

В.П. НАДУТЫЙ, Е.С. ЛАПШИН, д-ра техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Институт геотехнической механики НАН Украины)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ВИБРАЦИОННОГО ПРОСЕИВАНИЯ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ЧАСТИЦ

Для определения рациональных конструктивных и динамических параметров вибрационных грохотов, а также при создании автоматизированных систем управления процессом все большее признание получает математическое моделирование. Разработано большое количество детерминированных, статистических и смешанных моделей процесса грохочения. Они подробно проанализированы в монографии [1]. В подавляющем большинстве в модели кинетики грохочения в качестве граничного условия либо параметра входит вероятность просеивания частиц, которую вычисляют по формуле Годена [2]

$$P = \xi(1 - D/L)^\psi,$$

где ξ – коэффициент живого сечения просеивающей поверхности; D – диаметр частицы; L – размер отверстия (для щелевидных отверстий – наименьший размер, а для квадратных – длина стороны); $\psi = 1$ – для щелевидных отверстий и $\psi = 2$ для квадратных.

Формула Годена получена при следующих допущениях: частица шаровая, при падении на просеивающую поверхность случайные координаты частицы распределены по равномерному закону.

Реальные же частицы горной массы имеют чрезвычайно разнообразную форму. Они могут быть: игловидными, эллипсоидными, в виде неправильных многогранников, кубовидными и т. д. Влияния формы частиц на результаты грохочения отмечали многие исследователи [3-9]. Например, по В.А. Олевскому [10] в зависимости от этого фактора производительность грохота изменяется до 40%. Чем более удлиненная частица и чем ближе ее максимальный размер к минимальному размеру отверстия, тем больше погрешность в определении вероятности просеивания. Если же максимальный размер частицы превосходит минимальный размер отверстия, то формула Годена вообще неверна.

Влияние формы частиц на вероятность просеивания пытаются учесть путем вычисления среднего диаметра частицы, а также путем введения поправочных коэффициентов. Различные аспекты вычисления среднего диаметра рассмотрены в монографиях [11, 12].

В работе [13] для учета формы частиц взамен сомножителя в формуле Годена $(1 - D/L)$ вводится функция $\exp(-\zeta_1 D)$. Предполагается, что D изменяется от нуля до бесконечности, а ζ_1 зависит от L . В итоге получено выражение, которое фактически учитывает уменьшение вероятности просеивания с увеличе-

нием размера частицы, но она остается одной и той же для частиц различной формы.

В работе [1] приведены примеры, которые показывают, что в ряде случаев погрешность формулы Годена составляет более 100%.

В Институте геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины выполнен цикл исследований по математическому моделированию просеивания частиц различной формы. Полученные результаты представлены в статьях [1, 14-21], однако, в них, в основном, акцент сделан на обосновании созданных методов, что затрудняет практическое применение. В этой связи цель работы – обобщить полученные результаты и разработать рекомендаций по определению вероятностей просеивания частиц различной формы.

Видеозапись движения частицы по просеивающей поверхности показала, что в зависимости от амплитуды и частоты колебаний существует два режима. Первый, при котором частица совершает случайные вращения в плоскости просеивающей поверхности. Условие его существования: высота подбрасывания меньше минимального размера частицы, а угол наклона просеивающей поверхности таков, что отсутствует качение. Второй – частица совершает пространственные случайные вращения. При первом режиме контур частицы при падении на просеивающую поверхность остается практически постоянным, а изменяется только его ориентация. Во втором режиме изменяется и контур частицы. Эти два режима соответственно обозначим R_2 и R_3 .

Между размерами частицы и отверстия возможны такие соотношения:

$$l_{p,\max} \leq L_{o,\min} , \quad (1)$$

$$L_{o,\min} \leq l_{p,\max} < L_{o,\max} , \quad (2)$$

$$l_{p,\min} \geq L_{o,\min} , \quad (3)$$

где $l_{p,\max}$ и $l_{p,\min}$ – максимальный и минимальный размер частицы; $L_{o,\max}$ и $L_{o,\min}$ – максимальный и минимальный размер отверстия.

Случай, при котором выполняется неравенство (1), будем обозначать L_1 , а при выполнении неравенств (2) и (3) – L_2 и L_3 . При L_3 просеивание невозможно.

Приведем формулы для определения вероятностей просеивания частиц различной формы.

Для определения просеивания частицы произвольной формы через сита со щелевыми и квадратными отверстиями использовать формулу [1, 14]

$$P_l = \xi \left(1 - l^* / \pi\right)^\psi \quad \text{при } R_2\text{-}L_1, \quad (4)$$

где ξ – коэффициент живого сечения просеивающей поверхности; $l^* = l_p / L$ –

Підготовчі процеси збагачення

относительный периметр; l_p – периметр частицы; L – размер отверстия (для щелевидных отверстий – наименьший размер, а для квадратных – длина стороны); $\psi = 1$ – для щелевидных отверстий и $\psi = 2$ для квадратных.

Здесь запись R_2-L_1 означает, что формула применима для режима R_2 и случая L_1 .

Вероятности просеивания цилиндрической частицы через щелевое сито [1, 15]

$$P_{c,1} = \xi \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\tilde{D}_c}{\sqrt{1+c_c^2}} (F_1 + c_c F_2) + \varphi_2 - \varphi_1 \right] \right\}, \text{ при } R_2; D_c > L; D_c > L; \quad (5)$$

$$P_{c,2} = \xi \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\tilde{D}_c}{\sqrt{1+c_c^2}} (1 - \sin \varphi_2 + c_c \cos \varphi_2) + \varphi_2 \right] \right\}, \text{ при } R_2; h_c \geq L, \quad (6)$$

$$\varphi_{1,2} = \arccos \frac{\frac{1}{\tilde{D}_c} \pm c_c \sqrt{1 - \frac{1}{\tilde{D}_c^2}}}{\sqrt{1+c_c^2}}, \quad F_1 = 1 + \sin \varphi_1 - \sin \varphi_2, \quad F_2 = 1 - \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2,$$

где $\tilde{D}_c = D_c/L$ – относительный размер частицы; D_c – диаметр описанной вокруг частицы сферы; d_c и h_c – диаметр и высота частицы; $c_c = d_c/h_c$ – сжатие частицы.

Вероятности просеивания эллипсоидной частицы через щелевое сито [1, 16, 17]

$$P'_e = \xi \left(1 - \frac{2}{\pi} \left(\varphi_o + \tilde{a} \left(E_3 \left(\frac{\pi}{2}, K_e \right) - \tilde{E}(\varphi_o, K_e) \right) \right) \right) \text{ при } R_2; a_e > L/2; b_e < L/2, \quad (7)$$

где $\varphi_o = \arcsin \frac{1}{K_e} \sqrt{1 - \frac{1}{\tilde{a}^2}}$; $\tilde{a} = 2a_e/L$ – относительный размер частицы; a_e и b_e – большая и малая полуоси эллипса; $\tilde{E}(\varphi_o, K_e)$ – неполный эллиптический интеграл второго рода; K_e – модуль эллиптического интеграла; $E_e \left(\frac{\pi}{2}, K_e \right)$ – полный эллиптический интеграл второго рода.

Вероятности просеивания при пространственных стохастических вращениях частицы определялись по формулам, приведенным ниже.

Вероятности просеивания через сита со щелевыми и квадратными отверстиями частицы, форма которой аппроксимируется цилиндром с торцевыми полусферами [1, 18]

$$P_{cl} = \xi \left\{ 1 - \left[C_p + \frac{4}{\pi^2} (1 - C_p) \right] \tilde{l}_{cl} \right\}^\psi \text{ при } R_3-L_2, \quad (8)$$

где $C_p = \frac{2R_T}{l_{cl} + 2R_T}$ – сжатие частицы; $\tilde{l}_{cl} = \frac{l_{cl} + 2R_T}{L}$ – относительный размер частицы.

Игловидная частица. Вероятность просеивания определяется по формуле (8), в которую следует подставить $R_T = 0$.

Лещадная частица произвольной формы [1, 19]

$$P_{lp} = \xi \left(1 - 2l^*/\pi^2 \right)^\psi \text{ при } R_3-L_2. \quad (9)$$

В табл. дано отношение вероятностей P_{lp} / P_l . Из нее следует, что с увеличением относительного периметра оно возрастает и при $l^* = 3$ превышает 75. Эту особенность рационально использовать при необходимости отделить лещадные частицы.

Отношение вероятностей просеивания лещадной частицы при случайных вращениях в пространстве и плоскости

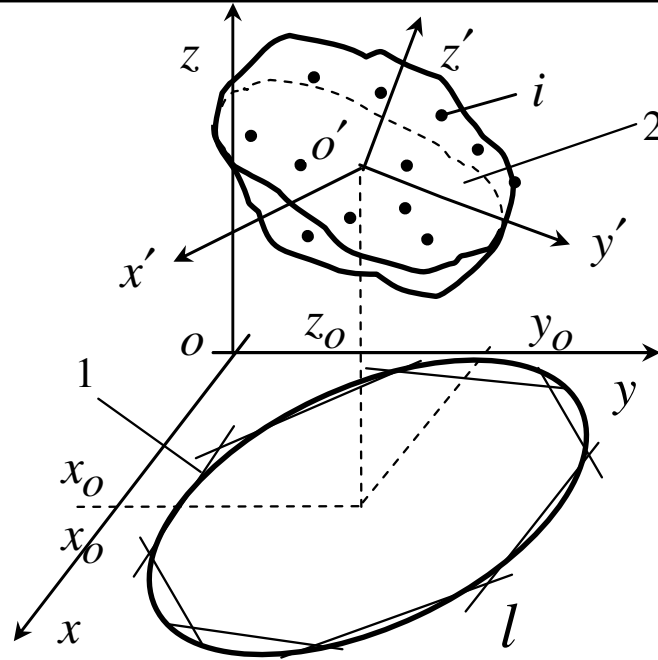
Относительный периметр	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Отношение вероятностей P_{lp} / P_l	1,000	1,142	1,368	1,774	2,678	5,837	75,675

Кубовидная частица [20]

$$P_K = \xi \left[1 - 4(4 + \pi) \tilde{l} / \pi^3 \right]^\psi \text{ при } R_3-L_2, \quad (10)$$

где $\tilde{l} = a_k / L$ – относительный размер частицы; a_k – длина ребра куба.

Для определения вероятности просеивания частиц в наиболее общей постановке: форма частицы и отверстия произвольные, законы распределения размеров частицы и ее случайных координат не ограничиваются, следует воспользоваться универсальной математической моделью просеивания [1, 21]. Существо модели заключается в следующем. В системе координат x, y, z , которая связана с просеивающей поверхностью, контур отверстия 1 аппроксимируется прямыми (рисунок).



Расчетная схема к определению вероятности просеивания частицы:
1 – контур отверстия; 2 – частица

Точкам пересечений прямых присвоить номера $l = 1, 2, 3, \dots, 2N$. Уравнение l -ой прямой, проходящей через точки с координатами x_l, y_l и x_{l+1}, y_{l+1} , записать в таком виде

$$A_l x + B_l y + C_l = 0, \quad (11)$$

где $A_l = y_{l+1} - y_l$; $B_l = x_l - x_{l+1}$; $C_l = A_l x_l - B_l y_l$.

Система координат x', y', z' связана с частицей 2. На ее поверхности выделить произвольное множество точек $i = 1, 2, 3, \dots, I$ с координатами x'_i, y'_i, z'_i .

Координаты i -ой точки частицы в неподвижной системе x, y, z вычислить по формуле

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}_u = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}_u + \tilde{M}_u \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix}_u, \quad (12)$$

где x_o, y_o, z_o – координаты центра масс частицы; u – индекс, который указывает на то, что матрица вычисляется при u -ом положении частицы;

$$\tilde{M} = \begin{vmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \end{vmatrix} -$$

матрица, описывающая вращение частицы; α, β, γ – углы Эйлера.

Об относительном положении точки с координатами x_i, y_i и прямой l судят по знаку числа, получающегося в результате подстановки x_i и y_i в уравнение (11). Это число названо индикатором положения точки и обозначено $In_{i,l}$.

Для вычисления вероятности просеивания частицы применить метод Монте-Карло. Все величины, относящиеся к одному испытанию, дополнительно снабжены индексом u ($u = 1, 2, 3, \dots, U$). Компьютер задает случайные координаты центра частицы x_{ou}, y_{ou}, z_{ou} и углы $\alpha_u, \beta_u, \gamma_u$, а также случайные координаты точек частицы $x'_{iu}, y'_{iu}, z'_{iu}$. Последние моделируют разброс размеров частиц в пределах заданного класса крупности. По формуле (12) рассчитать координаты x_{iu}, y_{iu} точек поверхности частицы в неподвижной систем координат x, y, z . Вычислить индикаторы для этих точек относительно прямых $l = 1, 2, 3, \dots, N$, что позволяет определить проходит частица через отверстие или нет. Повторяя многократно испытания $u = 1, 2, 3, \dots, U$ и определяя количество испытаний U_{nrc} , при которых произошло просеивание, получить оценку вероятности этого события

$$P = U_{nrc} / U. \quad (13)$$

Описанный алгоритм реализован в программе "Частица".

Итак, с учетом ограничений [1-3] формулы [4-10] позволяют определить вероятности просеивания игловидных, цилиндрических, эллипсоидных, лещадных и кубовидных частиц через просеивающие поверхности со щелевыми и квадратными отверстиями. Численный метод [11, 12] дает возможность рассчитать вероятность просеивания в наиболее общей постановке: форма частиц и отверстий не ограничена.

Список литературы

1. **Надутый В.П.** Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. – К.: Наук. думка, 2005. – 180 с.
2. **Вайсберг Л.А.** Вибрационное грохочение сыпучих материалов: моделирование процесса и технологический расчет. – С-Пб: Механопр, 1994. – 47 с.
3. **Левенсон Л.Б.** Дробление и грохочение полезных ископаемых. – М.-Л.: Гостоптехиздат, 1940. – 766 с.
4. **Пожидаев В.Ф.** Вероятностные модели процессов грохочения. – Луганск: СТЕК, 2003. – 136 с.
5. **Гробов Н.А.** Определение параметров сепарирования продолговатых частиц вибрационных грохотах // Сб. "Вопр. прикл. мех.". – Волгоград, 1974. – С. 84-88.
6. **Nakajima Y.** Behaviour of non – spherical particles in screening // Trans. Inst. Mining and Zбагачення корисних копалин, 2010. – Вип. 41(82) – 42(83)

Підготовчі процеси збагачення

Met. – 1979. – June. – P. 88–92.

7. **Garces I.** Comparacion de los modelos de Lynch y de Karra en la aplicacion de la operacion de clasificacion en procesos de beneficio de minerales // Rev. met. – 1990. – 26, №5. – P. 287-295.

8. **Saner H.P.** Auswahlkriterien von Siebmaschinen in der Aufbereitungstechnik // Aufbereitungs-Technik. – 1994. – 35, №7. – S. 367–372.

9. **Beuner E.M.** Screening Kinetics of cylindrical particles // Ind. J. Miner. Process. – 1999. – 57, №1. – P. 73-81.

10. **Олевский В.А.** Технологический расчет наклонных грохотов // Обогащение руд. – 1978. – № 6. – С. 21-29.

11. **Барский М.Д.** Оптимизация процессов разделения зернистых материалов. – М.: Недра, 1978. – 168 с.

12. **Гарус В.К.** Формализация результатов разделительных процессов в углеобогащении. – Луганск: СТЕК, 2003. – 176 с.

13. **Пожидаев В.Ф.** Вероятностные модели процессов грохочения. – Луганск: СТЕК, 2003. – 136 с.

14. **Лапшин Е.С.** Аналитическое определение вероятности просеивания частиц произвольной формы через сито с прямоугольными отверстиями // Науковий вісник / НГУ України. – Дніпропетровськ, 2000. – № 6. – С. 81-83.

15. **Лапшин Е.С.** Аналитическое определение вероятности вибрационного просеивания цилиндрических и игловидных частиц // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2001. – № 24. – С. 206-213.

16. **Лапшин Е.С.** Аналитическое определение вероятности просеивания эллипсоидных частиц через щелевое сито грохота // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2000. – № 19. – С. 188-192.

17. **Надутьый В.П.** Аналитическое определение вероятности просеивания частиц граничной крупности эллиптической формы через щелевое сито // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – № 9(50). – С. 8-13.

18. **Надутьый В.П.** Вероятность вибрационного просеивания в режиме с пространственным стохастическим вращением частицы // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2001. – № 27. – С. 86-92.

19. **Надутьый В.П.** Вероятность вибрационной классификации лещадных частиц при пространственном вращении // Вісник Національного технічного університету: Зб. наук. праць / ХІІІ. – Харків, 2004. – № 40. – С. 144-148.

20. **Лапшин Е.С.** Определение вероятностей вибрационного просеивания кубовидных частиц // Вібрації в техніці та технологіях. – 2007. – № 2(47). – С. 96-99.

21. **Лапшин Е.С.** Определение вероятности вибрационного просеивания случайно ориентированной в пространстве частицы // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – № 10(51). – С. 47-52.

© Надутьый В.П., Лапшин Е.С., 2010

*Надійшла до редколегії 16.04.2010 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. В.П. Франчуком*