙЛИК**, кандидаты техн. наук,  
**Я.Н. СТЕПАНОВ**  
(Украина, Донецк, Донецкий национальный технический университет)

## **ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ВАЛКОВ ЛАБОРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ВАЛКОВОГО ГРОХОТА С ВИБРАЦИОННЫМ ПРИВОДОМ**

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.* Различные компании, занимающиеся переработкой строительных отходов, используют классифицирующе-разделяющее оборудование, применяемое в горной промышленности. Среди него наибольшей популярностью пользуются вибрационные машины, в значительной мере удовлетворяющие коммерческий интерес, производственные требования, и для которых достаточно широко разработана научно-практическая и теоретическая база. Однако в последнее время ряд предприятий, ведущих в данной сфере рециклинга, все чаще в своей практике начинают применять валковые грохоты разнообразных конструкций [2, 3]. Практика использования валковых классификаторов при переработке различного сырья показала, что наиболее прогрессивной является конструкция с вибрационным приводом и эксцентрично расположенными валками. Это максимально эффективно выполнять технологические задачи. Положительное влияние особенностей данной конструкции достаточно широко описано в различной научной литературе, из чего можно сделать вывод о перспективности их применения при сепарации строительных отходов. Изучение взаимосвязи данного оборудования со строительными отходами позволит добиться более высоких результатов их переработки как на месте сноса зданий, так и на стационарных перерабатывающих предприятиях. Повышение эффективности утилизации отходов напрямую влияет на качество получаемого вторичного щебня, а значит и на его способность заменить природные заполнители.

*Анализ исследований и публикаций.* Анализ литературных источников показывает, что исследований по эффективному разделению таких материалов, как смесь дробленых составляющих строительных отходов на минеральной основе, практически не имеется. Следует также отметить, что закономерности движения такого материала под действием вибрации мало изучены. В этой связи наиболее важной задачей исследования закономерностей вибрационного разделения такого материала является изучение характера и скоростей его движения при различных режимах вибрации. Для решения этой задачи необходимо изучить динамику колебательной системы описанной выше конструкции валкового грохота.

*Постановка задачи.* Целью данной работы является исследование динамики движения валков лабораторной модели валкового грохота с вибрационным приводом и составление уравнения их движения.

*Изложение материала и результаты.* Лабораторная модель исследуемой

## Підготовчі процеси збагачення

конструкции представляет собой грохот, короб которого имеет параллельно расположенные поперечные связи с надетыми на них кольцами-валками. Валки выполнены в виде цилиндра с круговыми дисками. При работе грохота возникают круговые колебания, в результате чего валки не только совершают вращение, но и колебания, вызывающие силы инерции.

Для составления уравнения движения валков использовался метод, описанный в работе В.П. Надутого [1].

Выбираем неподвижную систему координат  $x$ - $y$ , связанную с неподвижной рамой грохота. Введем обобщенную координату  $\varphi$ , для удобства расчетов возьмем ее в положительном направлении (рис. 1).

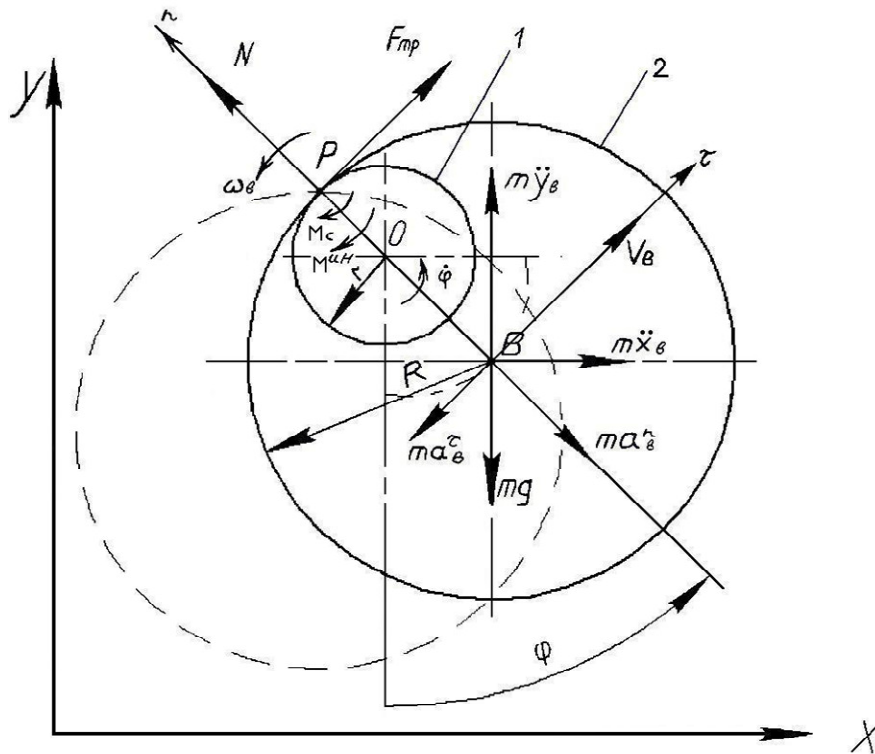


Рис. 1. Силы, действующие на валок:  
1 – стержень; 2 – вал

Так как короб грохота движется поступательно, то и все точки стержня будут двигаться поступательно, а значит, их ускорения будут постоянными [4, 5]. Отсюда следует, что перемещение точки соприкосновения стержня с валом  $P$  (полос вращения вала), а следовательно и точки  $O$ , будет состоять из двух частей: гармонической и вынужденной, и будет описываться выражениями:

$$x_o = A \sin kt + H \sin \omega t ; y_o = C \sin kt + D \sin \omega t . \quad (1)$$

где  $A$ ,  $H$ ,  $C$  и  $D$  – постоянные величины.

В результате действия сил сопротивления гармонические колебания затухают с течением времени, тогда уравнение (1) примет вид:

$$x_o = H \sin \omega t ; y_o = D \sin \omega t .$$

Поскольку стержень движется поступательно, а ось стержня совершает колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, то уравнение перемещение центра стержня будет иметь вид:

$$x_o = x_{oc}(t); y_o = y_{oc}(t).$$

$$x_o = x_p \pm A; y_o = y_p \pm H .$$

По принципу Даламбера, силовая картина стержень-вал будет выглядеть так:

$(m_\epsilon \ddot{x}; m_\epsilon \ddot{y})$  – проекции переносной силы инерции на оси  $xу$ .

$(m_\epsilon R \epsilon'; m_\epsilon R \omega_\epsilon'^2)$  – проекции относительной силы инерции на оси  $\tau-n$ , вокруг точки P: касательная и нормаль, соответственно [6-9].

Из условия равновесия сил, в проекциях на оси  $\tau-n$ , имеем:

$$\sum F_{\kappa\tau} = 0; F_{mp} - m_\epsilon a_B^\tau + m_\epsilon \ddot{y}_B \sin \varphi + m_\epsilon \ddot{x}_B \cos \varphi - m_\epsilon g \sin \varphi = 0 .$$

$$\sum F_{\kappa n} = 0; N + m_\epsilon \ddot{y}_B \cos \varphi - m_\epsilon \ddot{x}_B \sin \varphi - m_\epsilon a_B^n - m_\epsilon g \cos \varphi = 0 . \quad (2)$$

$$\sum m_p(F_\kappa) = 0;$$

$$-M_c - m_\epsilon g R \sin \varphi - m_\epsilon a_B^\tau R + m_\epsilon \ddot{y}_B R \sin \varphi + m_\epsilon R \ddot{x}_B \cos \varphi - M^{ин} = 0 .$$

где  $F_{mp}$  – сила трения;  $m_\epsilon$  – масса вала;  $N$  – нормальная реакция;  $M_c$  – момент сопротивления перекачиванию вала;  $M^{ин}$  – момент инерции;  $R$  – радиус вала;  $r$  – радиус стержня.

$$a_B^\tau = R \epsilon' = R \dot{\omega}'_\epsilon = R \frac{E}{R} \ddot{\varphi} = E \ddot{\varphi};$$

$$a_B^n = R \omega_\epsilon'^2 = R \frac{E^2}{R^2} \dot{\varphi}^2 = \frac{E^2}{R} \dot{\varphi}^2 .$$

где  $\epsilon'$  – угловое ускорение вала относительно точки P;  $\omega'_\epsilon$  – угловая скорость вала относительно точки P.

При этом:

## Підготовчі процеси збагачення

$$E = R - r; \varepsilon' = \ddot{\varphi}_e; \omega'_e = \dot{\varphi}_e; \varepsilon = \ddot{\varphi}; \omega_e = \dot{\varphi};$$

$$M^m = I_H \varepsilon; M_c = \delta N; I_H = m_e R^2.$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение вала относительно центра  $O$ ;  $\omega_e$  – угловая скорость вала относительно центра  $O$ ;  $\delta$  – коэффициент трения качения;  $I_H$  – осевой момент инерции.

Из уравнения (2) следует, что:

$$N = -m_e \ddot{y}_B \cos \varphi + m_e \ddot{x}_B \sin \varphi + m_e a_B^n + m_e g \cos \varphi.$$

Как видно из рисунка, координаты оси вала будут иметь вид:

$$x_B = x_O + E \sin \varphi, \quad y_B = y_O - E \cos \varphi.$$

$$\dot{x}_B = \dot{x}_O + E \dot{\varphi} \cos \varphi, \quad \dot{y}_B = \dot{y}_O + E \dot{\varphi} \sin \varphi.$$

$$\ddot{x}_B = \ddot{x}_O - E \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + E \ddot{\varphi} \cos \varphi; \quad \ddot{y}_B = \ddot{y}_O + E \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + E \ddot{\varphi} \sin \varphi.$$

Тогда:

$$\begin{aligned} N = m_e (\ddot{x}_O \sin \varphi - \ddot{y}_B \cos \varphi) - E \dot{\varphi}^2 m_e (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) + m_e E \ddot{\varphi} (\sin \varphi \cos \varphi - \cos \varphi \sin \varphi) + \\ + m_e g \cos \varphi + m_e \frac{E^2}{R} \dot{\varphi}^2 = m_e (\ddot{x}_O \sin \varphi - \ddot{y}_B \cos \varphi) + \dot{\varphi}^2 \left( m_e \frac{E^2}{R} - m_e E \right) + m_e g \cos \varphi \end{aligned}$$

Абсолютная скорость движения центра вала имеет вид:

$$\begin{aligned} V_B^2 = V_x^2 + V_y^2 = \dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2 = (\dot{x}_O + E \dot{\varphi} \cos \varphi)^2 + (\dot{y}_O + E \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 = \dot{x}_O^2 + 2 \dot{x}_O E \dot{\varphi} \cos \varphi + \\ + (E \dot{\varphi} \cos \varphi)^2 + \dot{y}_O^2 + 2 \dot{y}_O E \dot{\varphi} \sin \varphi + (E \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 = \dot{x}_O^2 + \dot{y}_O^2 + (E \dot{\varphi})^2 + 2 E \dot{\varphi} (\dot{x}_O \cos \varphi + \dot{y}_O \sin \varphi) \end{aligned}$$

Точка  $B$  описывает окружность с центром в точке  $O$ , значит абсолютная скорость этой точки будет равна:

$$V_B = \dot{\varphi}_e R = \dot{\varphi} \cdot E; \quad \dot{\varphi}_e = \frac{E}{R} \dot{\varphi}.$$

Поскольку стержень и вал являются телами вращения, то центр их масс будет находиться на осях их вращения. Тогда, согласно теореме Кенига, кинетическая энергия вала  $T_e$  будет равна:

$$T_6 = T_1 + T_2,$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия центра масс, если в нем сосредоточить всю массу вала;  $T_2$  – кинетическая энергия вала в его движении относительно центра масс.

Следовательно, поскольку тело движется поступательно, то:

$$\begin{aligned} T_6 &= \frac{m_6 V_{o6}^2}{2} + \frac{I_{o6} \dot{\varphi}_6^2}{2} = \frac{1}{2} [m_6 (\dot{x}_o^2 + \dot{y}_o^2) + m_6 (E\dot{\varphi})^2 + m_6 2E\dot{\varphi}(\dot{x}_o \cos \varphi + \dot{y}_o \sin \varphi) + I_B \dot{\varphi}_6^2] = \\ &= \frac{1}{2} m_6 V_o^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{E}{R}\right)^2 \dot{\varphi}^2 (I_B + m_6 R^2) + m_6 E \dot{\varphi} (\dot{x}_o \cos \varphi - \dot{y}_o \sin \varphi); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \left(\frac{E}{R}\right)^2 \dot{\varphi} (I_B + m_6 R^2) + m_6 E (\dot{x}_o \cos \varphi + \dot{y}_o \sin \varphi);$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right) = \left(\frac{E}{R}\right)^2 \ddot{\varphi} (I_B + m_6 R^2) + m_6 E (\ddot{x}_o \cos \varphi - \dot{x}_o \dot{\varphi} \sin \varphi + \ddot{y}_o \sin \varphi + \dot{y}_o \dot{\varphi} \cos \varphi); \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = m_6 E \dot{\varphi} (-\dot{x}_o \sin \varphi + \dot{y}_o \cos \varphi). \quad (4)$$

Потенциальная энергия определяется как:

$$\Pi = m_6 g h = m_6 g (R - r)(1 - \cos \varphi);$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = m_6 g E \sin \varphi. \quad (5)$$

Возможная работа момента  $M_c$  на возможное перемещение, допускаемое обобщенной координатой  $\varphi$  составит:

$$\delta A_{(M_c)} \Big|_{\delta \varphi=0} = -M_c \delta \varphi_6 = -\delta N \frac{E}{R} \delta \varphi.$$

Отсюда следует, что обобщенная сила непотенциальных сил, соответствующая данной обобщенной координате  $\varphi$ , будет равна:

$$Q = -\delta N \frac{E}{R}. \quad (6)$$

Для составления уравнения движения вала воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода, которое имеет вид:

## Підготовчі процеси збагачення

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = Q. \quad (7)$$

Подставляя уравнения (3), (4), (5) и (6) в уравнение (7), получим уравнение движения вала:

$$\left( \frac{E}{R} \right)^2 \ddot{\varphi} (I_B + m_e R^2) + m_e E (\ddot{x}_O \cos \varphi + \ddot{y}_O \sin \varphi) + m_e E \dot{\varphi} (\dot{y}_O \cos \varphi - \dot{x}_O \sin \varphi) - m_e E \dot{\varphi} (\dot{y}_O \cos \varphi - \dot{x}_O \sin \varphi) + m_e g E \sin \varphi = -\delta \mathcal{N} \frac{E}{R};$$

$$\left( \frac{E}{R} \right)^2 \ddot{\varphi} (I_B + m_e R^2) + m_e E (\ddot{x}_O \cos \varphi + \ddot{y}_O \sin \varphi) + m_e g E \sin \varphi + \delta \mathcal{N} \frac{E}{R} = 0;$$

$$\left( \frac{E}{R} \right)^2 \ddot{\varphi} (I_B + m_e R^2) + m_e E (\ddot{x}_O \cos \varphi + \ddot{y}_O \sin \varphi) + m_e g E \sin \varphi + \delta \frac{E}{R} m_e (\ddot{x}_O \sin \varphi - \ddot{y}_O \cos \varphi) + \delta \frac{E}{R} \dot{\varphi}^2 \left( m_e \frac{E^2}{R} - m_e E \right) + \delta \frac{E}{R} m_e g \cos \varphi = 0;$$

Таким образом, уравнение движения вала лабораторной модели валково-го грохота с вибрационным приводом имеет вид:

$$\left( \frac{E}{R} \right)^2 \ddot{\varphi} (I_B + m_e R^2) = -m_e E (\ddot{x}_O \cos \varphi + \ddot{y}_O \sin \varphi) - m_e g E \sin \varphi - \delta \frac{E}{R} m_e (\ddot{x}_O \sin \varphi - \ddot{y}_O \cos \varphi) - \delta \frac{E}{R} \dot{\varphi}^2 \left( m_e \frac{E^2}{R} - m_e E \right) - \delta \frac{E}{R} m_e g \cos \varphi.$$

*Выводы и направления дальнейших исследований.* Описано уравнение движения валков исследуемой конструкции валкового грохота.

Уравнение движения позволит создать математическую модель разделения смеси дробленых составляющих строительных отходов на минеральной основе.

### Список литературы

1. **Надутый В.П., Остапенко В.А., Ягнюков В.Ф.** Синтез параметров валковых вибрационных классификаторов. – Киев: Наукова Думка, 2006. – 188 с.
2. **Назимко Е.И., Степанов Я.Н.** Проблемы накопления строительных отходов и способы их обработки // Обогащение полезных ископаемых: Науч.-техн. Зб. – Днепропетровск: 2010. – Вип. 40(81) – С. 191-197.
3. **Степанов Я.Н.** Технические решения проблемы переработки и сепарации строительных отходов // Обогащение полезных ископаемых: Науч.-техн. зб. – Днепропетровск: 2010. – Вип. 43(84). – С. 159-165.
4. **Никитин Н.Н.** Курс теоретической механики. – М.: Высшая Школа, 1990. – 607 с.
5. **Пановко Я.Г.** Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1980. – 112 с.
6. **Бабаков И.М.** Теория колебаний. – М.: Гос. изд. Техничко-теоретич. лит., 1958. – 622 с.

## **Підготовчі процеси збагачення**

7. Стрелков С.П. Механика. – М.: Гос. изд. Техничко-теоретич. лит., 1956. – 456 с.
8. Вайсберг Л.А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. – М.: Недра, 1986. – 144 с.
9. Василенко Н.В. Теория колебаний. – К.: Высшая Школа, 1992. – 430 с.

© Гураль В.Г., Самойлик В.Г., Степанов Я.Н., 2011

*Надійшла до редколегії 12.03.2011 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.І. Назимко*