

МІНІСТЕРСТВО ВИЩОЇ ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



ДОЛГОВ О.М.

МЕХАНІКА РУЙНУВАННЯ

ДНІПРО - 2019
НТУ
«Дніпровська політехніка»

УДК 539.3(075.8)

Д 64

Затверджено вченою радою Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» як підручник для здобувачів вищої освіти за галуззю знань 13 Механічна інженерія спеціальності 132 Матеріалознавство (протокол № 20 від 25.10.2019 р.).

Рецензенти:

В.В. Проців д.т.н, професор, завідувач кафедри технології гірничого машинобудування Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»;

С.М. Гапеев д.т.н, професор, завідувач кафедри будівництва, геотехніки і геомеханіки Національного технічного університету «Дніпровська політехніка».

Долгов О. М.

Механіка руйнування [Електронний ресурс] : підручник / О. М. Долгов ; Міністерство освіти і науки України, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка» . – Дніпро : НТУ « Дніпровська політехніка » , 2019. – 166 с.

Зміст підручника відповідає освітньо-професійній програмі підготовки здобувачів вищої освіти рівня магістр за спеціальністю 132 Матеріалознавство, зокрема – дисципліні «Механіка руйнування». Викладаються базові питання і методи механіки руйнування. Зокрема, викладено теорія Гріффітса - Ірвіна, елементи нелінійної механіки руйнування, теорія зростання втомних тріщин.

УДК 539.3(075.8)

© О.М. Долгов, 2019

© НТУ «Дніпровська політехніка», 2019

ЗМІСТ

1.ВСТУП	5
1.1. Предмет механіки руйнування	5
1.2. Міцність і руйнування	7
2. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ	14
2.1. Структура матеріалів	14
2.2. Стадії утворення тріщин	19
2.3. Основні види руйнування твердих тіл	26
2.4. Висновки до розділів 1 і 2	32
2.5. Контрольні завдання та запитання до розділів 1 і 2	34
3. СИЛОВИЙ КРИТЕРІЙ РУЙНУВАННЯ	35
3.1. Задачі механіки руйнування	35
3.2. Класична і неklasична схеми руйнування	40
3.3. Силовий підхід у лінійній механіці руйнування	43
3.4. Напруження біля контуру тріщини	45
3.5. Коефіцієнт інтенсивності напружень. Силовий критерій руйнування Ірвіна	49
3.6. Пластична зона при вершині тріщини	55
3.7. Приклади	60
3.8. Висновки до розділу 3	66
3.9. Контрольні завдання та запитання до розділу 3	68
4. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ КРИТЕРІЙ РУЙНУВАННЯ	70
4.1. Інтенсивність звільнення енергії	70
4.2. Критерій руйнування Гріфітса	74
4.3. Концепція Гріффітса-Орована-Ірвіна	79
4.4. Стійкий і нестійкий розвиток тріщини	81
4.5. Приклади	83
4.6. Висновки до розділу 4	85
4.7. Контрольні завдання та запитання до розділу 4	87

5. УМОВИ ЗРОСТАННЯ ТРІЩИНИ	88
5.1. Опір зростанню тріщини (<i>R</i> -крива)	88
5.2. Швидкість зростання тріщини. Теорія Мотта	92
5.3. Розгалуження тріщин	98
5.4. Технологічні прийоми підвищення тріщиностійкості	100
5.5. Конструкційне гальмування тріщин	102
5.6. Висновки до розділу 5	111
5.7. Контрольні завдання та запитання до розділу 5	113
6. ЕЛЕМЕНТИ НЕЛІНІЙНОЇ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ	114
6.1. <i>J</i> -інтеграл	114
6.2. Критичне розкриття тріщини (<i>KPT</i>). Модель Дагдейла	121
6.3. Зв'язок силового, деформаційного і енергетичного критеріїв механіки руйнування	125
6.4. Приклад	126
6.5. Висновки до розділу 6	128
6.6. Контрольні завдання та запитання до розділу 6	130
7. ВТОМНЕ РУЙНУВАННЯ	131
7.1. Загальні положення і визначення	131
7.2. Закономірності втомного руйнування	134
7.3. Втомні тріщини. Борізки втоми	137
7.4. Цикли напружень. Характеристики циклів	141
7.5. Крива втоми Велера	143
7.6. Докритичне зростання втомної тріщини	145
7.7. Довговічність за кількістю циклів	148
7.8. Розрахунки елементів конструкцій на довговічність	151
7.9. Приклади	156
7.10. Висновки до розділу 7	163
7.11. Контрольні завдання та запитання до розділу 7	165
ЛІТЕРАТУРА	166

1. ВСТУП

1.1. Предмет механіки руйнування

Дисципліна «Механіка руйнування» - складова частина науки про міцність твердого деформованого тіла - займається вивченням законів розділення твердих тіл на частини під дією зовнішніх сил і інших факторів.

Механіка руйнування являє собою інженерну дисципліну, яка розглядає наслідки наявності тріщиноподібних дефектів (як на мікро-, так і на макрорівні) з точки зору конструкційної цілісності. Вона базується на припущенні, що тріщини або присутні спочатку, або можуть виникнути у процесі експлуатації.

Метою вивчення дисципліни є формування базових теоретичних знань механіки руйнування, ознайомлення з методологією сучасних методів проектування конструкцій з урахуванням наявності тріщин, ознайомлення з методами розрахунків конструкцій з урахуванням тріщиностійкості.

Основним завданням вивчення дисципліни є навчити студентів застосовувати методи розрахунку і проектування конструкцій з тріщинами. Реалізація основної мети передбачає:

- вивчення фундаментальних положень механіки руйнування;
- ознайомлення з сучасними програмними комплексами моделювання та розрахунків конструкцій за наявністю тріщин.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми підготовки магістрів спеціальності 132 «Матеріалознавство» здобувачі вищої освіти, які засвоїли запланований курс, повинні

знати:

- основні положення і методи механіки руйнування;
- методологію розрахунків конструкцій на тріщиностійкість;
- сучасні програмні засоби для реалізації методів розрахунку конструкцій на міцність;

вміти:

- розробляти математичні моделі конструкцій з тріщинами;
- формулювати постановку задач розрахунку на міцність і тріщиностійкість;
- застосовувати сучасне програмне забезпечення для розрахунку елементів конструкцій на тріщиностійкість.

1.2. Міцність і руйнування

Реальні тверді тіла - цивільні і промислові споруди, природні утворення, елементи живих організмів і т.п. - при зовнішніх впливах (механічних, теплових, проникаючих опроміненнь і ін.) у тій чи іншій мірі деформуються. У переважній більшості випадків ці деформації є малими (будівельні конструкції, корпуси суден, космічні апарати). В інших випадках деформації - цілеспрямовано великі (технології обробки тиском, різанням). Але деформації також можуть бути неприпустимо великими - відбуваються руйнування, катастрофи (техногенні або природні).

В історії техніки відомі приклади катастрофічних руйнувань мостів, надводних і підводних судів, танкерів і паромів, літальних апаратів і ракет, судин тиску і резервуарів, магістральних і технологічних трубопроводів, будівель і споруд і багатьох інших конструкцій, що сталися під дією експлуатаційних і природних навантажень. Ці аварії супроводжувалися загибеллю великої кількості людей, екологічними катастрофами і матеріальними втратами. Іноді руйнування конструкцій може бути цілеспрямованим - у мирних і військових цілях.

Досвід з усією очевидністю переконує, що всі тіла в кінці кінців руйнуються - це питання тільки часу і зовнішніх впливів. З іншого боку, різні споруди і конструкції повинні бути в широкому сенсі міцними, тобто протягом певного відрізка часу відповідати своєму функціональному призначенню.

Залежно від призначення конструкцій вимоги до їх міцності можуть бути дуже різними. У більшості випадків вони зводяться до того, щоб конструкції в умовах експлуатації тривалий час зберігали розміри і форму (малі деформації), причому з великою (в межах допусків) точністю. Це відноситься до промислових і цивільних споруд, різних машин, конструкцій літаків і ракет та ін.

В інших випадках (що характерно, перш за все, для технологічних процесів обробки тиском) ці вимоги зводяться до того, щоб тіла, не руйнуючись, без втрати суцільності та, за термінологією технологів - до вичерпання запасу пластичності, незворотно деформувалися з метою надання їм заданої форми .

Вимоги міцності можуть зводитися до того, щоб у реальних умовах тіло порівняно довільно деформувалося без руйнування до тих пір, поки навантаження не досягне граничного значення. При граничному (критичному) навантаженні тіло повинно певним чином зруйнуватися. Це відноситься до вимірювальних приладів, запобіжних пристроїв і т.п.

Причини недостатньої міцності тіл і в кінцевому підсумку їх руйнування досить різноманітні, але всі вони зводяться до основних трьох: тіло неправильно сконструйовано і розраховане на міцність; вибраний не той матеріал або недостатньо враховані його властивості; неправильно враховані зовнішні сили, що діють, температурні і інші поля фізичної природи.

Великі деформації тіла можуть виникнути, якщо в окремих його частинах досягнутий стан пластичності або текучості, коли невелике зростання навантаження викликає великі деформації. Пластичність при певних навантаженнях мають практично всі тверді тіла, а при високому всебічному тиску «текучими» стають матеріали, які в звичайних умовах вважаються крихкими (наприклад, глибоко залягаючі гірські породи).

Явище повзучості також може стати причиною значних деформацій і руйнування деталей машин, що працюють тривалий час при високих температурах, як, наприклад, лопаток газових турбін, оболонок реактивних двигунів і ін.

Причиною катастроф, руйнувань конструкцій можуть стати резонансні коливання з неприпустимо великою амплітудою, що виникають від дії періодичних навантажень, частоти яких співпадають з однією з власних частот конструкції. Коливання з великими амплітудами можуть виникати у тонкостінних елементах літальних апаратів (обшивка корпусу, соплові насадки реактивних двигунів) у результаті взаємодії з надзвуковими потоками газу.

Відзначимо ще досить поширене явище втомного руйнування, яке виникає, коли до деталей машин прикладається багаторазово повторюване навантаження, наприклад, ротор турбореактивного двигуна.

Відповідальні вузли сучасних інженерних споруд - атомних реакторів, теплообмінників, реактивних двигунів і ін. - працюють в умовах, у яких перераховані вище фактори, що призводять до руйнування, діють одночасно. Розрахунок на міцність таких конструкцій стає дуже складною науковою та інженерною проблемою. Розвиваються два взаємопов'язаних напрямки її вирішення. Одне ґрунтується на досягненнях і методах наук про матеріали - хімії, фізики, матеріалознавства; основа другого напрямку - побудова математичних моделей, елементи яких - константи, функції, функціонали - визначаються з експерименту, а також за результатами досліджень першого напрямку.

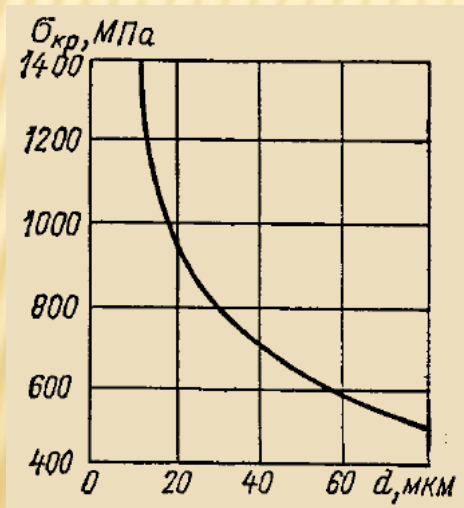
Руйнування реальних матеріалів, що мають кристалічну структуру, відбувається не одночасно по всьому перетину, а в дві стадії: 1) виникнення тріщин в дефектних місцях; 2) поширення тріщин по всьому перетину з поділом кристала на дві частини.

Одним з класичних підтверджень став дослід А. І. Іоффе у 20-і роки минулого століття. Зразки кам'яної солі при розриві на повітрі мали межу міцності близько 5 МПа. Коли зразки розривали у воді, їх міцність зросла до 1600 МПа, тобто у 320 разів. Висновок, який був зроблений з цих експериментів, полягав у тому, що міцність зразків кам'яної солі, що розриваються на повітрі, визначається поверхневими дефектами. При розриві у воді міцність зростає внаслідок видалення дефектів разом з поверхневим шаром кам'яної солі, що розчиняється.

Інший дослід - це досягнення теоретичної міцності на ниткоподібних кристалах. Ниткоподібний кристал заліза діаметром 1,6 мкм має міцність 13,4-10 МПа, тобто майже у тисячу разів більше міцності монокристалів заліза у зразках звичайних розмірів. Досягнення теоретичної міцності на бездефектних ниткоподібних кристалах також є доказом впливу дефектів кристалічної решітки на рівень реальної міцності твердих тіл.

Третім доказом і наслідком встановленої ролі дефектів є статистичні теорії міцності, які добре узгоджуються з експериментами. Статистичні теорії засновані на тому, що міцність реальних тіл визначається дефектами. Поява дефектів різного ступеню небезпеки та їх розподіл у матеріалах підпадають під дію законів випадковості. Руйнування, згідно із цими теоріями, відбувається при досягненні середнім напруженням межі місцевої міцності, тобто міцності ослабленого дефектом перетину зразка.

Імовірність появи в тілі найбільш небезпечного дефекту збільшується зі збільшенням об'єму тіла. Внаслідок цього з'являється залежність середньої міцності від об'єму навантаженого тіла.



На рис. показана залежність міцності скляних ниток від їх діаметру. Залежність отримана дослідним шляхом, але вона узгоджується з результатами, отриманими за статистичними теоріями.

Таким чином, відповідна зміна дефектної структури кристалів сприяє збільшенню їх міцності на декілька порядків і наближає її до теоретичного значення.

Ефект збільшення міцності кристалу кам'яної солі, а також експериментально спостережувані чисельні випадки передчасного руйнування конструкцій і споруд при напружених, менших умовної межі текучості, з'явилися прямим показником недостатності розвинених уявлень про міцність як про постійну матеріалу. Тому при дослідженні міцності, починаючи з робіт Гріффітса, Дж.І. Тейлора, Орована, Дж.Р. Ірвіна та ін., з'явився новий напрямок, в основі якого лежить детальне вивчення самого процесу руйнування.

2. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

2.1. Структура матеріалів

Спостереження за змінами, що відбуваються у внутрішній структурі тіла при деформації на різних рівнях (атомна решітка, монокристал, полікристал), дислокаційний механізм, послідовне утворення субмікроскопічних, мікроскопічних та коротких тріщин, які ведуть до руйнування тіла - все це становить основу матеріалознавчого підходу. Результати цих досліджень є фізичною основою створення нових матеріалів із заданими властивостями.

Тверді тіла - це тіла, що зберігають постійними форму і об'єм за відсутністю зовнішніх навантажень та інших впливів. Розрізняють кристалічні та аморфні тіла. Тверді тіла являють собою сукупність атомів, тобто електричних систем діаметром 1 ангстрем (10^{-8} см). Атоми складаються з ядер і електронів і визначають хімічний склад матеріалу. Сукупність атомів утворює кристалічну решітку завдяки дії міжатомних сил притягування і відштовхування. Відомо близько чотирнадцяти видів кристалічних решіток: кубічні, ромбічні, гексагональні та ін.

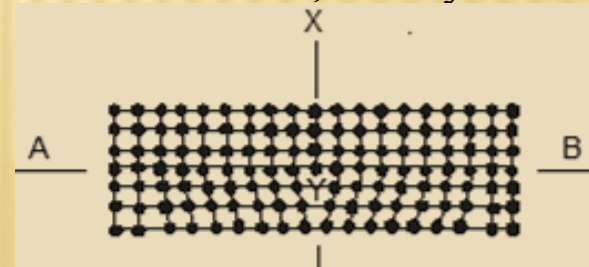
Кристалічні тверді тіла мають періодичне повторення елементарної клітинки в усьому елементі (т.зв. дальній порядок). В аморфних твердих тілах ця періодичність зберігається тільки для прилеглих клітинок (т. зв. ближній порядок).

Аморфні тверді тіла поділяються на дві групи: група простих аморфних тіл, до якої відносяться низькомолекулярні рідини, неорганічні скла, плавлений кварц і т.п. і група полімерів (хімічних з'єднань з високою молекулярною масою) - пластмаси, натуральні і хімічні волокна, каучук, гуми, органічні скла, смоли.

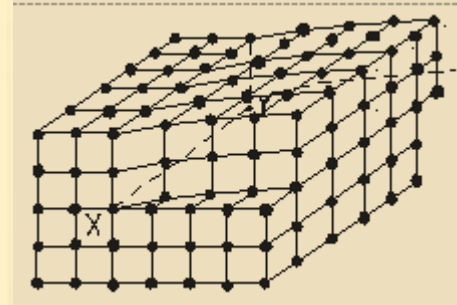
Якщо розглянути теоретичну міцність кристалів, наприклад на розрив, тобто напруження, яке необхідно для розриву міжатомного зчеплення, то вона становить приблизно $0,1 E$, де E - модуль Юнга; в той же час, тимчасовий опір (межа статичної міцності) при одновимірному розтягуванні зразка до 10^3 разів менше. Це пов'язано з тим, що реальний кристал має різні відхилення від правильної структури решітки. Ці відхилення називають дефектами кристалічної решітки (*дислокаціями*). Дефекти кристалічної решітки бувають наступних видів:

- точечні дефекти – зміна регулярності решітки внаслідок теплових коливань атомів у вузлах, впливу різних опромінювань, надлишку або нестачі електронів, наявності вакансій, різних включень, міжвузлових атомів, домішкових атомів у вузлі і т.п.;

- одномірні дислокації - додаткова напівплощина атомів на ділянці кристала над лінією AB ;



- двох і тривимірні дислокації, наприклад, гвинтова дислокація з дислокаційною лінією ХУ.



Існування теоретичної міцності тіл, як відзначалось вище, підтверджують результати відомих експериментів на правильних кристалах (наприклад, на кристалах повареної солі, зі скляними і кварцовими нитками), які показують значне збільшення границь статичної міцності і наближення їх до границі теоретичної міцності.

У фізиці твердого тіла вивчаються механізми структурних взаємодій. Процес пластичного деформування і руйнування кристалічних твердих тіл визначається як сукупність атомно-молекулярних перегрупувань. В результаті цих перегрупувань зароджуються і накопичуються дефекти кристалічної решітки - дислокації. Їх подальший розвиток призводить до утворення тріщин. Опис цієї стадії руйнування, тобто зародження і розвитку субмікроскопічних, мікроскопічних і коротких тріщин, проводиться на основі теорії дислокацій.

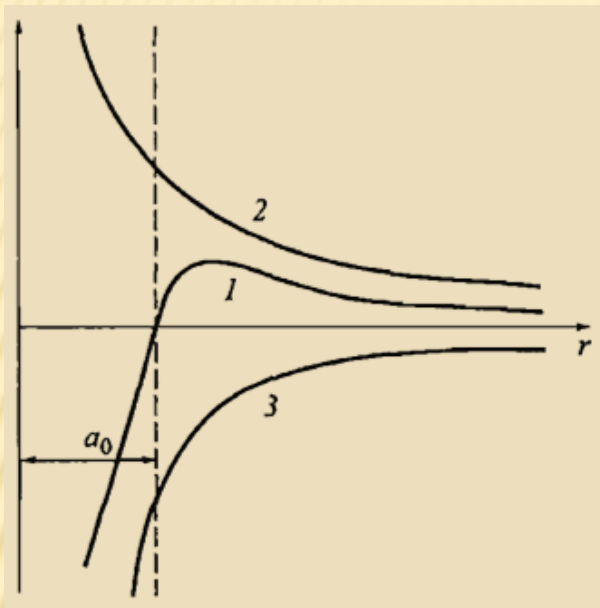
Результати фізики твердого тіла використовуються як фізична основа феноменологічних моделей у механіці твердого деформованого тіла.

Атом складається з елементарних частинок, до яких відносяться: нейтрон - частинка без заряду, електрон - негативно заряджена частинка і протон - позитивно заряджена частинка. Електрони рухаються по орбіті навколо ядра атома, яке складається з протонів і нейтронів.

Залежно від положення електронів на орбітах міжатомні зв'язки можна розділити на металеву, ковалентну і іонну. Металевий зв'язок можна представити таким чином. Якщо два атома видалені на велику відстань, то електрони притягуються до протонів найближчого атома. Якщо атоми поступово зближуються, то орбіти електронів обох атомів частково перекривають один одного, з'являється вільний електрон, не пов'язаний з цими атомами.

Повному зближенню атомів заважають зростаюча по мірі зменшення міжатомної відстані сила відштовхування, що виникає внаслідок деформації електронних оболонок атомів, а також сила відштовхування між позитивно зарядженими іонами.

Зміна сили взаємодії між атомами в залежності від їх відстані можна проілюструвати на рисунку:



- 2 - сила притягування;
- 3 - сила відштовхування;
- 1 - рівнодіюча сила.

Стан частинок, зближених на відстань a_0 , є станом стійкої рівноваги, утворюючи тіло з правильною внутрішньою структурою - кристал.

При теоретичному розрахунку сил розриву зв'язку між атомами, віднесених до одиниці площі, отримуємо величину теоретичної міцності приблизно 1/10 модуля Юнга. Насправді фактична міцність становить 1 ...10% теоретичної міцності.

Розбіжність між теоретичною і реальною міцністю полягає в тому, що в основі теоретичного розрахунку лежить гіпотеза про подолання сил зв'язку атомів при відриві одночасно по всьому перетину зразка.

Насправді сили зв'язку долаються не одночасно. Причиною цього є місцеві дефекти (тріщини).

2.2. Стадії утворення тріщин

Руйнування є складним процесом деформації, при якому матеріал фізично розділяється на частини, а здатність конструкції нести навантаження знижується до нуля. Руйнування може відбуватися на різних масштабних рівнях в залежності від розмірів області руйнування. Наприклад, розглядаючи елемент металевої конструкції, можна виділити наступні рівні:

Рівень	Розміри	Механізм руйнування
Субмікроскопічний	Порядку атомних розмірів ($\approx 5 \cdot 10^{-4}$ мкм)	Порушення атомних зв'язків, що приводить до утворення нової поверхні розділу
Мікроскопічний	Порядку розміра зерна (≈ 2 мкм)	Проходження мікротріщини по тілу зерен або по їх кордонах у матеріалі
Макроскопічний	Того ж порядку, що і надріз (2 мкм – 10^{-3} м) та більше	Рух тріщини з області концентрації напружень всередину об'єму матеріалу

Інкубаційний період розвитку руйнування характеризується скупченням дефектів, зародженням дислокацій, їх рухом, виникненням дислокаційних петель після проходження дислокацій через потенційні силові бар'єри решітки, що створюються силами внутрішньої взаємодії між атомами, молекулами, зернами і т.п., виникненням ліній ковзання, об'єднанням цих ліній у смуги ковзання і, нарешті, виникненням певної структури тіла з переважною орієнтацією зерен і зрушеннями по площадках ковзання. Цей період займає від 4% до 20% загального часу життя тіла. Потім починається втрата стійкості процесу мікропластичної деформації, що супроводжується зростанням об'єму тіла.

При достатній кількості дислокацій у центрі їх скупчення утворюється мікродефект, у який «звалюються» всі дислокації скупчення. Цей механізм пояснює вибуховий характер виникнення мікродефектів типу субмікроскопічних і мікроскопічних тріщин відразу значних розмірів у порівнянні з розмірами атомів.

Дослідження процесів одновимірного розтягування полімерів показують, що субмікроскопічні тріщини утворюються відразу з певними розмірами, які залежать від матеріалу і не залежать ні від процесу деформування зразка, ані від часу деформування.

На відміну від розмірів субмікротріщини їх об'ємна щільність є чутливою характеристикою напруженого стану і характеризує руйнування тіла, пов'язане з їх критичною концентрацією. Стабільність розмірів субмікротріщини створює можливість накопичення їх високих концентрацій, особливо, поблизу поверхні тіла. У процесі взаємодії сусідніх субмікротріщин відстані між ними стають порівнянними з характерними розмірами самих тріщин, що веде до їх злиття і виникнення мікротріщин.

Поверхневі мікротріщини поширюються уздовж поверхні тіла і досягають розмірів декількох міліметрів (перетворюються в макротріщини). Швидкість поширення мікротріщин (розміром до 0,01 мм) углиб твердого тіла на 2-3 десяткових порядки менше швидкості поширення уздовж поверхні.

Субмікроскопічні тріщини розвиваються одночасно із зародженням нових тріщин і перетворюються у мікроскопічні тріщини при монотонній деформації до 2-4%. Мікротріщини в кристалічних тілах з'являються також на границі включення внаслідок виникнення концентрації напружень через порушення структури кристала або розвиваються із самого включення.

Після досягнення макротекучості процес руйнування твердого тіла складається з двох взаємопов'язаних процесів - розриву і відновлення міжатомних зв'язків і взаємного переміщення елементів структури.

На мікрорівні відбувається перерозподіл міжатомних сил між рухомими структурними елементами твердого тіла, в процесі якого йде наростання «хаосу». При цьому кількість зв'язків між атомами зменшується з одночасним збільшенням енергії зв'язків що залишилися за рахунок збільшення відстані між ними. В результаті цих процесів виникають так звані «структурні завали» на площадках дії максимальних дотичних напружень. Вони збільшують опір тіла зсуву за рахунок зменшення його опору відриву.

Фізична природа межі текучості для монокристала визначається критичною величиною зсуву по системам ковзання, для полікристалів - станом границь, об'ємом хаотично орієнтованих зерен. При цьому на її значення впливає вся передісторія впливів на тверде тіло: режими термообробки, зміцнення, радіації і т.д.

Важливою особливістю цього процесу є те, що в ньому на макрорівні беруть участь тільки приріст напружень і відповідне йому прирощення пружно-пластичної деформації, і після зняття зовнішніх сил у тілі залишаються фіксованими залишкові пластичні деформації.

Остаточний характер пластичної деформації на мікрорівні пояснюється переплетенням дислокаційних петель. На площадках текучості і в областях великих деформацій зв'язок між атомами є слабким або повністю відсутній (має місце, наприклад, явище надтекучості).

Вже на стадії виникнення субмікротріщин йде локалізація процесу руйнування твердого тіла. Ця локалізація обумовлена нерівномірністю накопичення мікротріщин у тілі, при цьому найбільша їх концентрація, в основному, відбувається у поверхневих шарах. Зростання мікротріщин призводить до появи коротких тріщин, довжини яких лежать в інтервалі від характерних розмірів зерен до 0,2-0,1 мм, а потім - до появи і зростання макротріщини (довжиною до 1 мм).

Закономірності розвитку коротких тріщин відрізняються від закономірностей розвитку макротріщин. Експерименти показують, що форма коротких макротріщин, так само, як і субмікроскопічних тріщин, залежить від матеріалу. Локалізація руйнування в твердому тілі відбувається ще до остаточного руйнування, що дозволяє передбачити його характер.

Таким чином, у процесі руйнування твердого тіла виділяють дві основні стадії:

- перша стадія - зародження і накопичення пошкоджень, розсіяних стохастично у вигляді субмікроскопічних (10^{-7} - 10^{-6} мм), мікроскопічних (10^{-5} - 10^{-2} мм) і коротких (10^{-2} - 10^{-1} мм) тріщин і формування у найбільш небезпечній зоні тіла однієї або декількох макротріщин (довжиною до 1 мм);

- друга стадія - зростання макротріщини внаслідок збільшення концентрації напружень у її вершині аж до руйнування з поділом твердого тіла на частини в момент досягнення тріщиною критичних розмірів.

Перша стадія руйнування може займати значну частину часу довговічності твердого тіла. Наприклад, при монотонному осьовому розтягу зразка на першу стадію припадає 90-95% від повної критичної осьової деформації. Для багатьох елементів конструкцій виникнення макротріщини вже робить елемент непридатним до експлуатації.

У процесі проростання мікро- і макротріщин у їх оточенні зароджуються нові субмікротріщини, збільшується їх концентрація і триває їх з'єднання.

Процес руйнування тіла - це накопичення граничних концентрацій субмікроскопічних, мікроскопічних і коротких тріщин, утворення макротріщин, які потім зростають аж до розділення тіла на частини.

Дослідження другої стадії процесу руйнування - зростання макротріщин, що супроводжується їх можливим з'єднанням, утворенням наскрізних тріщин і завершується критичним розкриттям, проводяться у механіці руйнування твердих тіл і засновані на понятті тріщини як ідеального розрізу нульової товщини, зростання якої викликане локальною концентрацією напружень у її кінці.

Встановлена функціональна залежність зростання довжини тріщини від коефіцієнта інтенсивності напружень (п. 3.5), параметри якої враховують різні фактори [2, 14].

Оцінка критичного розкриття тріщини здійснюється через характеристики тріщиностійкості тіла (здатності тіла чинити опір зростанню в ньому тріщини) - критичний коефіцієнт інтенсивності напружень (п. 6.2), граничну інтенсивність звільнення енергії або критичне значення J -інтеграла (п.п. 6.1, 6.3).

2.3. Основні види руйнування твердих тіл

Встановлено, що при монотонному навантаженні твердого тіла поширення в ньому тріщин (друга стадія процесу руйнування) призводить до наступних основних видів руйнувань у залежності від структури його матеріалу:

1. Крихке руйнування, як результат лавиноподібного зростання макротріщин (зі швидкостями до $1/3$ швидкості звуку), при якому пружна деформація досягає такої величини, що руйнуються міжатомні зв'язки всередині зерен або на їхніх кордонах. При цьому відсутні пластичні деформації або вони зосереджені в тонкому приповерхневому шарі (квазікрихке руйнування); таке тверде тіло відносять до крихких твердих тіл. Це - найбільш поширений вид руйнування елементів кораблів, мостів, паливних танкерів і ін.

Крихке руйнування відбувається в результаті зростання магістральної тріщини після незначної (менше 1-2%) пластичної деформації, зосередженої у приповерхневій зоні тріщини. При ідеально крихкому руйнуванні можна заново скласти тіло колишніх розмірів із його частин, отриманих у процесі руйнування, без зазорів між ними. Крихке руйнування може реалізуватися сколом і зрізом, які відрізняються видом поверхонь руйнування.

В електронний мікроскоп видно, що в межах одного зерна поверхня руйнування порівняно плоска і паралельна певній кристалографічній площині.

Схематично картину крихкого руйнування можна представити таким чином. Дислокації підходять до кордону зерна, що є для них бар'єром, зупиняються і з збільшенням напруження долають цей бар'єр. В результаті цього на певних площадках (як правило, площадках максимальних нормальних напружень) виникає локальний розрив - утворення мікротріщини. Кожна наступна дислокація «звалюється» в цей розрив, збільшуючи розмір тріщини, що і призводить до відколу без виникнення пластичних деформацій, тобто до крихкого руйнування.

Сходинок відколу можуть також зародитися всередині кристалу при проходженні тріщини через гвинтову дислокацію. Кілька сходинок відколу можуть об'єднатися і утворювати складову сходинок. Об'єднання протилежних сходинок призводить до їх зникнення. Такий малюнок руйнування називають річковим візерунком. При низьких температурах і великих швидкостях деформування ймовірність крихкого руйнування збільшується.

Віднесення тіл до крихких залежить від виду напружено-деформованого стану і різних факторів: наявності геометричних концентраторів напружень, температури, швидкості деформування, агресивності робочого середовища, опромінення і т.п., тобто його руйнування у залежності від цих факторів може бути як крихким, так і в'язким.

2. Пластичне (в'язке) руйнування. Відбувається після суттєвої пластичної деформації, що протікає по всьому (або майже по всьому) об'єму тіла. Наприклад, розрив після 100%-го звуження шийки при розтягуванні.

Процес в'язкого руйнування реалізується, здебільшого, внаслідок інтенсивного ковзання дислокацій по площадках дії максимальних напружень зсуву, в результаті якого утворюються пори, вони потім об'єднуються у мікротріщину, зростання якої призводить до зародження макротріщини, і, нарешті, до в'язкого руйнування. При цьому пластичне деформування на парних площинах ковзання веде до утворення шийки з ямками і зменшення поперечного перерізу зразка.

Гідростатичне навантаження істотно змінює вид руйнування. При значному всебічному розтягуванні руйнування твердого тіла стає, в основному, крихким, а при всебічному стиску - в'язким. Крихкі матеріали, наприклад, бронза можуть руйнуватися в'язко після значної пластичної деформації, якщо прикласти достатній гідростатичний тиск.

Аналіз мікроскопічної картини зламів при руйнуванні різних тіл показує, що поверхня будь-якого зламу являє собою сукупність мікроплощадок, що лежать як у площині дії максимальних дотичних, так і в площині дії максимальних нормальних напружень, кількісне співвідношення яких змінюється в залежності від матеріалу, процесу навантаження, температури та ін.

3. Квазікрихке руйнування передбачає наявність пластичної зони перед краєм тріщини наклепаного матеріалу (стан матеріалу після попередньої пластичної деформації) у поверхні тріщини. Значно більший за величиною об'єм тіла знаходиться при цьому в пружному стані. У техніці квазікрихким називають руйнування, при якому руйнівне напруження у нетто-перетині вище межі текучості, але нижче межі міцності.

4. Втомне руйнування відбувається при циклічному навантаженні тіла в результаті накопичення в ньому незворотних ушкоджень, що призводять до утворення і розвитку тріщини. Злам макроскопічно крихкий, проте, у поверхні зламу матеріал суттєво наклепаний.

Розрізняють втому і малоциклову втому.

Втома характеризується номінальними напруженнями, меншими межі текучості. Повторне навантаження макроскопічно відбувається у пружній області, число циклів до руйнування велике.

Малоциклова втома (інакше повторно-статичне навантаження) характеризується номінальними напруженнями, більшими межі текучості. При кожному циклі навантаження виникає макроскопічна пластична деформація, число циклів до руйнування порівняно невелике.

Як правило, пружне циклічне деформування тіла призводить до зародження і зростання тріщин без утворення скільки-небудь значної зони пластичних деформацій навколо вершини тріщини, тобто втомне руйнування тіл відбувається без спотворення їх форми і зміни розмірів і носить крихкий характер. Воно зумовлено структурною неоднорідністю тіла, що полягає у випадковому розподілі розмірів зерен, напрямків їх кристалографічних площин, у наявності різних фаз, включень, дефектів кристалічної решітки. У зернах, несприятливо орієнтованих до зовнішнього навантаження, виникають лінії зсуву в результаті руху та об'єднання дислокацій по певних кристалографічних площинах вже на ранній стадії (1-10% довговічності).

5. Руйнування при повзучості. Повзучістю називають явище накопичення в матеріалі деформації у часі при дії постійного навантаження у певному для кожного матеріалу діапазоні температур випробування. Це руйнування характерне для в'язкопружних матеріалів, зокрема полімерів. У конструкційних матеріалах, таких як низьковуглецева сталь, алюмінієві, титанові сплави, прояви повзучості спостерігаються при підвищених температурах.

6. Корозійне руйнування має місце при дії хімічно агресивних середовищ. Тріщини починають розвиватися задовго до повного руйнування, вони виникають і поширюються до вичерпання конструкцією своєї несучої здатності. Тому знання законів зростання тріщин і свідоме їх використання дозволяє будувати висновки про несучу здатність деталі.

2.4. Висновки до розділів 1 і 2

1. Механіка руйнування являє собою інженерну дисципліну, яка розглядає наслідки наявності тріщиноподібних дефектів (як на мікро-, так і на макрорівні) з точки зору конструкційної цілісності.
2. Механіка руйнування базується на припущенні, що тріщини або присутні спочатку, або можуть виникнути у процесі експлуатації.
3. Тверді тіла - це тіла, що зберігають постійними форму і об'єм за відсутністю зовнішніх навантажень та інших впливів. Розрізняють кристалічні та аморфні тіла.
4. Руйнування реальних матеріалів, що мають кристалічну структуру, відбувається не одночасно по всьому перетину, а в дві стадії: а) виникнення тріщин в дефектних місцях; б) поширення тріщин по всьому перетину з поділом кристала на дві частини.
5. Розбіжність між теоретичною і реальною міцністю полягає в тому, що в основі теоретичного розрахунку лежить гіпотеза про подолання сил зв'язку атомів при відриві одночасно по всьому перетину зразка. Насправді сили зв'язку долаються не одночасно. Причиною цього є тріщини.

6. Реальний кристал має різні відхилення від правильної структури решітки. Ці відхилення називають дефектами кристалічної решітки або дислокаціями.

7. Руйнування може відбуватися на різних масштабних рівнях в залежності від розмірів області руйнування.

8. У процесі руйнування твердого тіла виділяють дві основні стадії:

а) зародження і накопичення пошкоджень у вигляді субмікроскопічних, мікроскопічних і коротких тріщин і формування у найбільш небезпечній зоні тіла однієї або декількох макротріщин;

б) зростання макротріщин аж до руйнування з поділом твердого тіла на частини в момент досягнення тріщиною критичних розмірів.

9. При монотонному навантаженні твердого тіла поширення в ньому тріщин призводить до наступних основних видів руйнувань у залежності від структури його матеріалу:

Крихке руйнування. Пластичне (в'язке) руйнування. Квазікрихке руйнування. Втомне руйнування. Руйнування при повзучості. б. Корозійне руйнування.

2.5. Контрольні завдання та запитання до розділів 1 і 2

1. Сформулювати мету і основне завдання механіки руйнування.
2. Пояснити різницю між теоретичною і реальною міцністю.
3. Сформулювати основні вимоги до міцності конструкцій.
4. Назвати основні причини руйнування тіл.
5. Визначити стан текучості і повзучості матеріалу.
6. Назвати дві стадії руйнування реальних конструкцій.
7. Надати приклади ролі дефектів у процесі руйнування тіл.
8. Дати загальний опис структури матеріалів.
9. Назвати основну різницю між кристалічними і аморфними матеріалами.
10. Дати загальне поняття дислокацій.
11. Навести масштабні рівні тріщин в залежності від розмірів області руйнування.
12. Перелічити основні види руйнування твердих тіл.
13. Дати загальний опис крихкого руйнування.
14. Назвати особливості в'язкого і квазікрихкого руйнування.
15. Описати процес втомного руйнування.

3. СИЛОВИЙ КРИТЕРІЙ РУЙНУВАННЯ

3.1. Задачі механіки руйнування

Механіка утворення та зростання тріщин пов'язана з вивченням законів розділення кристалічного або континуального тіла на частини під дією механічних зусиль чи інших зовнішніх факторів. Далі будемо мати на увазі континуальне тіло, наділене феноменологічними властивостями, визначеними експериментально на стандартних зразках.

Руйнування може бути частковим або повним. При частковому руйнуванні в тілі виникають пошкодження матеріалу у вигляді окремих тріщин або у вигляді розподілених за обсягом дефектів матеріалу, що призводять до зміни (у несприятливу для міцності бік) механічних властивостей матеріалу. При повному руйнуванні відбувається розділення тіла на частини.

Перша стадія руйнування - утворення мікротріщин - зазвичай викликається максимальними дотичними напруженнями, а їх зростання закінчується або крихким зломом у площині дії найбільших нормальних напружень, або в'язким руйнуванням, як правило, по площині дії найбільших дотичних напружень.

Відповідно до цього розглядають два види опору руйнуванню тіл: опір відриву і опір зсуву. Це послужило основою формування класичних механічних теорій міцності: теорії максимальних нормальних і теорії максимальних дотичних напружень.

У цьому розділі розглянемо питання крихкого руйнування тіл.

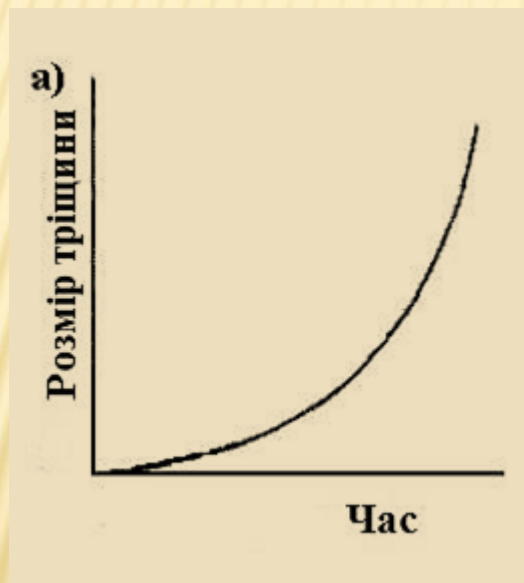
Введемо такі визначення:

Вільною називають поверхню, що має надлишкову питому енергію, на яку вже не діють сили з боку інших поверхонь кристалу.

Руйнування - поява нових або збільшення площі старих вільних поверхонь у кристалі.

Тріщина - ділянка твердого тіла, обмежена вільними поверхнями (за винятком зовнішньої).

Розглянемо конструкцію, в якій розвивається тріщина. При дії циклічних навантажень або при спільному впливі навантажень і навколишнього середовища з перебігом часу ця тріщина буде зростати. Чим довше тріщина, тим більшу концентрацію напружень вона викликає. Це означає, що швидкість розвитку тріщини з часом буде збільшуватися. Зростання тріщини як функцію часу можна уявити зростаючою кривою, як показано на рис. а.



Через тріщину міцність конструкції стає менше, ніж розрахункова міцність, зменшуючись зі збільшенням розміру тріщини, як показано на рис. б.

Через деякий час міцність настільки зменшиться, що конструкція вже не буде здатна витримати випадкові високі навантаження, які можуть виникнути при експлуатації. З цього моменту конструкція легко руйнується. Якщо такі випадкові високі навантаження не виникають, то тріщина продовжує зростати до тих пір, поки міцність не стає настільки низькою, що руйнування відбувається при нормальних експлуатаційних навантаженнях.

Проектувальник має передбачити можливість розтріскування і, отже, допускати можливість руйнування конструкції. Це означає, що конструкція може мати лише обмежену довговічність. Звичайно, ймовірність руйнування повинна бути досить низькою протягом всього часу експлуатації. Для забезпечення надійності конструкції необхідно передбачити, як швидко будуть зростати тріщини, і як швидко буде зменшуватися залишкова міцність. Саме здійснення таких передбачень і розвиток методів їх отримання є предметом механіки руйнування.

Таким чином, механіка руйнування взагалі і, зокрема, механіка крихкого руйнування повинна відповісти на наступні питання:

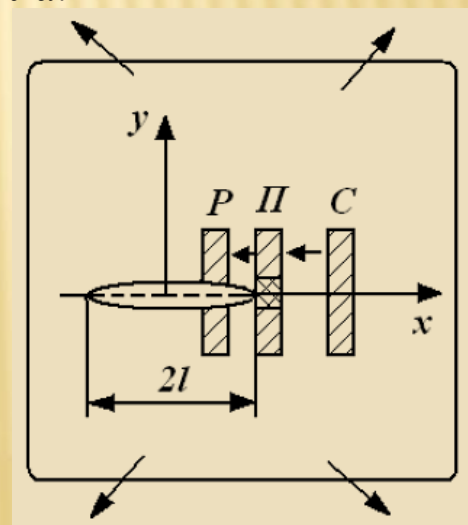
1. Яка залежність міцності від розміру тріщини?
2. Який допустимий розмір тріщини при очікуваних експлуатаційних навантаженнях, тобто який критичний розмір тріщини?
3. Як довго триватиме зростання тріщини від певного початкового розміру до критичного розміру?
4. Який розмір тріщини допустимий у початковий момент експлуатації конструкції?
5. Як часто слід перевіряти наявність тріщин у конструкції?

Вивчення закономірностей процесу руйнування проводиться на різних масштабних рівнях. У подальшому розглядатимемо макрорівень, тобто розмір тріщин у діапазоні $2\text{мкм} - 10^{-3}\text{м}$ та більше.

Перехід елемента матеріалу зі стану C у стан P - процес руйнування - здійснюється миттєво, як тільки напружено-деформований стан, обчислений у рамках прийнятої реологічної моделі, досягає деякого критичного значення (наприклад, якщо напруження розтягу у даній точці деформованого твердого тіла досягають межі міцності) .

Такий класичний підхід до матеріалів, що знаходяться у крихкому стані і в структурі яких є гострі дефекти типу тріщин, не дозволяє вирішити задачу про їх міцність, оскільки в ньому не враховується особливий напружено-деформований стан матеріалу біля вершини гострого дефекту-тріщини у процесі деформації тіла.

Ідея некласичного підходу зводиться до наступного. Вважається, що перехід елемента тіла, що деформується зі стану C у стан P супроводжується проміжним станом Π , який слід обов'язково враховувати при вирішенні задачі про міцність тіла з дефектами типу тріщин.



Особливість області перед руйнування полягає в тому, що матеріал у ній завжди деформований за межею пружності і що саме в ній відбувається найбільш інтенсивна пластична текучість та інші явища, які спричиняють у кінцевому рахунку локальне руйнування матеріалу, тобто $C \rightarrow II \rightarrow R$ перехід.

Таким чином, *некласична схема* руйнування передбачає врахування станів II біля гострих дефектів у тілі (в першу чергу типу тріщин) - концентраторів напружень, радіус заокруглення яких можна порівняти з характерним лінійним розміром структурного елемента матеріалу. Отже, при оцінюванні міцності твердого тіла необхідно враховувати його локальні фізико - механічні властивості, наприклад, здатність чинити опір зростанню в ньому тріщини - його тріщиностійкість.

Врахування станів II матеріалу в рамках механіки суцільних середовищ вимагає введення нових розрахункових моделей і концепцій. Оскільки основними характеристиками, контролюючими поведінку матеріалу у вершині тріщини, є напруження, деформації та енергія, то всі критерії механіки руйнування, аналогічно класичним теоріям міцності, діляться на енергетичні, силові і деформаційні.

3.3. Силовий підхід у лінійній механіці руйнування

Процес руйнування складається з двох стадій - зародження тріщини і її зростання, причому кожна з цих стадій підпорядковується своїм законам. Природно, що серед критеріїв міцності є такі, які характеризують як умови зародження тріщини, так і умови зростання тріщини. Перші з них фактично є умови наступу небезпечного стану в точці у розглянутий момент (класичні теорії міцності). Другі виходять з наявності в тілі тріщини (їх ми і будемо розглядати далі).

Для судження про міцність тіла недостатньо мати рішення теорії пружності або пластичності про концентрацію напружень біля надрізів або тріщин. Необхідні ще критерії міцності, які встановлюють момент вичерпання несучої здатності матеріалу у точці або ж усього тіла в цілому. Формулювання цих критеріїв таке, що відповідні співвідношення обов'язково містять деякі константи матеріалу, які визначаються експериментально. До цих постійних належать такі відомі механічні характеристики матеріалу, як межа текучості, міцності, істинний опір розриву і т. п.

Критерій початку розповсюдження тріщини, що становить основу механіки руйнування, не витікає з рівнянь рівноваги і руху механіки суцільного середовища. Він є додатковою (по відношенню до рівнянь теорії пружності) крайовою умовою при вирішенні питання про граничну рівновагу тіла з тріщиною.

Граничний стан рівноваги вважається досягнутим, якщо тріщиноподібний розріз отримує можливість зростати. З цього випливає що тріщина - це є тонкий розріз, який здатний поширюватися (збільшуючи свою поверхню) в об'ємі тіла під дією зовнішніх впливів. Роль зовнішніх впливів, які можуть залежати від часу, грають механічні зусилля, температурні напруження, корозійне і поверхнево активний вплив навколишнього середовища, зміна властивостей матеріалу.

Критерії початку зростання тріщини можуть бути отримані як на основі енергетичних міркувань, так і силових.

Доведена еквівалентність цих двох критеріїв (**Див. п. 6.3.**) Реалізація силового підходу призвела до створення досить чіткої і завершеної теорії лінійної механіки руйнування, що є основою аналізу крихкого руйнування.

3.4. Напруження біля контуру тріщини

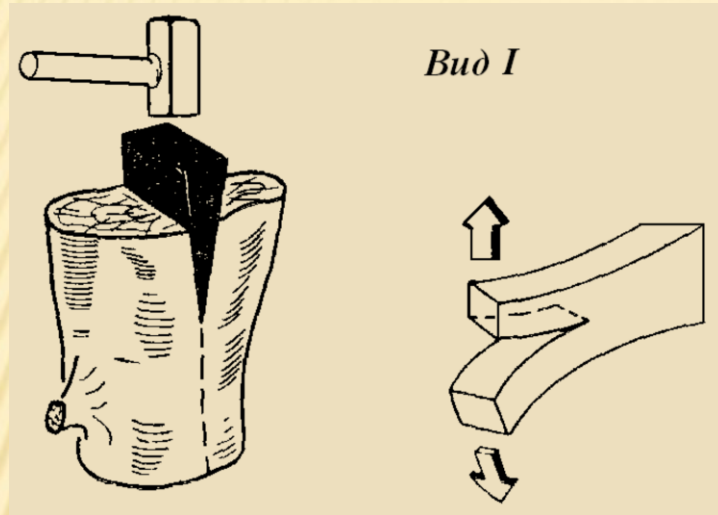
У розрахунках на міцність елементів конструкцій і споруд з тріщинами відправною точкою є дослідження розподілу напружень і деформацій, що виникають в них під дією прикладених навантажень.

Особливий інтерес становить область безпосередньо біля вершини тріщини, оскільки саме в ній настає стан *II*.

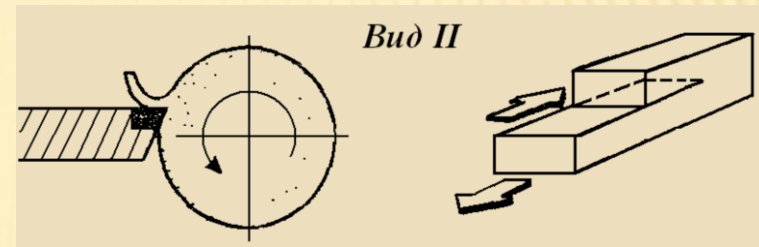
У межах лінійної механіки руйнування, що виходить із моделі ідеально пружного тіла і представляє тріщину у вигляді розрізу нульової товщини, поверхні якого вільні від напружень, розглянута задача зводиться до крайової задачі теорії пружності.

У найбільш загальному випадку розподіл деформацій в околі довільної точки контуру тріщини можна представити у вигляді суперпозиції трьох окремих видів деформації, відповідних трьом основним видам переміщення поверхонь тріщини:

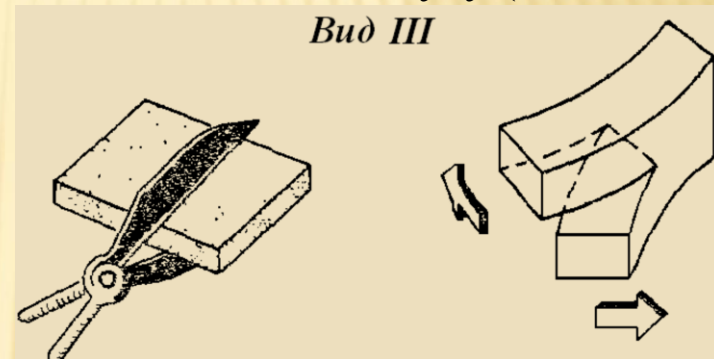
нормального відриву (I);



поперечного зсуву (II);



ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ (III).

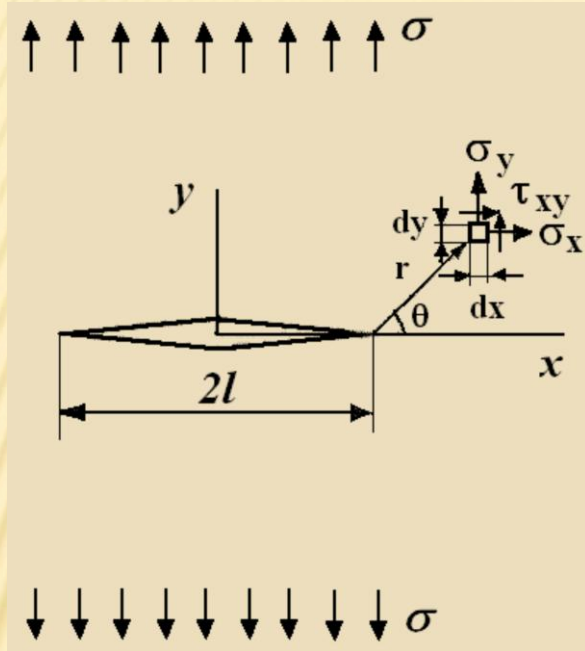


Перший тип пов'язаний з нормальним зміщенням поверхонь тріщини у взаємно протилежних напрямках.

Другий відповідає переміщенням, при яких поверхні тріщини ковзають одна по одній у напрямку, перпендикулярному її фронту.

Третій пов'язаний з ковзанням однієї поверхні тріщини по іншій паралельно фронту тріщини.

Розглянемо наскрізну тріщину типу I довжиною $2l$ в нескінченній пластині.

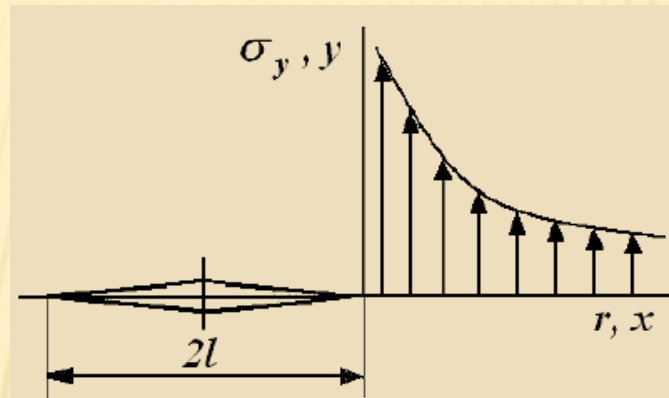


Пластина знаходиться під дією розтягуючого напруження σ , яке викликається прикладеними у нескінченності силами. Елемент $dx dy$ пластини, розташований на відстані r від вершини тріщини і який становить з площиною тріщини кут θ , знаходиться під дією нормальних напружень σ_x і σ_y , що діють в напрямках x і y , і дотичного напруження τ_{xy} .

Можна показати, що ці напруження дорівнюють:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma \sqrt{\frac{l}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); & \tau_{xy} &= \sigma \sqrt{\frac{l}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}; \\ \sigma_y &= \sigma \sqrt{\frac{l}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); & \sigma_z &= 0 \text{ (ПНС);} \\ & & \sigma_z &= \nu (\sigma_x + \sigma_y) \text{ (ПНС).} \end{aligned} \quad (3.1)$$

У пружному випадку напруження, зазначені в (3.1), пропорційні зовнішньому напруженню σ . Їх величини пропорційні кореню квадратному із розміру тріщини і прагнуть до нескінченності у вершині тріщини при зверненні r у нуль. Залежність σ_y від r при $\theta = 0$ показана на рис.



Для великих значень r величина σ_y прагне до нуля, у той час як вона має прагнути до σ . Вочевидь, рівняння (3.1) справедливі тільки в обмеженій області - поблизу вершини тріщини. Кожне з рівнянь являє собою перший член ряду.

В околі вершини тріщини ці перші члени досить точно описують поля напружень, оскільки інші члени малі у порівнянні з ними. На великих відстанях від вершини тріщини у рівняннях (3.1) слід вводити більшу кількість членів.

3.5. Коефіцієнт інтенсивності напружень. Силовий критерій руйнування Ірвіна

У рівняннях (3.1) функції координат r і θ мають простий вигляд. В узагальненому вигляді ці рівняння можна записати так:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta), \quad \text{де } K_I = \sigma \sqrt{\pi l}. \quad (3.2)$$

Коефіцієнт K_I називається коефіцієнтом інтенсивності напружень (K_{IH}), де індекс означає тип руйнування. Коли відомий K_{IH} , поле напружень при вершині тріщини повністю визначено:

Нормальний відрив (I)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}; \\ \sigma_z &= \nu (\sigma_x + \sigma_y). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Поперечний зсув (II)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right); \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}; \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); \\ \sigma_z &= \nu (\sigma_x + \sigma_y). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Поздовжній зсув (III)

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0;$$

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}; \quad (3.5)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}.$$

Коефіцієнти інтенсивності напружень K_I , K_{II} , K_{III} є мірою сингулярності напружень біля вершини тріщини, тобто області передруйнування, і відіграють для цієї області таку ж роль, як коефіцієнти концентрації напружень в опорі матеріалів для макрооб'ємів тіла.

Коефіцієнти інтенсивності напружень мають одиниці вимірювання МПа· $\sqrt{м}$.

Таким чином, поле напружень визначається коефіцієнтом інтенсивності напружень. Цим коефіцієнтом визначається також те, що відбувається в межах зони пластичності. $K_{I\text{II}}$ є мірою всіх напружень і деформацій. Коли напруження і деформації біля вершини тріщини досягають критичних значень, відбувається її зростання.

Силовий критерій Дж.Р. Ірвіна початку росту тріщини має вигляд:

$$K = K_C. \quad (3.6)$$

Це означає, що при досягненні, наприклад, K_I критичного значення K_{IC} відбудеться руйнування. Можна припускати, що K_{IC} є константа матеріалу, тобто критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень у момент руйнування:

$$K_{IC} = \sigma_c \sqrt{\pi l}, \quad (3.7)$$

де l – напівдовжина тріщини.

Вираз (3.7) для коефіцієнта інтенсивності напружень справедливий лише для нескінченної пластини. Для пластини кінцевих розмірів ця формула набуває вигляду:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \cdot f(l/W), \quad (3.8)$$

де W - ширина пластини. Для визначення K_{IC} необхідно знати функцію $f(l/W)$. Для малих значень l/W $f(l/W)$ прямує до одиниці. Істинне значення K_{IC} можна отримати з експериментів тільки у тому випадку, якщо переміщення точок пластини, перпендикулярні її площині, досить малі (для ПДС), тобто коли пластинка має достатню товщину. У разі ПНС критична величина K_{IH} буде залежати від товщини пластини.

Коефіцієнти інтенсивності напружень зазвичай представляються у вигляді:

$$K = \sigma \sqrt{\pi l} Y \quad \text{або} \quad K = \sigma \sqrt{l} Y.$$

Безрозмірні множники носять у механіці руйнування назву Y – таріровки. Вони залежать від відношення довжини (напівдовжини) тріщини l до розмірів тіла, наприклад, до товщини перетину b , тобто від числа $\lambda = l/b$. Ця залежність зазвичай представляється таблицею або наближеною формулою, часто многочленом:

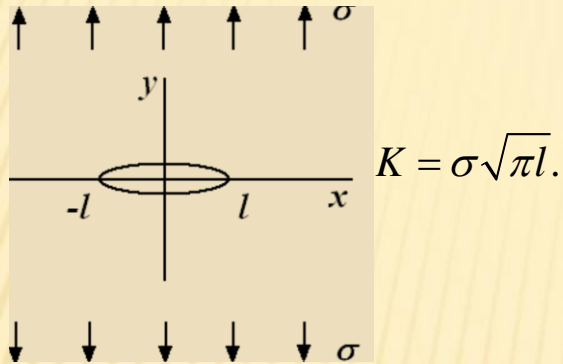
$$Y(\lambda) = c_0 + c_1\lambda + c_2\lambda^2 + c_3\lambda^3 + \dots$$

Якщо у довіднику виявлена відповідна Y - таріровка, то задача розрахунку конструкції на руйнування надзвичайно спрощується, адже не потрібно вирішувати складну математичну задачу.

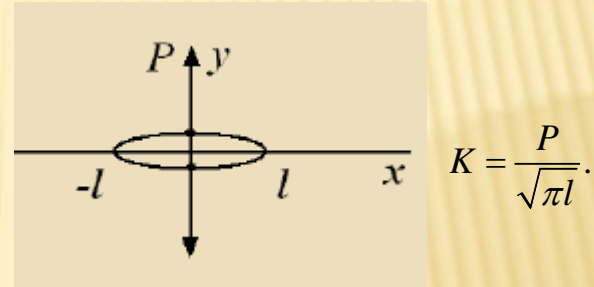
K_C є мірою тріщиностійкості матеріалу. Тому K_C називають в'язкістю руйнування. Для матеріалів з малою в'язкістю руйнування допускаються тільки маленькі тріщини. Очевидно, матеріал з найбільшою в'язкістю руйнування має найбільшу залишкову міцність.

Для деяких схем навантаження вирази для K_{IH} наведено нижче.

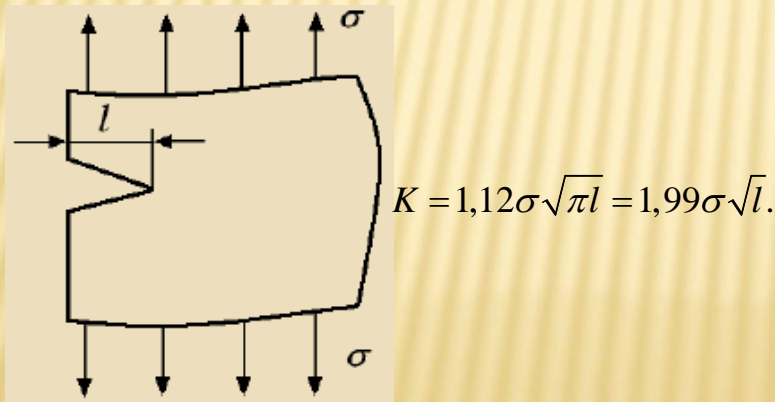
Необмежена площина з тріщиною,
розтяг перпендикулярно тріщині



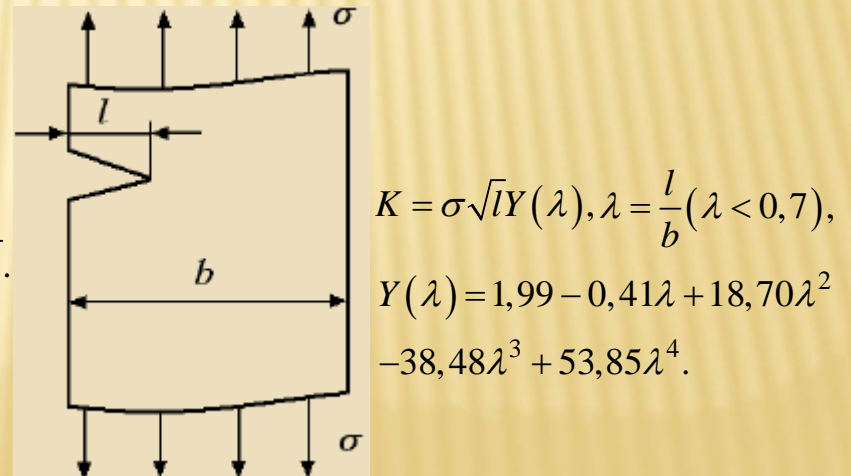
Необмежена площина з тріщиною,
розтяг зосередженими силами



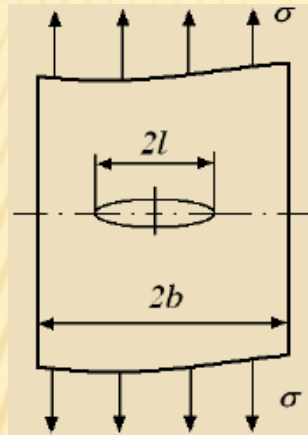
Напівплощина з крайовою
поперечною тріщиною, розтягнення
перпендикулярно тріщині



Полоса з крайовою поперечною
тріщиною, осьовий розтяг



Полоса з центральною поперечною тріщиною, осьовий розтяг

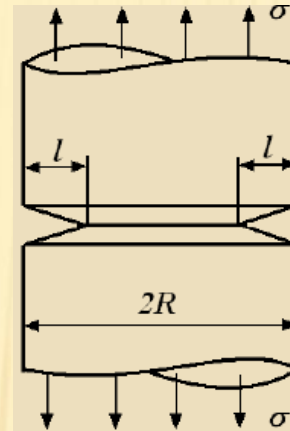


$$K = \sigma \sqrt{\pi l} Y(\lambda),$$

$$\lambda = \frac{l}{b} (\lambda < 0,7),$$

$$Y(\lambda) = 1 + 0,128\lambda - 0,288\lambda^2 + 1,525\lambda^3.$$

Циліндр з зовнішньою кільцевою тріщиною, осьовий розтяг



$$K = \sigma \sqrt{l} Y(\lambda), \quad \lambda = l / R,$$

$$\lambda = 0,03 \quad Y(\lambda) = 1,88;$$

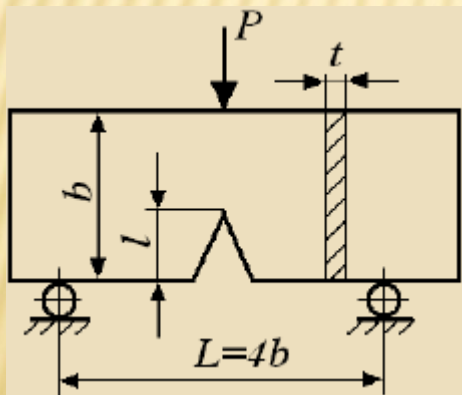
$$\lambda = 0,05 \quad Y(\lambda) = 1,82;$$

$$\lambda = 0,1 \quad Y(\lambda) = 1,66;$$

$$\lambda = 0,2 \quad Y(\lambda) = 1,41;$$

$$\lambda = 0,4 \quad Y(\lambda) = 1,01.$$

Балка з крайовою поперечною тріщиною, згин зосередженою силою

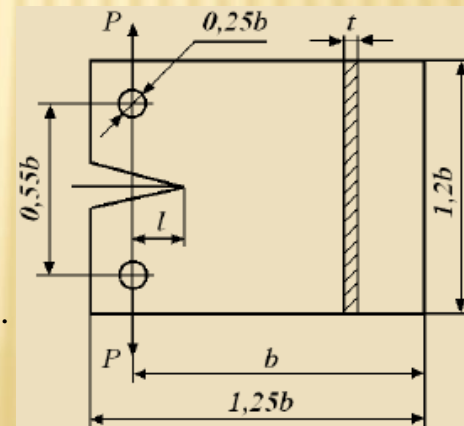


$$K = \frac{6P\sqrt{l}}{\tau b} Y(\lambda),$$

$$\lambda = \frac{l}{b} (\lambda < 0,6),$$

$$Y(\lambda) = 1,93 - 3,07\lambda + 14,53\lambda^2 - 25,1\lambda^3 + 25,8\lambda^4.$$

Компактний зразок, розтягнення зосередженими силами



$$K = \frac{P\sqrt{l}}{\tau b} Y(\lambda),$$

$$\lambda = \frac{l}{b},$$

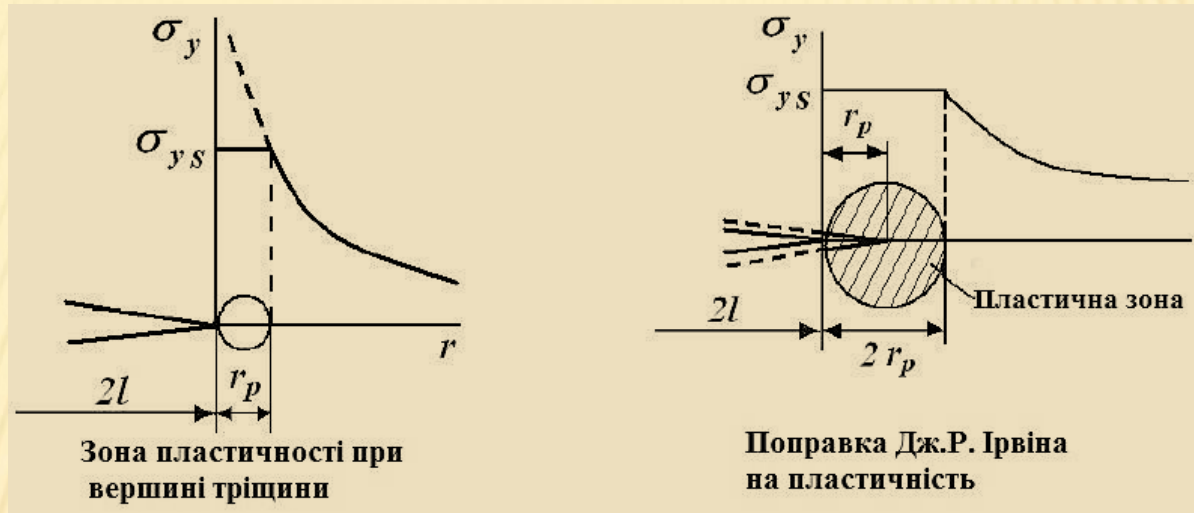
$$Y(\lambda) = 29,6 - 185\lambda + 655\lambda^2 - 1017\lambda^3 + 639\lambda^4.$$

3.6. Пластична зона при вершині тріщини

З рішення пружних задач про розподіл напружень в околі вершини тріщини випливає, що в цій області напруження сингулярні, тобто мають особливість. На практиці ж матеріали зазвичай мають межу текучості; при напруженнях, вище цієї межі, матеріали набувають пластичні деформації. З цього випливає, що в металах, в околі вершини тріщини, завжди є область, у якій виникають пластичні деформації, і, отже, напруження не можуть бути сингулярними. Цю область називають *пластичною зоною при вершині тріщини*. Отримаємо грубу оцінку розміру зони пластичності для плоского напруженого стану.

$$\text{Рівняння } \sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta), \quad \text{де } K_I = \sigma \sqrt{\pi l}, \quad (3.9)$$

є рішенням пружної задачі; воно не забороняє обернення напруження при вершині тріщини у нескінченність. Насправді цього не може статися: пластичні деформації, що виникають при вершині тріщини, обмежують напруження. Розмір зони пластичності при вершині тріщини можна оцінити, якщо визначити відстань від вершини тріщини r_p , на якому напруження σ_y перевищує межу текучості σ_{ys} .



Підставляючи $\sigma_y = \sigma_{ys}$ в рівняння (3.3) для σ_y і вважаючи $\theta = 0$, отримаємо:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p}} = \sigma_{ys}, \quad \text{або} \quad r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} = \frac{\sigma^2 l}{2\sigma_{ys}^2}. \quad (3.10)$$

Насправді зона пластичності дещо більше. Дж.Р. Ірвін показав, що наявність пластичності призводить до того, що тріщина поводить себе так, ніби її довжина більше, ніж насправді. У результаті пластичних деформацій в околі вершини тріщини переміщення в цій області більші, а жорсткість менше, ніж у пружному випадку. Іншими словами, пластина поводить себе так, ніби в ній є тріщина трохи більшого розміру.

Ефективна довжина тріщини $l_{\text{ef}} = l + \delta$, де l - фізичний розмір тріщини, а δ - поправка.

Вираз для δ отриманий у вигляді $\delta = r_p$, тобто розмір зони пластичності вдвічі перевищує першу оцінку r_p .

Як розмір пластичної області, так й інтенсивність пластичних деформацій в ній цілком контролюється коефіцієнтом інтенсивності напружень і властивостями матеріалу. При обчисленні KIH слід фіктивно збільшити довжину тріщини на половину довжини пластичної зони. Пластична поправка Дж.Р. Ірвіна розширює область справедливості лінійної механіки руйнування: по руйнівним напруженням убік їх збільшення, по критичним довжинам тріщин - убік їх зменшення. При плоскій деформації пластичну поправку (в силу її малості) можна не вводити.

Більш точно уявлення про форму зони пластичності можна отримати, розглядаючи умову текучості для кутів θ , відмінних від нуля. Умова текучості Мізеса в головних напруженнях задана співвідношенням:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{ys}^2, \quad (3.11)$$

де σ_{ys} - межа текучості при одновісних випробуваннях. При випробуванні на розтяг $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, звідки випливає, що текучість настає при $\sigma_1 = \sigma_{ys}$.

Рівняння, що описують поле напружень при вершині тріщини в ГОЛОВНИХ ОСЯХ:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right); & \sigma_3 &= 0 \text{ (ПНС)}; \\ \sigma_2 &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \right); & \sigma_3 &= \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = \\ & & &= 2\nu \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \text{ (ПДС)}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Межу зони пластичності як функцію θ можна знайти, підставляючи рівняння (3.12) у співвідношення (3.11). Таким чином, отримаємо:

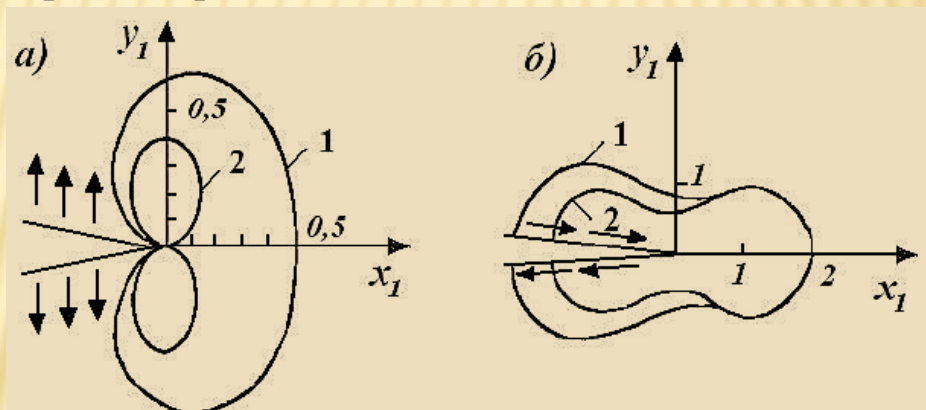
$$\begin{aligned} \frac{K^2}{2\pi r} \left[1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right] &= 2\sigma_{ys}^2, \text{ (ПНС)}; \\ \frac{K^2}{2\pi r} \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu^2)(1 + \cos \theta) \right] &= 2\sigma_{ys}^2, \text{ (ПДС)}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Залежність відстані від вершини тріщини до границі зони пластичності можна представити в наступному вигляді:

$$r_p(\theta) = \frac{K^2}{4\pi\sigma_{ys}^2} \left[1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right], \text{ (ПНС);} \quad (3.14)$$

$$r_p(\theta) = \frac{K^2}{4\pi\sigma_{ys}^2} \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu^2)(1 + \cos \theta) \right], \text{ (ПДС).}$$

Якщо припустити у рівнянні для ПНС $\theta = 0$, то дійсно вийде співвідношення (3.10). Границя зони пластичності у вигляді, як вона задана рівняннями (3.14), зображена у безрозмірному вигляді на рис. Зона пластичності для ПДС помітно менше зони пластичності в разі ПНС: з рівнянь (3.14) випливає, що при $\theta = 0$ і $\nu = 1/3$ їх розміри відрізняються один від одного в дев'ять разів.



Форма зон пластичності (оцінка пружного рішення) у вершини тріщини нормального відриву (а) і поперечного зсуву (б); 1 - ПНС; 2 - ПДС.

3.7. Приклади

Приклад 1. Гелій зберігають в оболонках за температури -20 К. Розрахункове напруження $\sigma = 500$ МПа . Оболонка виготовлена з титанового сплаву, в якого $\sigma_{02} = 1000$ МПа , $K_{Ic} = 87$ МПа \cdot м^{1/2} . Визначити критичну довжину тріщини, яка може спричинити катастрофічне руйнування.

Розв'язання. Матеріал оболонки перебуває в стані, близькому до плоского напруження. Тому скористаймося формулою $K_I = \sigma(\pi l)^{1/2}$, де l — половина довжини тріщини. За силовим критерієм Ірвіна $K_I = K_{Ic}$. Тоді: $l_c = K_{Ic}^2 / \pi \sigma^2 = 87^2 / (\pi \cdot 500^2) = 0,0097$ м = 9,7 мм.

Повна (критична) довжина тріщини складатиме 19,4 мм.

Приклад 2. Широка пластина з центральною тріщиною розтягується напруженням $\sigma = 250$ МПа . В'язкість руйнування матеріалу складає $K_{Ic} = 150$ МПа \cdot м^{1/2}. Визначити критичну довжину тріщини при крихкому руйнуванні.

Розв'язання. Коефіцієнт інтенсивності напружень у цьому випадку буде: $K_I = \sigma(\pi l)^{1/2}$. Умова руйнування пластини з тріщиною: $K_I = K_{Ic}$, звідки витікає критична довжина тріщини:

$$2l_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma} \right)^2 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{150}{250} \right)^2 = 0,229 \text{ м.}$$

Приклад 3. В масивній деталі виявлено кругову тріщину. Деталь розтягується напруженням $\sigma = 345$ МПа , в'язкість руйнування матеріалу $K_{Ic} = 44$ МПа $\sqrt{\text{м}}$. Визначити діаметр тріщини, що приведе до руйнування.

Розв'язання. Вважаючи, що деталь можна представити у вигляді великого об'ємного простору, запишемо для цього випадку коефіцієнт інтенсивності напружень:

$$K_{Ic} = 2\sigma\sqrt{\frac{R}{\pi}}.$$

Прирівнюючи його в'язкості руйнування при плоскій деформації, одержуємо критичний радіус тріщини:

$$R_c = \pi\left(\frac{K_{Ic}}{2\sigma}\right)^2 = 3,14\left(\frac{44}{2\cdot 345}\right)^2 = 0,013\text{м} = 13\text{мм}.$$

Приклад 4. Визначити коефіцієнт запасу міцності пластини шириною $2b = 10$ см , яка має посередині поперечну тріщину завдовжки $2l = 3$ см. Пластина розтягується напруженням $\sigma = 100$ Мпа. Треціностійкість матеріалу пластини $K_{Ic} = 70$ МПа $\sqrt{\text{м}}$.

Розв'язання. Відношення довжини тріщини до ширини пластини $\frac{2l}{2b} = 0,3$.
 Коефіцієнт K_I обчислюємо за формулою Федерсена:

$$K_{Ic} = \sigma \sqrt{\pi l} \sqrt{\sec \frac{\pi l}{2b}}.$$

Умова міцності $K_I = \frac{K_{Ic}}{n}$ приводить до рівняння:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi l}{\sin \frac{\pi l}{2b}}} = \frac{K_{Ic}}{n}.$$

Звідси знаходимо запас міцності:

$$n = \frac{K_{Ic}}{\sigma \sqrt{\frac{\pi l}{\cos \frac{\pi l}{2b}}}} = \frac{70}{100 \sqrt{\frac{\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{\cos 0,471}}} = 3,04.$$

Приклад 5. У масивній деталі є внутрішня кругова тріщина. Деталь тривалий час експлуатується в окрихчучючих умовах, що приводить до зростання K_{Ic} і σ_T . Визначити зміну критичного радіусу тріщини з часом, вважаючи, що розтягуючі напруження завжди підтримуються на рівні $\sigma = 0,5\sigma_T$. Значення K_{Ic} і σ_T у різні роки, наведено в таблиці.

Роки	1980	2000	2020
Границя текучості σ_T , МПа	300	600	2000
В'язкість руйнування K_{Ic} , МПа $\sqrt{м}$	100	120	150

Розв'язання. Коефіцієнт інтенсивності напружень в даному випадку такий: $K_I = \frac{2\sigma}{\pi} \sqrt{\pi l} = 0,63\sigma \sqrt{\pi l}$, де l - радіус тріщини.

З умови критичного стану за Ірвіном, $K_I = K_{Ic}$, приходимо до виразу:

$$K_I = 0,63\sigma \sqrt{\pi l} = K_{Ic}.$$

З урахуванням $\sigma = 0,5\sigma_T$ критичний радіус тріщини буде:

$$l_c = \frac{1}{\pi 0,63^2} \left(\frac{K_{Ic}}{0,5\sigma_T} \right)^2 = 3,2 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2. \text{ Або } 2l_c = 2 \cdot 3,2 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2 = 6,4 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2.$$

Отримані результати наведено в таблиці:

Роки	1980	2000	2020
σ , МПа	150	300	1000
$2l$, м	0,71	0,256	0,036

Приклад 6. Визначити необхідне зниження навантаження, що допускається на циліндричну розтяжку антени діаметром 27 мм, розрахованої на статичну міцність із запасом $n_T = 3$ по межі текучості $\sigma_{0,2} = 600$ МПа. В основі першого витка різьблення глибиною 3 мм знайдено кільцеву тріщину глибиною 1,2 мм.

При випробуванні циліндричного зразка діаметром 20 мм з кільцевою тріщиною глибиною 2 мм отримано руйнуючі напруження 320 МПа.

Розв'язання. Спочатку знайдемо в'язкість руйнування K_c . Формула K_{IH} для циліндра з кільцевою тріщиною про розтягуванні:

$$K_I = \frac{P}{\sqrt{D^3}} \left(1,72 \frac{D}{d} - 1,27 \right).$$

Діаметр зразка у перерізі з тріщиною $d = D - 2l = 20 - 2 \times 2 = 16$ мм. Тоді в'язкість руйнування визначиться так:

$$K_c = \frac{\sigma_c \pi D^2}{4} \frac{1}{\sqrt{D^3}} \left(1,72 \frac{D}{d} - 1,27 \right) = \frac{320 \pi 0,02^2}{4 \sqrt{0,02^3}} \left(1,72 \frac{20}{16} - 1,27 \right) = 31 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}.$$

Діаметр розтяжки з урахуванням різьблення у перерізі з тріщиною дорівнює:

$$d = 27 - 2 \times 3 - 2 \times 1,2 = 18,6 \text{ мм}.$$

Тепер з умови $K_I=K_c$ знайдемо руйнуючу силу:

$$P_c = \frac{\sigma_T \sqrt{D^3}}{1,72 \frac{D}{d} - 1,27} = \frac{31 \sqrt{0,027^3}}{1,72 \frac{27}{18,6} - 1,27} = 112 \text{ кН.}$$

Сила, що допускається дорівнює: $P_{\text{дон}} = \frac{P_c}{n_T} = \frac{112}{3} = 37,3 \text{ кН.}$

Гранична сила без тріщини, розрахована по границі текучості, дорівнює:

$$P_T = \sigma_T \frac{\pi d^2}{4n_T} = 600 \frac{\pi 21^2}{4 \cdot 3} = 69,2 \text{ кН.}$$

3.8. Висновки до розділу 3

1. Тріщину можна розглядати як математичний розріз, тобто порожнину нульового об'єму, обмежену двома геометрично співпадаючими поверхнями – берегами тріщини.
2. Розвиток тріщини залежить від виду напруженого стану. При нормальних напруженнях виникає тріщина типу «відрив». При плоскому зсуві виникає тріщина типу «зсув». При зсуві, перпендикулярному площині пластини, виникає антиплоский зсув.
3. Напруження біля вершин тріщини визначаються за асимптотичними формулами (3.3)-(3.5). Ці формули містять величини K_I , K_{II} , K_{III} , які називаються коефіцієнтами інтенсивності напружень (K_{IH}).
4. Поле напружень біля вершин тріщини визначається коефіцієнтами інтенсивності напружень, тобто K_{IH} є характеристикою для силового критерію руйнування, за яким можна визначити початок розвитку тріщини. Силовий критерій Дж.Р. Ірвіна має вигляд: $K = K_C$.
 K_C , який визначається з експериментів, є мірою тріщиностійкості матеріалу, тому K_C називають в'язкістю руйнування.
5. Коефіцієнт концентрації є відношенням дійсного напруження до номінального і є безрозмірною величиною.

6. Напружений стан за наявності тріщини визначається інтенсивністю поля напружень в об'ємі, що оточує вершини тріщини. На відміну від коефіцієнта концентрації, KIH має розмірність $\text{МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$.

7. Асимптотичні формули для напружень у вершині розрізу приводять до нескінченно великих напружень у цій точці. У дійсності, при врахуванні нелінійних залежностей між деформаціями і переміщеннями (геометрично нелінійна теорія пружності) виявляється що у вершині тріщини утворюється малий але скінченний радіус кривизни, який зростає при збільшенні навантажень і забезпечує обмежені напруження.

8. У дійсності у кінці розрізу виникає зона пластичних деформацій різних форм і розмірів у залежності від матеріалу і умов навантаження.

9. Коефіцієнт інтенсивності напружень для декількох навантажень можна одержати додаванням коефіцієнтів, одержаних для кожного навантаження. Це справедливо окремо і для тріщин типу *II* і *III*. Для тріщин змішаного типу така суперпозиція неприйнятна.

10. Якщо відомий KIH , можна визначити напруження в околі вершини тріщини зокрема головні напруження, за відомими залежностями для тріщини у нескінченній пластині.

3.9. Контрольні завдання та запитання до розду 3

1. Дати характеристику часткового і повного руйнування тіла.
2. Якими превалюючими напруженнями викликане крихке і в'язке руйнування?
3. Дати визначення вільної поверхні.
4. Визначити термін «руйнування» з огляду наявності в тілі тріщин.
5. Дати модельне визначення тріщини.
6. Навести графік зростання тріщини як функції часу.
7. Охарактеризувати залежність залишкової міцності від розміру тріщини.
8. Сформулювати основні питання механіки крихкого руйнування.
9. Описати класичний підхід для оцінки міцності матеріалів.
10. Привести схему некласичного підходу до аналізу процесу руйнування.
11. Визначити поняття тріщиностійкості матеріалу.
12. Які існують критерії механіки руйнування?
13. Визначити граничний стан рівноваги в процесі руйнування.
14. Дати загальну характеристику напруженого стану в околі вершини тріщини.
15. Представити схематично розподіл деформацій в околі довільної точки контуру тріщини.

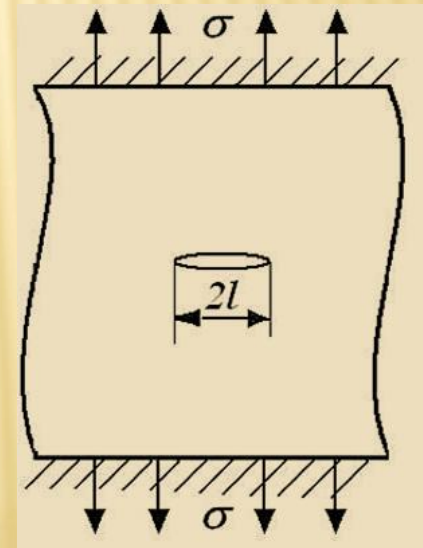
16. Навести схему переміщень поверхонь тріщини, що відповідає нормальному відриву.
17. Дати характеристику переміщень поперечного зсуву.
18. Представити переміщення поверхонь тріщини поздовжнього зсуву.
19. Записати формулу для визначення напружень в околі вершини тріщини в узагальненому вигляді.
20. Дати визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (K_{IH}).
21. Яку одиницю вимірювання має K_{IH} ?
22. Сформулювати силовий критерій руйнування Ірвіна.
23. Дати визначення критичного K_{IH} .
24. Пояснити значення терміну «таріровка».
25. Що називають в'язкістю руйнування?
26. Навести приклади для визначення K_{IH} .
27. Дати пояснення пластичної зони при вершині тріщини.
28. Визначити поправку Ірвіна на пластичність.
29. Представити схематично форму зони пластичності тріщини нормального відриву.
30. Представити схематично форму зони пластичності тріщини поперечного зсуву.

4. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ КРИТЕРІЙ РУЙНУВАННЯ

4.1. Інтенсивність звільнення енергії

Роль енергії у процесі крихкого руйнування складається, по А.А. Гріффітсу, в наступному. Однієї концентрації напружень біля вершини тріщини мало для того, щоб тріщина розірвала тіло. Якщо не забезпечити підведення достатньої енергії до вершини, то руйнування припиниться. Точно так же зупиниться і автомобіль з абсолютно справним мотором, якщо в бензобаку вичерпається пальне.

Розглянемо нескінченну пластину одиничної товщини з центральною поперечною тріщиною довжиною $2l$. Розтягнемо її і жорстко закріпимо її края. Довжину і ширину пластини вважаємо великими в порівнянні з товщиною.



Збережена у пластині пружна енергія представлена площею OAB . Якщо довжина тріщини збільшиться на величину dl , то жорсткість пластини зменшиться (лінія OC). Це означає, що навантаження зменшиться, оскільки края пластини нерухомі. Отже, пружна енергія, запасена у пластині, зменшиться до величини, рівної площі OCB .



Збільшення довжини тріщини з l до $l + dl$ призведе до звільнення пружної енергії, рівне за величиною площі OAC .

Встановимо, при якому значенні напруження σ тріщина даної довжини стане нестійкою, тобто почне швидко поширюватися при постійному зовнішньому навантаженні.

Потенційна енергія деформації пластинки без тріщини більше потенційної енергії пластинки з тріщиною, оскільки навколо тріщини існує зона зменшених напружень (на вільних поверхнях тріщини напруження дорівнюють нулю).

За умовою, точки прикладення зовнішніх сил не зміщуються з ростом тріщини i , отже, робота зовнішніх сил при цьому дорівнює нулю.

В результаті наявності тріщини потенційна енергія пластинки зменшується на величину:

$$U = U_{\text{без тріщини}} - U_{\text{з тріщиною}} = \frac{\pi\sigma^2 l^2}{E}.$$

Цей результат отримано з рішення К. Інгліса (1912 р.) про розтягування пластинки з тонким еліптичним розрізом.

Звільнена пружна енергія U надходить до вершини тріщини, де виникла концентрація напружень, і там витрачається на руйнування, точніше, на утворення нової поверхні тіла. На підставі закону збереження енергії, за умови нехтування іншими можливими потоками енергії, при розвитку тріщини на величину δS виконується умова:

$$\delta W = G\delta S, \quad (4.1)$$

де δW - робота руйнування, необхідна для утворення нової поверхні розриву площею δS , G - потік енергії до вершини тріщини, віднесений до одиниці площі тріщини або, іншими словами, інтенсивність звільняється пружної енергії.

Енергія W забезпечує існування твердого тіла як єдиного цілого, а при утворенні нових поверхонь (із початкового розрізу) можна вважати, що енергія U має поверхневу природу і тому

$$\delta W = 2\gamma\delta S,$$

де γ - інтенсивність поверхневої енергії, що витрачається на руйнування.

Баланс енергії (4.1) має один і той же вигляд, незалежно від способу дії зовнішнього навантаження - чи буде це випадок фіксованих точок прикладення зовнішніх сил (захватів), випадок фіксованого значення зовнішніх сил або якийсь проміжний випадок.

Якщо захвати не зміщуються, то робота зовнішніх сил дорівнює нулю, і звідси безпосередньо впливає рівність (4.1). Потенційна енергія деформації тіла W зменшується на величину G , яка цілком витрачається на руйнування.

Якщо захвати в результаті зростання тріщини зміщуються при постійних зовнішніх силах, то права частина рівності (4.1) є різниця між роботою зовнішніх сил і енергією деформації. Ця різниця позитивна і дорівнює G . Баланс енергії як і раніше зберігає вигляд (4.1).

В обох випадках величина G однакова і дорівнює $G = \pm \frac{\partial U}{\partial l}$. Знак плюс відноситься до випадку постійної сили, а знак мінус - до фіксованих захватів.

4.2. Критерій руйнування Гріфітса

А.А. Гріфітс запропонував енергетичне формулювання критерію руйнування на основі закону збереження енергії:

тріщина почне зростати, коли приріст поверхневої енергії (при варіації довжини тріщини $\delta l > 0$) компенсується відповідним виділенням потенційної енергії деформації (за відсутності інших видів енергії):

$$\delta U + \delta W = 0. \quad (4.2)$$

Ліва частина рівності (4.2) являє собою приріст внутрішньої енергії тіла. Приріст поверхневої енергії позитивний, оскільки внутрішня енергія збільшується. Приріст потенційної енергії деформації негативний, оскільки внутрішня енергія зменшується внаслідок релаксації напружень у зв'язку з появою нових, вільних від навантажень, поверхонь тіла.

Можливі дві ситуації. Якщо виявиться, що $-\delta U > \delta W$, то звільненої енергії з лишком вистачить на руйнування матеріалу у вершині, і тріщина буде самовільно зростати.

Енергія, що дорівнює різниці $-\delta U - \delta W > 0$, буде переходити в кінетичну енергію, її буде все більше і більше ($-\delta U$ в даному випадку зростає пропорційно довжині тріщини) і пластинка зруйнується. В іншому випадку, коли $-\delta U < \delta W$, звільненої енергії буде недостатньо для збільшення довжини тріщини, і вона залишиться нерухомою.

Таким чином, умовою критичного стану є рівняння:

$$-\delta U = \delta W. \quad (4.3)$$

Для пластини одиничної товщини:

$$\delta W = \frac{\partial}{\partial l}(4\gamma l)\delta l = 4\gamma\delta l, \quad \delta U = \frac{\partial}{\partial l}\left(-\frac{\pi\sigma^2 l^2}{E}\right)\delta l = -\frac{2\pi\sigma^2 l}{E}\delta l.$$

Умова (4.2) переписеться у вигляді:

$$4\gamma - \frac{2\pi\sigma^2 l}{E} = 0.$$

Звідси отримуємо формулу А.А. Гріффітса для критичного напруження при плоскому напруженому стані (ПНС):

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi l}}. \quad (4.4)$$

При плоскій деформації (ПДС):

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi(1-\nu^2)l}}. \quad (4.5)$$

З формули (4.4) випливає, що для даного матеріалу

$$\sigma\sqrt{\pi l} = \sqrt{2E\gamma} = \text{const}. \quad (4.6)$$

Для крихких матеріалів це якісно підтверджується, наприклад дослідями А.А. Гріффітса зі склом. Для матеріалів, руйнування яких супроводжується помітною пластичною деформацією, спостерігаються великі кількісні відхилення.

Величину

$$G = \frac{\pi\sigma^2 l}{E} \quad (4.7)$$

називають швидкістю вивільнення пружної енергії, що припадає на кожну вершину тріщини. Величину G називають також тріщинорушійною силою; її розмірність - енергія, поділена на одиницю товщини пластини і на одиницю зміни довжини тріщини. Збільшення довжини тріщини відбувається тоді, коли величина G дорівнює енергії, необхідної для зростання тріщини.

Енергію, що витрачається на зростання тріщини, позначають через $R = \frac{dW}{dl}$ і називають *опором зростанню тріщини*. У першому наближенні можна вважати, що енергія, необхідна для утворення тріщини (для розриву атомних зв'язків), однакова для будь-яких прирощень δl . Це означає, що R - константа.

Тепер енергетичну умову (4.3) можна перефразувати наступним чином: для зростання тріщини необхідно, щоб G було, принаймні, рівним R . Якщо R - константа, то величина G має перевищити деяке критичне значення G_{IC} . Отже, зростання тріщини відбувається при наступній умові:

$$\frac{\pi\sigma^2 l}{E} = G_{IC} \quad \text{або} \quad \sigma_c = \sqrt{\frac{EG_{IC}}{\pi l}}. \quad (4.8)$$

Енергетичний критерій є необхідною умовою зростання тріщини. Цей критерій не обов'язково має бути достатнім. Якщо матеріал біля вершини тріщини не знаходиться на межі руйнування, то тріщина не буде зростати навіть при достатній енергії для її розвитку: матеріал повинен до кінця вичерпати свою здатність сприймати навантаження і продовжувати деформуватися. З рівнянь (3.7) і (4.8) випливає, що

$$G_I = \frac{K_I^2}{E}.$$

Очевидно, силовий і енергетичний критерій виконуються одночасно. Отже, з рівнянь (3.7) і (4.8) витікає:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E}, \quad (\text{ПНС})$$

$$G_I = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E}. \quad (\text{ПДС})$$

Аналогічно можна показати, що для тріщин типів II і III:

$$G_{II} = \frac{(1-\nu^2)K_{II}^2}{E}, \quad G_{III} = \frac{(1+\nu)K_{III}^2}{E}.$$

Сумарну інтенсивність виділення енергії при зростанні тріщин змішаного типу легко отримати, складаючи ці величини для різних типів тріщин:

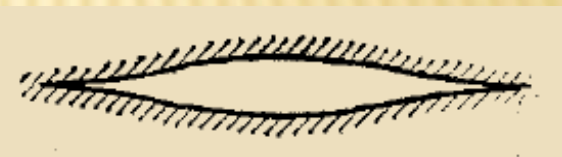
$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1-\nu^2}{E} \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu} \right).$$

Проведення розрахунків на міцність тіл з тріщинами по Гріффітсу, виходячи з розрахунку енергії деформації всього тіла, виявляється дуже складним і незручним в обчислювальному відношенні. Ось чому до створення Ірвіном у 1957 р. силового підходу в механіці крихкого руйнування такі розрахунки до кінця майже нікому не вдалося довести.

4.3. Концепція Гріффітса-Орована-Ірвіна

Спочатку вважалося, що теорія Гріффітса застосовна тільки до крихких матеріалів типу стекол. Її використання для інших матеріалів, таких, наприклад, як метали, ускладнювалося тим, що їх руйнування завжди супроводжується пластичними деформаціями в зоні передруйнування - в більш-менш великому околі кінчика тріщини. Орован, проводячи експерименти на плитах з маловуглецевої сталі з нанесеними тріщинами, встановив, як відбуваються такі деформації.

Було відмічено, що пластична деформація має місце в тонкому шарі поблизу поверхні тріщини (на рис. заштрихований шар). Подібна поведінка була названа квазікрихкою.



Орован і Ірвін запропонували враховувати пластичну роботу в рамках тієї ж схеми Гріффітса, приписуючи поверхневій енергії більш широкий зміст і замінити γ сумою $(\gamma + \gamma_p)$, де γ_p - робота пластичної деформації при утворенні одиниці площі поверхні тріщини.

Через незворотність роботи γ_p можна розглядати тільки зростання тріщин. Важливо підкреслити, що для металів $\gamma_p \gg \gamma$. Наприклад, для сталі $\gamma_p \sim 10^3 \gamma$. Саме така значна пластична робота і забезпечує значний опір металів крихкому руйнуванню.

Наразі формула Гріффітса (4.4) може бути переписана у вигляді:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E(\gamma + \gamma_p)}{\pi l}}. \quad (4.9)$$

З (4.9) випливає, що як і раніше

$$\sigma_c \sqrt{\pi l} = \sqrt{2E(\gamma + \gamma_p)} = \text{const}. \quad (4.10)$$

Таким чином, концепція квазікрихкого руйнування Орована і Ірвіна стала великим внеском у механіку руйнування і дозволила перейти від ідеального матеріалу в схемі Гріффітса до реальних металевих матеріалів.

4.4. Стійкий і нестійкий розвиток тріщини

Проаналізуємо залежність (4.4). Зобразимо її графічно.



Нехай відома початкова довжина тріщини.

З графіка знайдемо відповідне напруження, критичне для даної довжини тріщини.

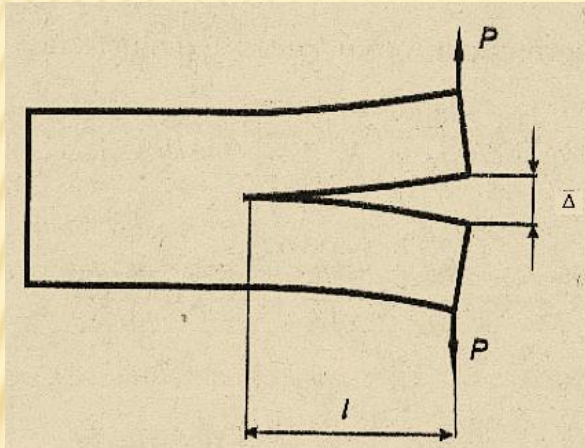
Якщо напруження, прикладене до тіла, менше критичного, тріщина не буде розвиватися. Якщо ж, підвищуючи напруження, буде досягнуто його критичне значення, тріщина почне розвиватися, притому нестійко, і тіло зруйнується.

Поняття критичного напруження, введеного Гріффітсом, пов'язане з початком розвитку тріщини і є найважливішою характеристикою опору матеріалу зростанню тріщини. Однак однієї цієї характеристики недостатньо для розуміння процесу руйнування, що розпочався. Як протікає цей процес? Яким чином відбувається руйнування? Чи завжди тіло руйнується на частини або тріщина може зупинитися? Що відбувається після того, як тріщина почала розвиватися?

Здається, що якщо тріщина вже почала зростати, то тіло неодмінно зруйнується. Однак, це справедливо лише при лавиноподібному, нестійкому зростанні розмірів тріщини. Як показують експерименти, у разі взаємодії тріщини з перешкодами їх розвиток може відбуватися стійко, без остаточного руйнування тіла у значному діапазоні зміни навантаження. Очевидно, що в конструкціях і спорудах, які працюють при певних зовнішніх навантаженнях і певних режимах їх зміни, наявність стійких тріщин безпечно. Термін служби таких споруд можна значно продовжити, штучно посилюючи їх заклепками і пластинами, висвердлюючи отвори на шляху зростання тріщин тощо.

4.5. Приклади

Приклад 1. На кінцях консолей двохконсольної балки (ДКБ) діють сили P , які розкривають тріщину між верхньою і нижньою консолями. Розміри поперечного перерізу балки $b \times h$. Визначити питому роботу руйнування 2γ .



Розв'язання

За формулою (4.2) $\delta U + \delta W = 0$.

Потенційна енергія ДКБ: $U = \frac{P^2 l^3}{3EI} - P\Delta$,

де Δ - збільшення відстані між точками прикладення сил, I - осьовий момент інерції балки, E - модуль Юнга.

Розкриття тріщини вздовж дії сил $\Delta = \frac{2Pl^3}{3EI}$. Тоді $U = -\frac{P^2 l^3}{3EI}$.

Варіація потенційної енергії обумовлена зміною довжини тріщини:

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial l} \delta l = -\frac{P^2 l^2}{EI} \delta l.$$

Варіація енергії руйнування, обумовлена варіацією довжини тріщини дорівнює:

$$\delta W = 2\gamma b \delta l.$$

Тоді з рівняння енергетичного балансу $2\gamma b \delta l = \frac{P^2 l^2}{EI} \delta l$, звідки $2\gamma = \frac{P^2 l^2}{bEI}$.

Приклад 2. Пластина розтягується напруженням 100 МПа . В'язкість руйнування матеріалу $K_{Ic} = 50 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$. Знайти критичну довжину тріщини і потік енергії у її вершину у момент руйнування.

Розв'язання

За критерієм Ірвіна $K = K_{Ic}$. Для пластини знаходимо: $\sigma \sqrt{\pi l} = K_{Ic}$,

$$l = l_c = \frac{K_{Ic}^2}{\pi \sigma^2} = \frac{50^2}{3,14 \cdot 100^2} = 0,08 \text{ м} = 8 \text{ см.}$$

Потік енергії в критичний момент дорівнює:

$$G = G_{Ic} = \frac{(1 - \nu^2) K_{Ic}^2}{E} = \frac{(1 - 0,3^2) \cdot 50^2}{2 \cdot 10^5} = 0,0114 \text{ МН} / \text{м.}$$

4.6. Висновки до розділу 4

1. Однієї концентрації напружень біля вершини тріщини замало для того, щоб тріщина розірвала тіло. Якщо не забезпечити підведення достатньої енергії до її вершини, то руйнування припиниться.

2. Потенційна енергія деформації пластинки без тріщини більше потенційної енергії пластинки з тріщиною, оскільки навколо тріщини існує зона зменшених напружень (на вільних поверхнях тріщини напруження дорівнюють нулю).

3. Енергетичне формулювання критерію руйнування А.А. Гріффітса: *тріщина зростає, коли приріст поверхневої енергії (при варіації довжини тріщини) компенсується відповідним виділенням потенційної енергії деформації за відсутності інших видів енергії.*

4. Формула Гріффітса для критичного напруження :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi l}} \text{ для ПНС,} \quad \sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi(1-\nu^2)l}} \text{ для ПДС.}$$

5. Величину $G = \frac{\pi\sigma^2 l}{E}$ називають швидкістю вивільнення пружної енергії, що припадає на кожну вершину тріщини або тріщинорушійною силою.

6. Енергію, що витрачається на зростання тріщини, позначають через $R = \frac{dW}{dl}$ і називають *опором зростанню тріщини*. У першому наближенні можна вважати, що енергія, необхідна для утворення тріщини, однакова для будь-яких прирощень її довжини. Це означає, що R - константа.

7. Енергетичний критерій руйнування Гріффітса можна перефразувати наступним чином: *для зростання тріщини необхідно, щоб G було, принаймні, рівним R .*

8. Енергетичний критерій є необхідною умовою зростання тріщини, але не обов'язково має бути достатнім.

9. K_{IH} і G пов'язані співвідношеннями:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \text{ (ПНС)}, G_I = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} \text{ (ПДС)}.$$

10. Сумарна інтенсивність виділення енергії при зростанні тріщин змішаного типу складається з величин для різних типів тріщин:

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1-\nu^2}{E} \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu} \right).$$

11. Концепція квазікрихкого руйнування Орована-Ірвіна дозволяє перейти від ідеального матеріалу в схемі Гріффітса до реальних металевих матеріалів.

4.7. Контрольні завдання та запитання до розділу 4

1. Пояснити, чому потенційна енергія деформації пластинки без тріщини більше потенційної енергії пластинки з тріщиною.
2. Дати визначення поверхневої енергії.
3. Сформулювати критерій руйнування Гріффітса.
4. Записати формулу Гріффітса для критичного напруження у разі *ПНС* і *ПДС*.
5. Дати визначення швидкості вивільнення пружної енергії або тріщинорушійної сили.
6. Що називають опором зростанню тріщини?
7. Навести умову зростання тріщини в термінах швидкості вивільнення пружної енергії і опору зростанню тріщини.
8. Записати співвідношення між *KIH* і швидкістю вивільнення пружної енергії.
9. Визначити сумарну інтенсивність вивільнення енергії при зростанні тріщин змішаного типу.
10. Сформулювати концепцію Гріффітса-Орована-Ірвіна .

5. УМОВИ ЗРОСТАННЯ ТРІЩИНИ

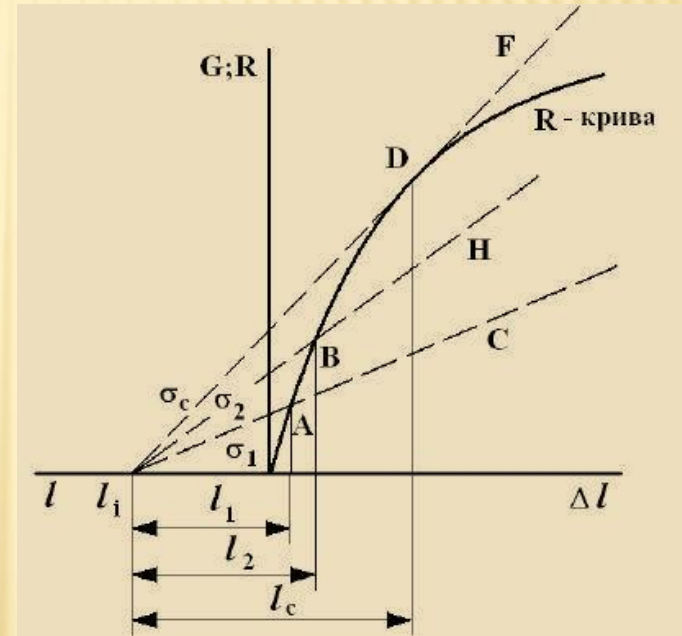
5.1. Опір зростанню тріщини (R -крива)

До сих пір величина R розглядалася як незалежна від довжини тріщини. Це приблизно вірно для тріщин, що знаходяться у плоскому деформованому стані. У разі плоского напруженого стану опір росту тріщини, як було показано в експериментах, змінюється.

R -крива являє собою енергію, необхідну для зростання тріщини. У в'язкому матеріалі ця енергія складається з роботи, необхідної для утворення нової зони пластичності при вершині тріщини, що зростає і роботи, необхідної для утворення, зростання і злиття мікропорожнеч. Остання мала у порівнянні з енергією, що міститься в зоні пластичності. Тому R -крива повинна починатися в нульовій точці: при нульових напруженнях розмір зони пластичності дорівнює нулю. Це також означає, що при будь-якому напруженні, відмінному від нуля, виконується енергетичний критерій. Однак тріщина не зростатиме, оскільки напруження і пластичні деформації все ще недостатні. Енергетичний критерій є критерієм необхідним, але недостатнім. Матеріал при вершині тріщини не буде готовий до розчіплювання, поки напруження і деформації не стануть досить великі, щоб стало можливе утворення і злиття пустот.

До моменту, коли виникає така ситуація, утворюється досить велика зона пластичності. Тріщина може зростати тільки у тому випадку, коли в процесі її зростання виділяється достатньо енергії, щоб зробити роботу по утворенню зони пластичності при новій вершині тріщини.

На початку зростання тріщини має виконуватися енергетичний критерій. При стабільному зростанні тріщини швидкість виділення енергії дорівнює опору зростання тріщини (якщо вона менше, то тріщина припиняє зростати, якщо більше, то виникає нестабільність, що передуює руйнуванню). Швидкість виділення енергії $G = \frac{\pi\sigma^2 l}{E}$ і під час зростання тріщини збільшується як σ , так і l .

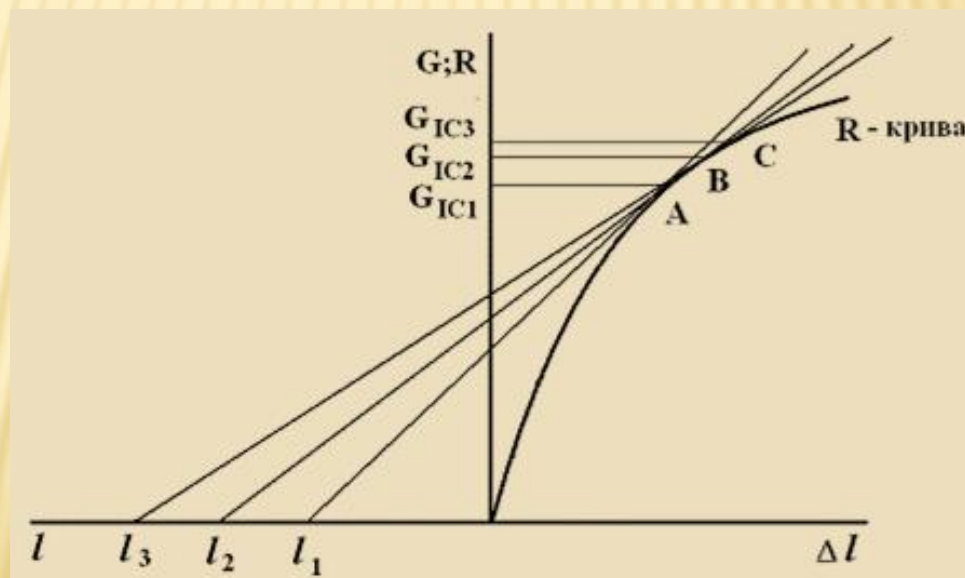


Це означає, що G збільшується не пропорційно l , а швидше. Оскільки $G = R$, то звідси можна зробити висновок, що R збільшується так:

Рівняння (5.1), вочевидь, являє собою енергетичний критерій для руйнування при плоскому напруженому стані.

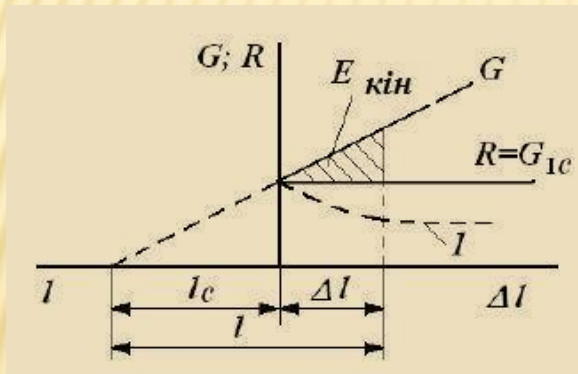
Інваріантність R-кривої.

Крафт та ін. зробили припущення, що R-крива інваріантна: вона має однаковий вигляд безвідносно до початкового розміру тріщини. Це означає, що умова руйнування для тріщин довільних розмірів виходить з графічної побудови, яке виконано на рис., де дотичні для різних довжин тріщин проведені до єдиної R-кривої.



5.2. Швидкість зростання тріщини. Теорія Мотта

Нестабільність, що передує руйнуванню, виникає тоді, коли при зростанні тріщини інтенсивність виділення енергії пружних деформацій G постійно перевищує опір росту тріщини R . Різниця між G і R визначає кількість енергії, яка може перейти в кінетичну; отже, ця величина визначає швидкість, з якою тріщина буде зростати. Таким чином, загальна кількість енергії, яке може перейти в кінетичну енергію, після того як розмір тріщини збільшиться на Δl , визначається інтегралом від різниці $(G - R)$ на відрізок Δl . Цей інтеграл представлений заштрихованою областю.



Пунктиром представлена R -крива для матеріалів, властивості яких залежать від швидкості деформування.

Зображений випадок заснований на трьох спрощуючих припущеннях:

1. процес зростання тріщини відбувається при постійному напруженні;
2. інтенсивність виділення енергії пружних деформацій не залежить від швидкості зростання тріщини;
3. опір зростанню тріщини постійний.

Мотт розглянув задачу про зростання тріщини в нескінченній пластині, яка піддається незалежному від часу одноосьовому розтягуванню перпендикулярно до площини тріщини. Він включив кінетичну енергію в енергетичний баланс, припустивши, що поле напружень і зсувів у динамічному випадку ті ж самі, що і в пружному статичному випадку при тій же самій довжині тріщини. Тому, якщо u і v - компоненти зсуву, а $l(t)$ - напівдовжина тріщини і dl/dt мала в порівнянні зі швидкістю хвилі зсуву в матеріалі, компоненти швидкості в даній точці пластинки можна записати у вигляді:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial l} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial l} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}.$$

Кінетична енергія для пластини одиничної товщини дорівнює

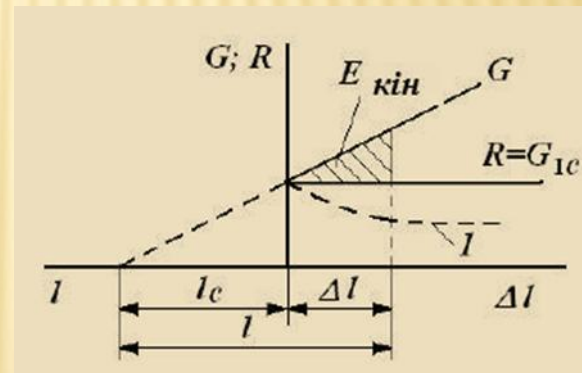
$$E_{\text{кін}} = \frac{1}{2} \rho \iint_S \left(\left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 \right) dx dy, \quad (5.2)$$

де ρ - питома щільність. Мотт показав, що оскільки u і v пропорційні $l\sigma/E$, то $\partial u/\partial l$ і $\partial v/\partial l$ будуть пропорційні σ/E .

У випадку нескінченної пластини розмір тріщини l є єдиним характерним розміром, що має розмірність довжини. Маючи на увазі, що область інтегрування S займає всю площину, приходимо до висновку, що поверхневий інтеграл у рівнянні (5.2) буде пропорційний l^2 . Це означає, що результат інтегрування може бути пропорційний κl^2 , де κ - константа і може залежати тільки від коефіцієнта Пуассона. Отже, рівняння (5.2) можна записати у вигляді:

$$E_{\text{кін}} = \frac{1}{2} \kappa \rho l^2 \left(\frac{dl}{dt} \right)^2 \frac{\sigma^2}{E^2}. \quad (5.3)$$

Кінетична енергія пропорційна квадрату розміру тріщини і напруження. Зрозуміло, що вона має бути пропорційна питомій масі і квадрату швидкості зростання тріщини. Можна отримати інший вираз для кінетичної енергії:



$$E_{\text{кін}} = \int_{l_c}^l (G - R) dl. \quad (5.4)$$

Розглядаючи випадок, коли R - константа, а величина G при постійному напруженні визначається рішенням статичної задачі, отримуємо вираз для кінетичної енергії:

$$E_{\text{кін}} = -R(l - l_c) + \int_{l_c}^l \frac{\pi\sigma^2 l}{E} dl. \quad (5.5)$$

Константа R на початку нестабільного процесу дорівнює G_{Ic} , величина якого задана співвідношенням $G_{\text{Ic}} = \frac{\pi\sigma^2 l_c}{E}$. Підставляючи в співвідношення (5.5) рівність $R = G_{\text{Ic}}$ і проводячи інтегрування, отримуємо (для двох вершин тріщини):

$$E_{\text{кін}} = \frac{\pi\sigma^2}{E} (l - l_c)^2. \quad (5.6)$$

Два вирази (5.3) і (5.6) для кінетичної енергії можна прирівняти один до одного, отримавши

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{l_c}{l}\right).$$

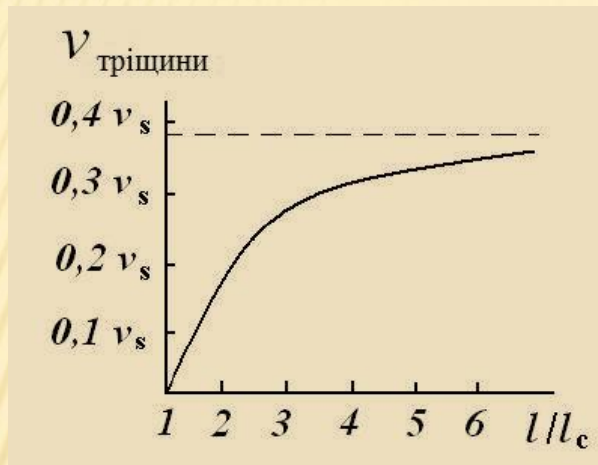
Вираз $\sqrt{E/\rho}$ є швидкість поздовжніх хвиль у середовищі, тобто вона дорівнює швидкості звуку v_s . Таким чином, при $l \gg l_c$ швидкість тріщини буде наближатися до граничної швидкості $v_{\text{тріщини}} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Задача зводиться до оцінки постійної k , для визначення якої Робертс і Уеллс оцінили чисельно інтеграл, що входить у рівняння (5.2), і побудували графік залежності $\sqrt{2\pi/k}$ від r/l , де r - радіус області інтегрування S . Щоб знайти відповідне значення k , далі передбачалося $r/l = k / 2\pi$. При цьому малося на увазі, що (а) швидкості поздовжньої хвилі і хвилі розширення однакові і (б) у момент часу t довжина тріщини дорівнює $l = v_{\text{тріщини}}t$. При чисельних розрахунках коефіцієнт Пуассона дорівнював $1/4$, і, отже, вплив допущення (а) на результат на повинен бути значним. Строго кажучи, припущення (б) справедливо тільки при $v \rightarrow \infty$, однак для досить великих значень t з урахуванням всіх інших зроблених наближень його впливом також можна знехтувати. Таким чином, було отримано: $\sqrt{2\pi/k} = 0,38$. Тоді

$$v_{\text{тріщини}} \approx 0,38v_s \left(1 - \frac{l_c}{l}\right). \quad (5.7)$$

Це рівняння описує залежність швидкості зростання тріщини від нуля при $l = l_c$ до верхньої межі швидкості $0,38v_s$, коли l/l_c прагне до нуля; це має місце тоді, коли тріщина зростає достатньо для того, щоб виконувалося співвідношення $l \gg l_c$.

На рис. графічно представлено співвідношення (5.7).

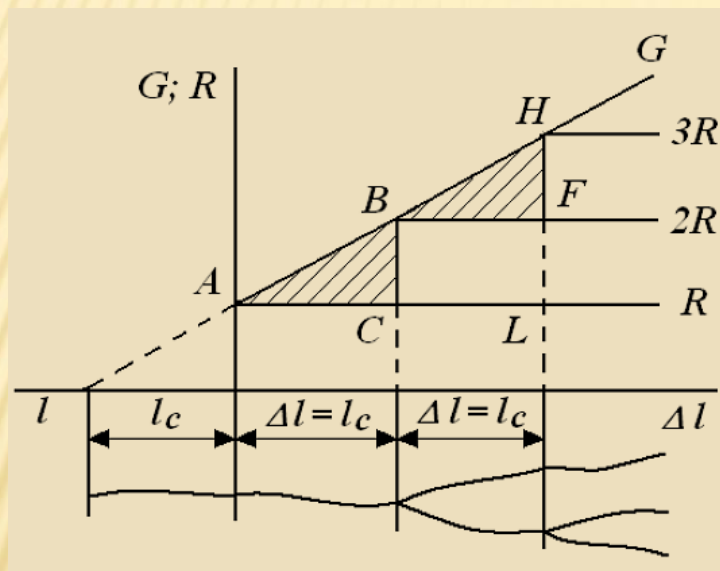


Обмірювані швидкості зростання тріщин лежать значно нижче їх теоретичних значень, обчислених за допомогою рівняння (5.7).

Основний недолік теорії Мотта, в першу чергу, полягає в допущенні квазістатичності полів напружень і зсувів. Єдиним кількісним аргументом на підтримку цього припущення є дослідження Уеллса і Поста, виконане методами фотопружності на смолі *Columbia resine*, в якому була сфотографована картина ізохром навколо тріщини, що розповсюджується. Однак подібність, у загальних рисах отримане між динамічною та статичною картинами смуг, не обов'язково означає, що особливості обох напружених станів наприкінці тріщини однакові.

5.3. Розгалуження тріщин

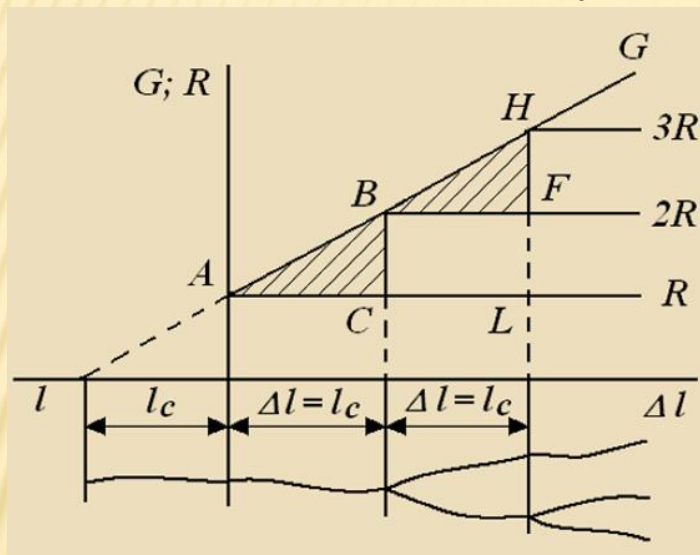
Розглянемо ще раз простий випадок, коли значення R постійне. Цей випадок зображений на рис.



Тут також мається на увазі, що зростання тріщини відбувається при постійному напруженні, тобто інтенсивність виділення енергії лінійно залежить від розміру тріщини. У той момент, коли розмір тріщини вдвічі перевищує початковий розмір, при якому виникає нестабільність (A) (коли $\Delta l = l_c$), інтенсивність виділення енергії вдвічі перевищує (B) опір росту тріщини R .

Теоретично це означає, що вивільняється досить енергії для зростання двох тріщин. Внаслідок цього може статися розгалуження тріщини. З подальшим зростанням тріщини до розміру $l = 3l_c$ ($\Delta l = 2l_c$) інтенсивність виділення енергії G стає рівною $3R$. Це означає, що одночасно можуть зростати три тріщини, тобто може виникнути багаторазове розгалуження.

Згідно рис. роздвоєння може статися у разі, якщо $l/l_c = 2, 3$ і т. д. За допомогою рівняння (5.7) можна показати, що мінімальна швидкість зростання тріщини, необхідна для розгалуження, становить $0,19 v_s$ (перша гілка виникає при $l_c/l = 0,5$).



Розгалуження впливає на швидкість зростання тріщин. У момент розгалуження збільшення кінетичної енергії різко уповільнюється і стає рівною площам трикутників ABC і BHF , а не AHL .

Це означає, що роздвоєні тріщини мають рухатися повільніше, ніж одиничні. Це також означає, що рівняння, виведені у даному розділі, справедливі тільки за при відсутності розгалуження.

5.4. Технологічні прийоми підвищення тріщиностійкості

Одним з найбільш важливих питань інженерної практики є застосування методів механіки руйнування для управління поведінкою тріщин. Йдеться про те, які заходи слід вживати, коли повільно зростаючі безпечні дефекти починають наближатися до критичних станів. Що робити з конструкцією, яка містить небезпечний дефект? У статичному випадку можна подумати про ремонт конструкції, а в динамічному випадку проблема набагато ускладнюється, адже мова йде про гальмування тріщини, що зростає з величезною швидкістю (протягом мікросекунд) в умовах, можливо, ударних навантажень. Склалося навіть уявлення про принципову неможливість гальмування швидкого, лавиноподібного зростання тріщини.

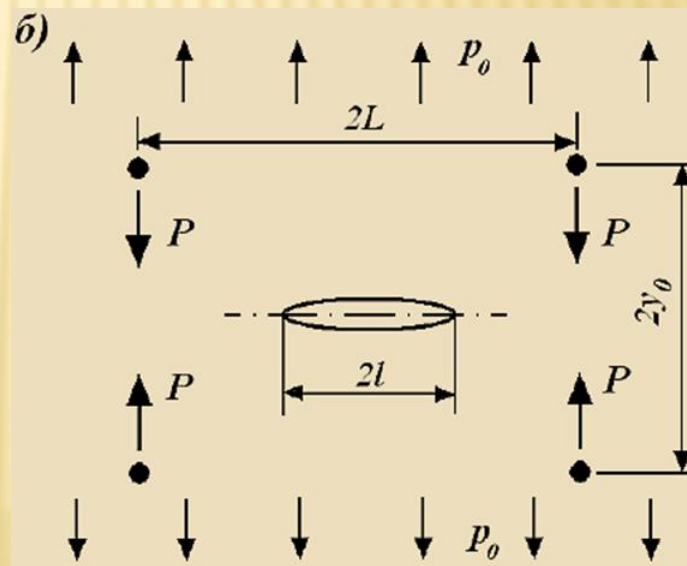
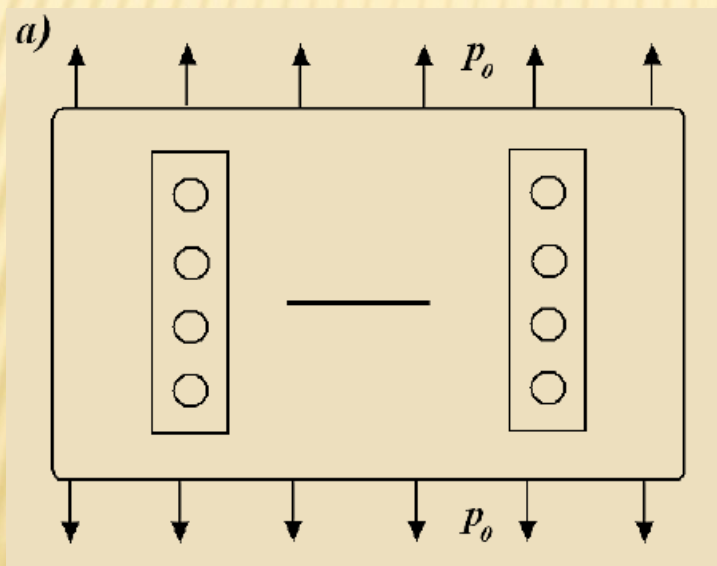
Проте становище не зовсім безнадійне. По-перше, для тріщин, що розвиваються, можна влаштувати пастки, які зловлять тріщину, а, по-друге, можна говорити про сенсорні системи, які здатні вчасно помітити таку тріщину, включити пристрої прогнозування її руху, а потім деякий механізм гальмування руйнування. Звичайно ж, побудова простих пасток, що зупиняють руйнування, простіше і дешевше, але створення надійних протиаварійних, нехай і дорогих, систем, являє собою життєво важливу задачу.

Зупинимось на деяких проблемах ремонту. Одним з найбільш широко поширених методів є установка додаткових ребер жорсткості, які називаються в ряді випадків стрингерами. Крім підвищення стійкості, вони можуть забезпечити експлуатацію дефектної конструкції. Стрингери часто встановлюють заздалегідь, створюючи перешкоди на можливому шляху зростання тріщин в «уразливих» місцях конструкції. Особливо стрингери застосовуються в авіаційній техніці, де необхідно забезпечити цілісність літального апарату навіть зі значним числом пошкоджень, притому в умовах мінімально можливої ваги, включаючи підкріплюючі елементи. Можна звернути увагу на ряди заклепок, що покривають поверхню фюзеляжу і крил, - ними до широких металевих листів основної конструкції прикріплюються численні стрингери у вигляді тонких смуг.

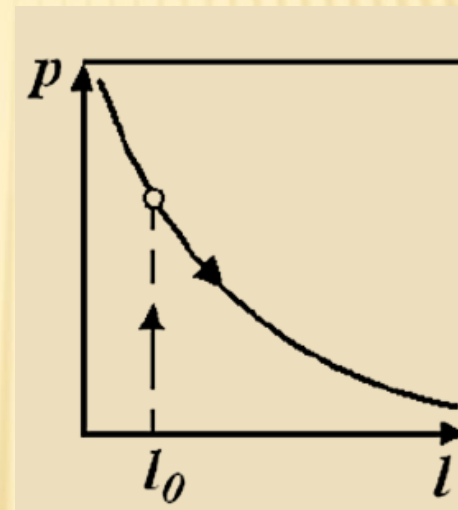
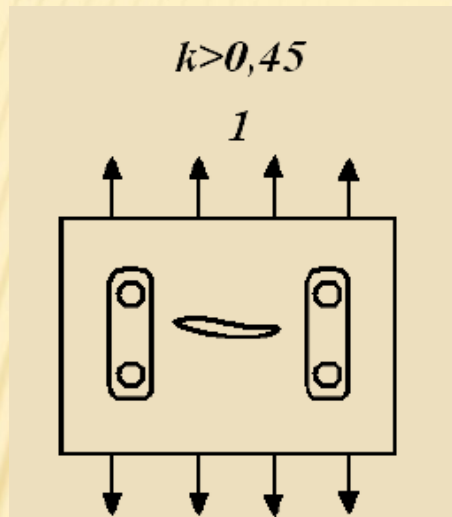
Поряд зі звичайними стрингерами можуть застосовуватися і так звані латки-дублери або ремонтні латки, приварені, приклеєні або приклепані до конструкції. У багатьох випадках вони, крім гальмування тріщин, можуть забезпечувати також герметичність, місцеву міцність конструкції, захист від корозії, тобто виконувати відразу декілька корисних функцій, відновлюючи пошкоджену конструкцію. Особливо перспективними у цьому відношенні представляються латки з армованих пластиків.

5.5. Конструкційне гальмування тріщин

Як відзначалось вище, щоб уникнути катастрофічного розвитку вже наявних тріщин, конструкцію часто підсилюють ребрами жорсткості (рис.а). Найпростіша схематизація цієї задачі полягає в наступному. У розрахунку зазвичай приймаються до уваги тільки найближчі до лінії тріщини заклепки, так як вплив більш віддалених незначний. Пара заклепок, що перешкоджає зростанню тріщини, моделюється двома рівними протилежно спрямованими стискаючими зосередженими силами (рис.б).

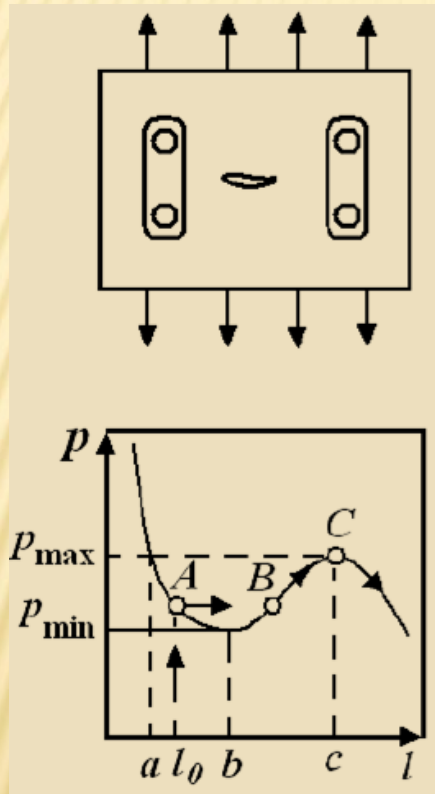


Перше питання, яке виникає: яким має бути відношення відстані між заклепками до відстані між ребрами? Виявляється, якщо це відношення перевищує 0,45, то крива залежності критичного напруження від довжини тріщини - монотонно спадна і руйнування відбувається так само, як у задачі Гріффітса.

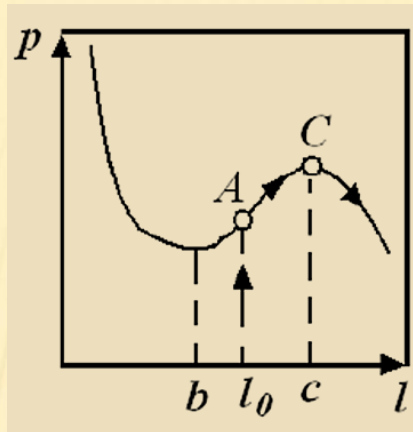
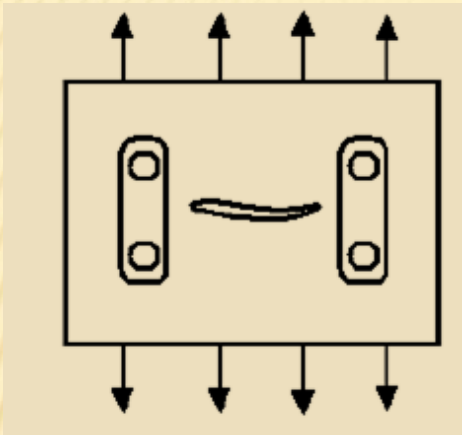


Зі збільшенням розтягуючого навантаження довжина тріщини не змінюється, поки це навантаження залишається менше критичного значення, що відповідає обраній довжині тріщини. Після досягнення критичного значення навантаження тріщина починає рости нестійко, і тіло руйнується.

Однак, якщо заклепки відстоять одна від одної досить близько по вертикалі ($k < 0,45$), на кривій з'являється ділянка зростання.

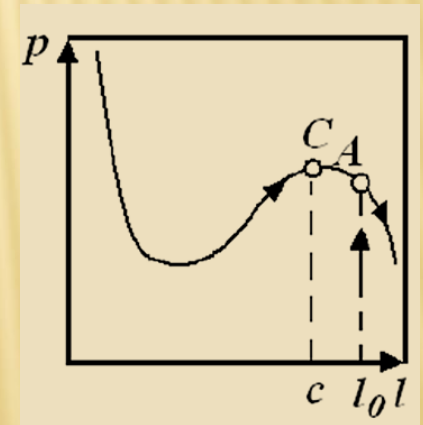
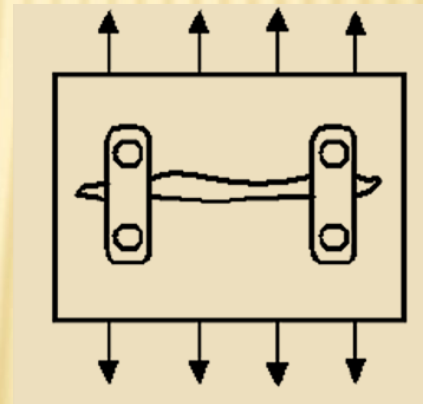


Відзначимо на кривій точку локального максимуму C , абсциса якого c , локального мінімуму b і точку, де висота кривої дорівнює висоті точки локального максимуму a . Розглянемо варіант, коли значення початкової довжини тріщини лежить між a і b . У цьому випадку розмір тріщини не змінюється, поки навантаження не досягне критичного значення A . Тоді при найменшому перевищенні навантаження тріщина збільшується стрибком і переходить в інший, стійкий стан, відповідний тому ж значенню навантаження AB , після чого стійко розвивається з ростом навантаження BC до максимального значення C . Після цього тріщина починає катастрофічно рости і тіло руйнується.



Інший варіант: значення початкової довжини тріщини розміщено між b і c . Розмір тріщини не змінюється, поки навантаження не досягне критичного значення A ; далі тріщина розвивається стійко, і все йде так само, як в попередньому випадку.

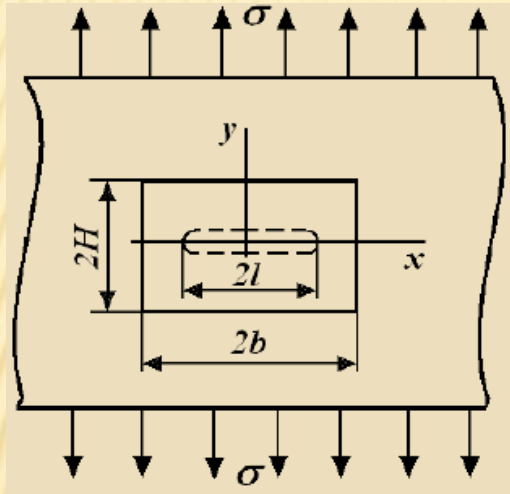
Останній варіант: початкова довжина тріщини більше, ніж відстань між ребрами, і на графіку відзначається точкою, що лежить правіше c . Коли навантаження досягає критичного значення A , тіло руйнується, як і в першому випадку.



Звернемо увагу на другий і третій випадки. Поки навантаження лежить в проміжку між висотами точок локального мінімуму і локального максимуму кривої, довжина тріщини є безперервна функція прикладеного навантаження. Тіло не руйнується і здатне сприйняти зростаюче навантаження, незважаючи на зростання тріщини. Граничне значення навантаження, що визначає міцність розглянутої нами конструкції, однаково для всіх значень початкової довжини тріщини в діапазоні ac . Цей приклад показовий у тому відношенні, що механіка руйнування вказує універсальну характеристику міцності, не залежну від початкової довжини тріщини. Таку характеристику бажано вводити при розрахунках на міцність.

Сучасні судна проектуються з розрахунку на безпечну роботу при наявності тріщин метрової довжини. Навіть для літаків докритичними є тріщини довжиною в декілька сантиметрів. Невиявлення їх при огляді можливо тільки при недбалості з боку обслуговуючого персоналу. Таким чином, виявлення тріщин (ймовірно, докритичних), наприклад, у фюзеляжах літаків, можуть справити враження лише на людей, не знайомих з механікою руйнування.

Щодо ремонтної латки, про її ефективність можна судити за результатами чисельного розрахунку коефіцієнта інтенсивності напружень біля вершини наскрізної тріщини довжини $2l$ у тонкому листі з приклепаною прямокутною латкою шириною $2b$ і висотою $2H$.



Безрозмірні залежності коефіцієнта інтенсивності напружень від довжини тріщини, показують, що латка, що цілком закриває тріщину, може істотно знизити коефіцієнт інтенсивності, причому в такому поєднанні кращі результати виходять для відносно більш жорстких латок і заклепок. Краще встановлювати латки симетрично з обох боків листа.

До позитивних результатів можуть привести і протилежні дії - не посилення дефектної конструкції, а її «ослаблення» - висвердлювання додаткових, розвантажувальних отворів у вершинах тріщини. Нікому не прийде в голову думка дірявити без потреби конструкцію до появи тріщини, адже спостережливим людям відомо, що при підході до отвору тріщина значно прискорює свій біг.

Інша справа, якщо розвантажувати отвір просвердлений у кінчику тріщини після її виявлення. Ефективність такого відомого на практиці прийому визначається різного роду чинниками: усуненням сингулярності напружень і найбільш пошкодженого матеріалу в кінчику тріщини; появою залишкових стискаючих напружень у процесі холодної обробки і зменшенням чутливості матеріалу до концентрації напружень і т. п.

Для посилення розвантажувальної дії отворів в них іноді з натягом вставляють шайби, заклепки або болти, що викликають стиснення в навколишньому матеріалі. Справа в тому, що один з найбільш ефективних методів боротьби з розширенням і рухом тріщин - створення в матеріалі стискаючих напружень, які перешкоджають підводу енергії до вершин тріщини. Початок використання стискаючих напружень пов'язаний с технологією скріплення артилерійських гармат. Йдеться про створення попереднього стиснення у стволі гармати за рахунок насадки гарячих кілець. Після охолодження напруження зосереджуються в кільцях, а в основній конструкції створюються стиснення. Цей принцип повторюється в безлічі варіантів: розтягувачим елементом може бути і високоміцний дріт, намотаний на поверхню судини тиску, арматура у попередньо напруженому залізобетоні.

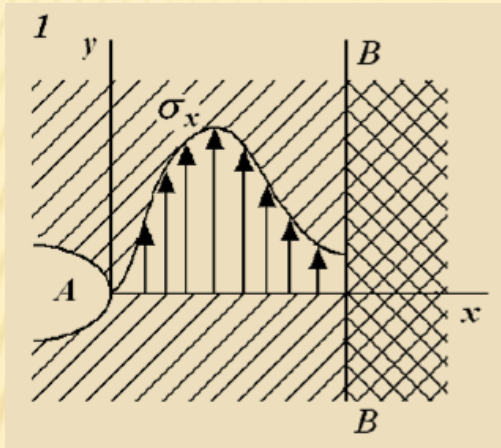
Іншим відомим методом гальмування і, можливо, зупинки тріщини, який лежать в основі багатьох технічних рішень, є створення межі розділу на шляху руху тріщини. На такій межі зв'язки між частинками тіла ослаблені, а саме ця «слабинка» збільшує в'язкість матеріалу та його опір зростанню тріщин.

Розглядаючи концентрацію напруження біля еліптичного отвору, крім максимуму напружень нормального розриву у вершині тріщини, на деякій відстані перед її кінцем, спостерігається пік розтягуючих напружень у напрямку, паралельному лінії тріщини.

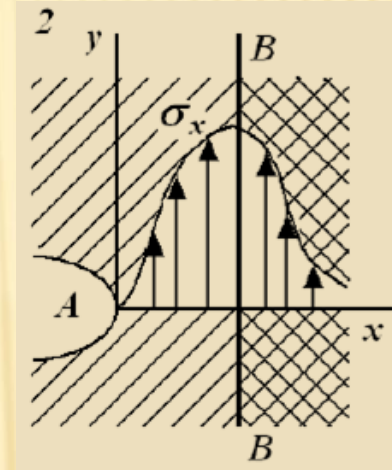
Цей пік в декілька разів менше (в ізотропному матеріалі приблизно в 5 разів). Цих напружень може бути достатньо для того, щоб викликати поперечний розрив на межі поділу матеріалу, який зловить основну тріщину, затупить її і загальмує.

Такий засіб гальмування тріщин називається механізмом гальмування за Куком-Гордоном. Послідовність процесу гальмування схематично може бути представлена наступним чином:

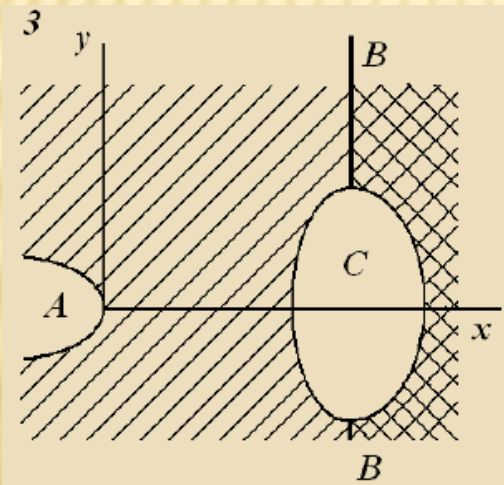
1- пік напружень перед вершиною тріщини ще не підійшов до поверхні розділу B



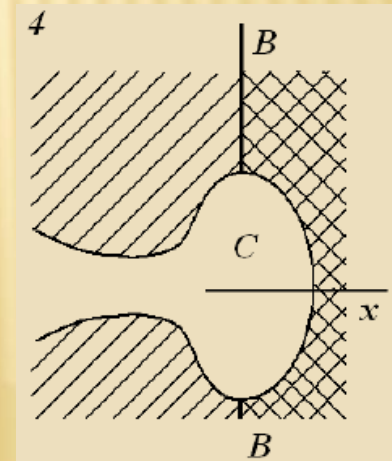
2 - пікові напруження відривають матеріал на частини поверхні розділу B



3 - утворюється поперечна тріщина C



4 - основна тріщина A доростає до поперечної, утворюється затуплена T -подібна тріщина



5.6. Висновки до розділу 5

1. R -крива являє собою енергію, необхідну для зростання тріщини. У в'язкому матеріалі ця енергія складається з роботи, необхідної для утворення нової зони пластичності при вершині тріщини, що розвивається і роботи, необхідної для утворення, зростання і злиття мікропорожнеч. Остання мала у порівнянні з енергією, що міститься в зоні пластичності.
2. На початку зростання тріщини має виконуватися енергетичний критерій. При стабільному зростанні тріщини швидкість виділення енергії дорівнює опору зростання тріщини (якщо вона менше, тріщина припиняє зростати, якщо більше, то виникає нестабільність, що передує руйнуванню).
3. Існує припущення, що R -крива інваріантна: вона має однаковий вигляд безвідносно до початкового розміру тріщини.
4. Нестабільність, що передує руйнуванню, виникає тоді, коли при зростанні тріщини інтенсивність виділення енергії пружних деформацій G постійно перевищує опір зростанню тріщини R .
5. Різниця між G і R визначає кількість енергії, яка може перейти в кінетичну, тобто, ця величина визначає швидкість, з якою тріщина буде зростати.

6. З теорії Мотта для нескінченної пластини маємо формулу кінетичної енергії:

$$E_{\text{кін}} = \frac{1}{2} k \rho l^2 \left(\frac{dl}{dt} \right)^2 \frac{\sigma^2}{E^2}, \text{ або } E_{\text{кін}} = \frac{\pi \sigma^2}{E} (l - l_c)^2.$$

7. Швидкість зростання тріщини визначається формулою:

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{l_c}{l} \right).$$

8. Верхня межа швидкості зростання тріщини дорівнює $0,38 v_s$, де v_s - швидкість поздовжніх звукових хвиль в матеріалі.

9. Основні технологічні засоби підвищення тріщиностійкості:

- конструкційне гальмування тріщин ребрами жорсткості;
- конструкційне гальмування тріщин ремонтними заплатами.
- конструкційне гальмування тріщин розвантажувальними отворами;
- конструкційне гальмування тріщин створенням межі розділу на шляху руху тріщини.

5.7. Контрольні завдання та запитання до розділу 5

1. Дати пояснення R -кривої.
2. Сформулювати умову стабільного зростання тріщини.
3. Дати пояснення інваріантності R -кривої.
4. Що визначає різниця між G і R ?
5. Сформулювати загальні положення теорії Мотта.
6. Який основний недолік теорії Мотта?
7. Записати формулу кінетичної енергії для нескінченної пластини з тріщиною за теорією Мотта.
8. Навести формулу, що визначає швидкість зростання тріщини.
9. Яка верхня межа швидкості зростання тріщини?
10. Перелічити основні засоби конструкційного гальмування тріщин.
11. Дати опис процесу стійкого і нестійкого зростання тріщин у пластині за наявності ребер жорсткості.
12. Дати уявлення про конструкційне гальмування тріщин ремонтними заплатами.
13. Описати засіб конструкційного гальмування тріщин розвантажувальними отворами.
14. Навести схему процесу гальмування зростання тріщин за Куком-Гордоном.

6. ЕЛЕМЕНТИ НЕЛІНІЙНОЇ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

6.1. J -інтеграл

Якщо характерний розмір пластичної зони у вершині тріщини перевищує більш ніж 20% довжину тріщини, то поняття коефіцієнта інтенсивності напружень втрачає смисл (оскільки він побудований на формулах теорії пружності) і задачу аналізу руйнування необхідно розглядати з позиції теорії пластичності.

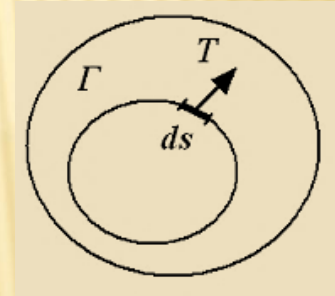
Конфігурація зони пластичних деформацій відповідає картині розподілення дотичних напружень у точках об'єму біля тріщини. Для описання характеристик тріщиностійкості у цьому випадку використовуються такі параметри як J -інтеграл і розкриття у вершині тріщини COD (Crack Opening Displacement).

J (джей) – інтеграл запропоновано Д.Райсом (1968р.). Незалежно від нього аналогічний параметр було запропоновано Черепановим Г.Н. у 1967р. Черепанов проаналізував стан області Γ біля тріщини з точки зору закону збереження енергії.

Можна показати, що якщо зону пластичності при вершині тріщини не враховувати малою, то вона буде впливати на інтенсивність виділення енергії.

Для того щоб точно обчислити вплив пластичних деформацій на величину G , потрібно отримати точне рішення пружнопластичної задачі щодо поля напружень при вершині тріщини. Існує непрямий метод, в основі якого і лежить J -інтеграл, який визначається виразом:

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds),$$



де Γ -замкнутий контур, оточуючий в напруженому твердому тілі деяку область, який потрібно обійти проти годинникової стрілки; T -вектор напружень, перпендикулярний контуру Γ і спрямований у зовнішню сторону, u -переміщення в напрямку осі x (лінією тріщини); ds - елемент контуру Γ .

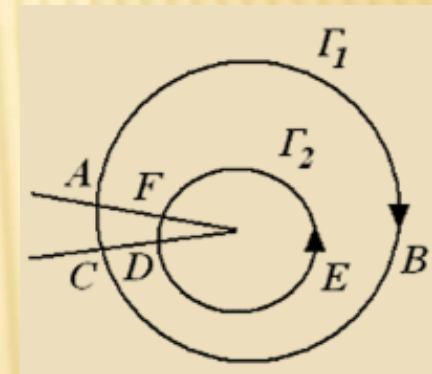
Крім цього, енергія деформації одиниці об'єму (щільність) дорівнює:

$$W = W(x, y) = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}.$$

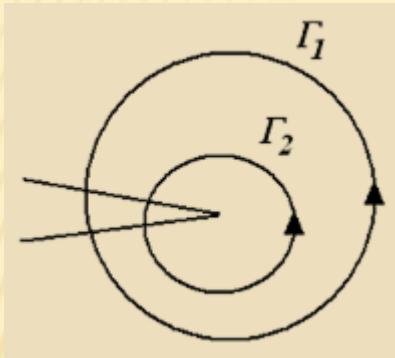
Можна показати, що якщо Γ - замкнутий контур, то $J = 0$.

Характерною особливістю J -інтеграла є його незалежність від форми і розмірів контуру Γ (він може бути як дуже малим, так і збігатися з межами тіла). Контур Γ може бути всередині пластичної зони, перетинати її або бути поза нею - у всіх випадках значення J -інтеграла залишається незмінним.

Розглянемо замкнутий контур $ABCDEF$ навколо вершини тріщини. Інтеграл по цьому контуру дорівнює нулю. Оскільки на частинах берегів тріщини CD і AF значення $T = 0$ і $dy = 0$, їх внесок в інтеграл дорівнює нулю. Тому інтеграл по контуру ABC має дорівнювати з протилежним знаком інтегралу по контуру DEF .



Це означає, що незалежно від того, чи береться J -інтеграл по контуру ABC або FED , результат буде один і той же: інтеграл не залежить від шляху інтегрування, тобто $J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2}$.



Необхідно звернути увагу на те, що цей інтеграл, що не залежить від шляху інтегрування, береться не по замкнутому контуру: межі інтегрування лежать на краях тріщини.

Для пружного випадку J - інтеграл можна обчислити, використовуючи рішення пружної задачі щодо поля напружень. Звідси випливає, що

$$J = r \int_{-\pi}^{\pi} \left[W(r, \theta) \cos \theta - T(r, \theta) \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial x} \right] d\theta. \quad (6.1)$$

Райс показав, що обчислення інтеграла (6.1) приводить до співвідношення:

$$J = G. \quad (6.2)$$

Цілком очевидно, що для пружного випадку J -інтеграл еквівалентний інтенсивності виділення енергії. Райс також показав, що

$$G = -\partial \Pi / \partial l, \quad (6.3)$$

де Π - потенційна енергія. У пружному випадку рівняння (6.2) і (6.3) еквівалентні.

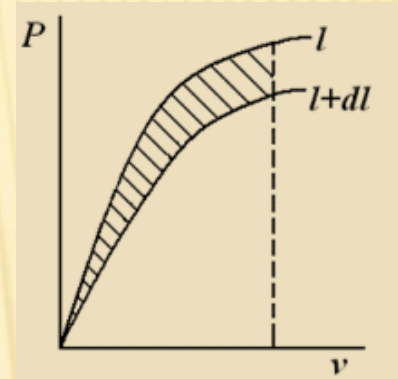
Іншими словами, J є узагальнена функція виділення енергії за рахунок зростання тріщини. Ця функція може бути також справедлива у випадку, коли поблизу вершини тріщини є значні пластичні деформації. Оскільки J -інтеграл не залежить від шляху інтегрування, його можна визначити менш складним шляхом, обираючи цей шлях, уздовж якого інтегрування можна виконати досить просто, тобто вздовж країв тіла.

Таким чином, інтеграл дає можливість порівняно просто визначити інтенсивність виділення енергії для випадку, коли при вершині тріщини є велика зона пластичності. Можна очікувати, що існує критичне значення J_{IC} , при якому може розпочатися зростання тріщини. Оскільки це повинно мати силу і в пружному випадку, це означає:

$$J_{IC} = G_{IC}. \quad (6.4)$$

Рівняння (6.4) означає, що процес зростання тріщини, пов'язаний з великими пластичними деформаціями, можна визначити з J_{IC} , знаючи значення G_{IC} , яке було визначено для випадку, коли пластичними деформаціями можна знехтувати, і навпаки.

Відповідно до рівняння (6.3), J -інтеграл можна знайти з діаграми «навантаження - переміщення», так само як і в пружному випадку, визначаючи податливість зразка. Відмінність полягає в тому, що в результаті пластичності на діаграмі «навантаження-переміщення» може мати місце нелінійна ділянка.



Площа між двома кривими, що зв'язують навантаження з переміщенням для тріщин, що мають розміри l і $l + dl$, дорівнює $\frac{\partial v}{\partial l} dl$, тобто ця площа дорівнює J .

Криві, що зв'язують навантаження і переміщення у зразку, можна отримати експериментально, послідовно збільшуючи розмір тріщини, а площа між двома кривими для тріщин з розмірами, що відрізняються мало, визначити графічно. Отримані таким чином значення J можна побудувати як функцію переміщення v . Визначаючи значення v при руйнуванні для тріщин різних розмірів, з рисунку можна з'ясувати, чи відбувається руйнування у всіх випадках при однаковому значенні J .

При використанні J -інтеграла вимогу обмеженості пластичних деформацій можна вилучити. Взагалі це дозволяє визначати J_{IC} (а отже, G_{1C}) з випробувань зразка малих розмірів.

Метод є найбільш перспективним у тих випадках, коли виникають великі пластичні деформації, тобто при плоскій деформації. Однак у цих випадках перед руйнуванням йде повільне зростання тріщини. У процесі повільного зростання тріщини за її вершиною відбувається розвантаження матеріалу.

До сих пір незалежність J -інтеграла від шляху інтегрування була доведена тільки при використанні теорії пластичних деформацій, яка не передбачає розвантаження матеріалу. Тому зараз критерій руйнування, заснований на використанні J -інтеграла, слід застосовувати лише до процесу зародження тріщин. Крім того, до цих пір не існує методики використання J -інтеграла для опису процесу стабільного зростання тріщини.

6.2. Критичне розкриття тріщини (КРТ). Модель Дагдейла

Уеллс, Коттрел і Баренблат незалежно запропонували критерієм руйнування при значних пластичних деформаціях вважати величину розкриття тріщини у вершині. Вважалося при цьому, що розвиток тріщини починається тоді, коли вона збільшується до деякого критичного значення, яке відповідає мікроруйнівному процесу. Таким чином ця оцінка потребує визначення величини переміщень точок у вершині тріщини у напрямку, перпендикулярному тріщині.

Припустимо, що біля вершини тріщини є пластична зона розміром r_p . Розкриття тріщини $\delta = 2v$, яка має довжину $2(l + r_p)$, визначається як переміщення точки на осі x , яка лежить на відстані $r = r_p$ від умовної вершини тріщини, тобто розкриттям у точках $\pm l$.

Використовуючи асимптотичну формулу Колосова-Вестергардта,

$$v = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\mu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

тут G – модуль зсуву а μ – коефіцієнт Пуассона, зв'язок переміщень v , перпендикулярних поверхні тріщини, з коефіцієнтом інтенсивності можна одержати у вигляді:

$$v = \frac{2K_I}{E'} \sqrt{\frac{2r_p}{\pi}}, \quad (6.5)$$

де $E'=E$ при плоскій деформації; $E' = E/(1-\mu^2)$ при плоскому напруженому стані.

Якщо скористатися значенням радіуса, одержаного Ірвіном для плоского напруженого стану ($r_p = \frac{\sigma^2 l}{2\sigma_T^2}$), можна одержати:

$$\delta = 2v = \frac{4K_I^2}{\pi E' \sigma_T}. \quad (6.6)$$

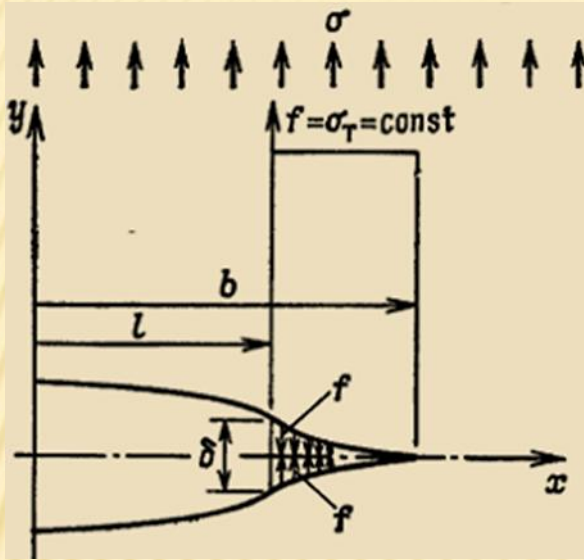
Якщо далі скористатися залежністю між інтенсивністю енергії, що вивільнюється і коефіцієнтом інтенсивності напружень $G_I = \frac{1-\mu^2}{E} K_I^2$, одержимо: $K_I^2 = E' G_I$. (6.7)

З урахуванням формули (6.6), після перетворень маємо:

$$G_I = (\pi / 4) \sigma_T \delta \approx \sigma_T \delta. \quad (6.8)$$

Величину δ називають розкриттям тріщини у вершині. Цей параметр використовують для того, щоб описати умови руйнування при великих пластичних деформаціях.

У моделі Дагдейла передбачалася наявність пластичної зони з напруженнями $\sigma = \sigma_T$ трикутної форми.



Дійсна довжина тріщини з вільними від напружень поверхнями має довжину $2b$. Ділянка довжиною $b-l$ відповідає пластичній області біля вершини тріщини, у якій діють поверхневі сили (напруження), які дорівнюють границі текучості $\sigma = \sigma_T$.

Довжину пластичної зони Дагдейл одержав у вигляді:

$$b - l = l \left\{ \sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_T}\right) - 1 \right\}.$$

Параметр розкриття тріщини визначається формулою М.Сираторі:

$$\delta = 2\nu \frac{8\sigma_T l}{\pi E} \ln \left(\sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right). \quad (6.9)$$

Інша модель розроблена Билбою і Коттрелом, згідно з якою при плоскому напруженому стані:

$$\delta \approx \frac{\pi \sigma^2 l}{E \sigma_T} = \frac{G}{\sigma_T}. \quad (6.10)$$

Цей результат можна одержати, якщо розкласти у формулі (6.9) в ряд Тейлора множник

$$\ln \left(\sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_T} \right).$$

Формула (6.9) також співпадає з (6.10), яку одержано з енергетичних міркувань.

Використання критерію *KPT* базується на припущенні, що руйнування починається, коли розкриття тріщини у вершині досягає критичного значення $\delta = \delta_c$, характерного для даного матеріалу.

У діапазоні невеликої пластичності *J*-інтеграл співпадає з *G*.

Проблеми, що виникають при використанні параметрів руйнування при великих пластичних деформаціях і методи їх визначення викладено у [15]. Зазначимо, що використання цих критеріїв тісно пов'язано з методами їх експериментального визначення.

6.3. Зв'язок силового, деформаційного і енергетичного критеріїв механіки руйнування

Розглянуті три класичні параметри - KIH , J -інтеграл і KPT , характеризують умови початку руйнування в різних умовах. Вище було показано, що в пружній області коефіцієнт інтенсивності напружень і J -інтеграл однозначно пов'язані з інтенсивністю вивільнення пружної енергії. При цьому виявлений безпосередній зв'язок між KIH і J -інтегралом у вигляді:

$$J = \left[(1 - \mu^2) / E \right] K_I^2. \quad (6.11)$$

Між J -інтегралом і розкриттям тріщини при маломасштабній текучості можна використовувати залежність:

$$J = m\sigma_T\delta, \quad (6.12)$$

де m – параметр, що залежить від пластичного стиснення. При плоскому напруженому стані $m = 1$, а при плоскій деформації $1 < m < 3$.

Таким чином, в пружній області існує однозначний зв'язок між трьома основними параметрами механіки руйнування. Якщо знати один із них, завжди можна обчислити два інших.

6.4. Приклад

Показати, що для нелінійно-пружного тіла значення J -інтеграла з протилежним знаком дорівнює подвоєному значенню інтенсивності звільняється енергії при зростанні тріщини Γ : $J = -2\gamma$.

Розв'язання.

Закон збереження енергії при пружно-пластичній деформації твердого тіла з тріщиною, за відсутністю притоків тепла та умови квазістатичного навантаження має вигляд: $\delta U + 2\gamma\delta l = \delta A$, де δU -варіація внутрішньої енергії деформації, що складається з пружної і пластичної складових, $2\gamma\delta l$ -варіація поверхневої енергії, витраченої при зростанні тріщини, δA -варіація роботи зовнішніх сил, γ - інтенсивність поверхневої енергії, що витрачається на руйнування (див.4.1).

Робота зовнішніх сил дорівнює:

$$\delta A = \int_{\Gamma} T \frac{\partial u}{\partial l} ds,$$

де u -вектор переміщень на контурі Γ , T -вектор напружень.

Внутрішня енергія деформації всередині контуру Γ , тобто в області D дорівнює:

$$\delta U = \int_D \left(\frac{\partial W}{\partial l} \delta l dx dy \right).$$

Зростання тріщини на δl можна розглядати як перенесення початку координат у нову вершину, так, що $\frac{\partial}{\partial l} = -\frac{\partial}{\partial x}$. Тоді

$$2\gamma\delta l = \delta A - \delta U = \int_{\Gamma} T \frac{\partial u}{\partial x} ds - \int_D \frac{\partial W}{\partial x} \delta l dx dy.$$

Замінивши інтеграл по площі області D інтегралом по контуру Γ згідно з теоремою Гауса, отримаємо для щільності поверхневої енергії руйнування:

$$\frac{d(2\gamma\delta l)}{dl} = 2\gamma = -\int_{\Gamma} W dy + \int_{\Gamma} T \frac{\partial u}{\partial x} ds = -J,$$

Інтеграл, що стоїть в правій частині, є J -інтеграл з протилежним знаком, а щільність поверхневої енергії при зростанні тріщини дорівнює подвійній інтенсивності звільняється енергії, тобто справедливо співвідношення $J = -2\gamma$.

6.5. Висновки до розділу 6

1. У разі розміру пластичної зони у вершині тріщини більш ніж 20% її довжини, поняття коефіцієнта інтенсивності напружень втрачає смисл, оскільки він побудований на формулах теорії пружності, і задачу руйнування необхідно розглядати з позиції теорії пластичності.
2. Для описання характеристик тріщиностійкості у випадку великої пластичної зони використовуються такі параметри як J -інтеграл і розкриття у вершині тріщини COD .
3. Область пластичності при вершині тріщини впливає на інтенсивність виділення енергії.
4. Для аналізу впливу пластичних деформацій на величину G , застосовується непрямий метод, в основі якого лежить J -інтеграл.
5. Для будь-якого замкнутого контуру $J = 0$.
6. Характерною особливістю J -інтеграла є його незалежність від форми і розмірів контуру. Контур може бути всередині пластичної зони, перетинати її або бути поза нею - у всіх випадках значення J -інтеграла залишається незмінним.

7. Критерій руйнування тіла з тріщиною на основі J -інтеграла: тріщина почне зростати, коли J -інтеграл досягне свого критичного значення, яке є характеристикою тріщиностійкості матеріалу -пластичною в'язкістю.
8. Для пружного випадку J -інтеграл еквівалентний інтенсивності виділення енергії $J=G$.
9. Критерієм руйнування при значних пластичних деформаціях можна вважати величину розкриття тріщини у вершині.
10. Використання критерію KPT базується на припущенні, що руйнування починається, коли розкриття тріщини у вершині досягає критичного значення.
11. Розглянуті три класичні параметри - KIH , J -інтеграл і KPT характеризують умови початку руйнування в різних умовах.
12. В пружній області існує однозначний зв'язок між трьома основними параметрами механіки руйнування. Якщо знати один із них, завжди можна обчислити два інших.
13. Використання критеріїв руйнування при великих пластичних деформаціях тісно пов'язано з методами експериментального визначення відповідних параметрів.

6.6. Контрольні завдання та запитання до розділу 6

1. Дати пояснення, чому використання KIH неможливе за умови великої пластичної області у вершині тріщини.
2. Навести класичні параметри, що характеризують умови початку руйнування.
3. Визначити J -інтеграл.
4. Сформулювати властивості J -інтеграла.
5. Сформулювати критерій руйнування тіла з тріщиною на основі J -інтеграла.
6. Коли J -інтеграл еквівалентний інтенсивності виділення енергії $J=G$?
7. Визначити поняття розкриття тріщини у вершині (KPT або COD).
8. На чому базується критерій руйнування тіла з тріщиною KPT ?
9. Дати пояснення, чому J -інтеграл і KPT є параметрами нелінійної механіки руйнування.
10. Визначити умову існування однозначного зв'язку між трьома основними параметрами механіки руйнування.

7. ВТОМНЕ РУЙНУВАННЯ

7.1. Загальні положення і визначення

Багато машин або окремі їх деталі працюють в умовах, коли діючі навантаження змінюються як за величиною, так і за напрямком. Відповідно до цього змінюються і викликані ними напруження. Змінним навантаженням піддаються залізничні рейки, вали двигунів, лопатки турбін та ін. Особливе значення в машинобудуванні набуло періодичне (циклічне) динамічне навантаження, що приводить до періодичних (циклічних) змін напружень. Число змін N величини і знака напружень може бути дуже великим. Так, при обертанні вала, навантаженого силою, який безперервно працює протягом 7 годин щодня, роблячи 400 об / хв, число змін величини і знака напружень протягом року дорівнює $N = 400 \times 60 \times 7 \times 365 \gg 610^7$.

Деталі, що піддаються дії знакозмінного та повторного навантаження, руйнуються не тільки при напруженнях нижчих межі міцності, а й нерідко нижчих межі текучості. При великому числі навантажень і порівняно низькому навантаженні спостерігаються крихкі руйнування навіть досить пластичних металів. Поля напружень можуть викликатися також і змінними тепловими полями (термічна втома).

Втомою називають явище руйнування матеріалу у результаті накопичення в ньому пошкоджень, що призводять до виникнення **втомної тріщини** під час багаторазового повторного навантаження.

Довговічність - число циклів, що витримуються зразком (деталлю) до руйнування.

Втома охоплює дві області циклічного навантаження і деформування, що значно відрізняються одна від одної, в кожній з яких руйнування є наслідком дії різних фізичних механізмів.

Малоциклова втома - циклічне навантаження, при якому під час кожного циклу виникають значні пластичні деформації. Ця область характеризується великими за величиною навантаженнями і малою довговічністю - 10^4 - 10^5 циклів.

Інша область - **багатоциклова втома** - циклічне навантаження, при якому деформація під час кожного циклу в значній мірі пружна. Для цієї області характерні малі навантаження і велика довговічність - більш 10^4 - 10^5 .

Витривалість це здатність матеріалу чинити опір втомному руйнуванню при дії повторно-змінних напружень.

Циклічна міцність - здатність матеріалів витримувати ці напруження без руйнування.

Межею витривалості називається максимальне за абсолютним значенням напруження, при якому матеріал ще здатний чинити опір втомному руйнуванню при будь-якому доволно великому числі повторень змінних напружень.

При виборі матеріалу для виготовлення деталей і вузлів машин, що працюють при змінних зусиллях, крім звичайних характеристик, одержуваних в умовах статичних випробувань, необхідне знання критеріїв, що характеризують опір матеріалу втомі.

7.2. Закономірності втомного руйнування

Втомне руйнування відбувається не миттєво при досягненні напруженнями граничних значень, а є тривалим процесом накопичення пошкоджень: зародження і розвитку тріщин. Крім того, його відмінною рисою є те, що втома металів спостерігається при напруженнях як більших, так і значно менших ніж звичайна межа текучості матеріалів. Загальноприйнято процес втомного руйнування матеріалів ділити на наступні стадії.

I стадія - інкубаційна - пов'язана з накопиченням локальних об'ємів з граничною щільністю дислокацій у циклічно деформованому матеріалі.

Для зародження втомного руйнування (виникнення тріщин) завжди необхідна деяка пластична деформація, яка проявляється у вигляді смуг ковзання, що виходять на поверхню тіла, що деформується. Утворення смуг ковзання можна розглядати як руйнування тому, що цей процес оборотний, хоч і вимагає для повернення деякої енергії активації (шляхом нагрівання). Тому цю стадію, що займає відносно мало часу, називають інкубаційною або підготовчою.

II стадія - зародження тріщини - період накопичення оборотної пошкодженості в межах окремих зерен, утворення субмікротріщин у смугах ковзання, біля кордонів блоків, зерен і двійників, близько частинок другої фази, включень і т. п. у результаті злиття дислокацій і вакансій, а також виникнення розривів, обумовлених концентрацією напружень.

Процес протікає все більш нерівномірно - субмікротріщини ростуть і зливаються, перетворюючись у мікротріщини.

III стадія - докритичний розвиток тріщини - період стабільного зростання тріщини. Третя стадія починається, коли одна з мікротріщин, що знаходиться у найбільш несприятливих умовах, перетинає кордон одного, а потім кількох зерен і переростає у макротріщину.

Руйнування, яке було спочатку більш-менш рівномірно розподілено у матеріалі, що деформується (головним чином в його поверхневому шарі), поступово концентрується і нарешті повністю локалізується у домінантній макротріщині, розвиток якої і є втомне руйнування тіла.

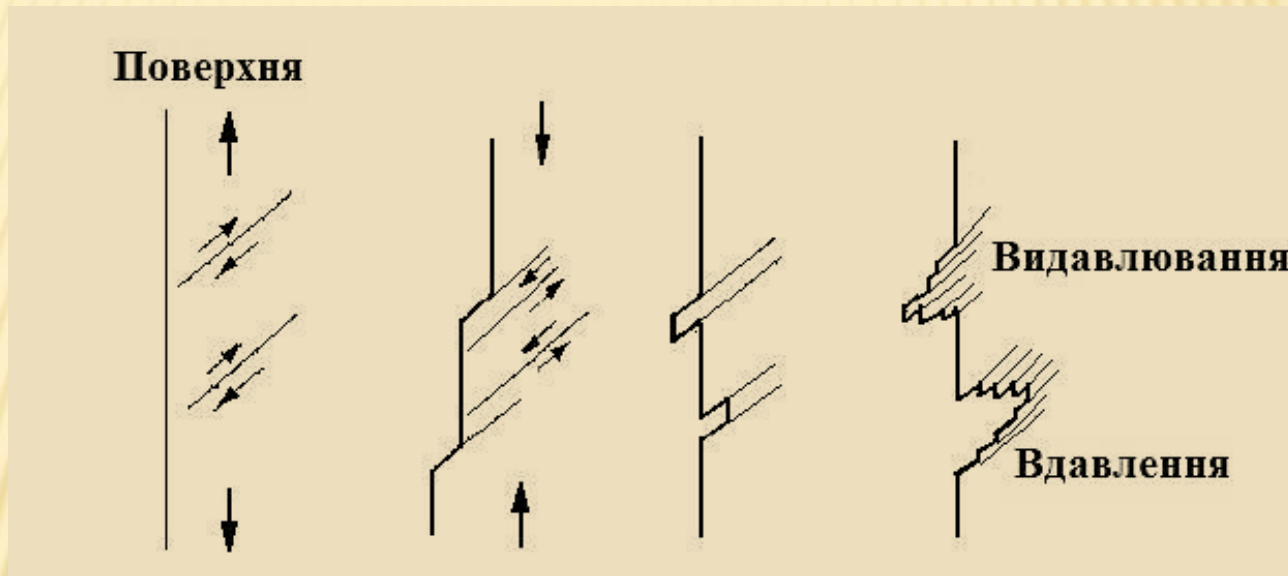
Подальший процес втомного руйнування матеріалу пов'язаний з розвитком макротріщини. При переході від мікро- до макротріщини перша зароджується і поширюється переважно в площинах ковзання у напрямках, близьких до площин максимальних дотичних напружень. Далі, досягнувши деякої довжини, вона змінює напрямок і зростає (вже в макромасштабах) у площинах, перпендикулярних максимальним нормальним напруженням. Третя стадія закінчується, коли макротріщина досягає критичного розміру.

IV стадія - стадія долому - період нестабільного або прискореного зростання тріщини, що призводить до остаточного руйнування. Тріщина зростає спонтанно за рахунок енергії деформації тіла до повного розділення його на частини. Тривалість цієї стадії зазвичай мала у порівнянні з попередніми, і тому її часто не приймають до уваги.

Тривалість періодів зародження та зростання тріщини змінюється в широких межах (за різними оцінками від 30 до 90% загальної довговічності) в залежності від матеріалу, геометрії тіла та умов навантаження.

7.3. Втомні тріщини. Борізки втоми

Для пояснення зародження втомних тріщин локальними пластичними деформаціями було запропоновано кілька еквівалентних моделей. Модель Вуда зображена на рис.



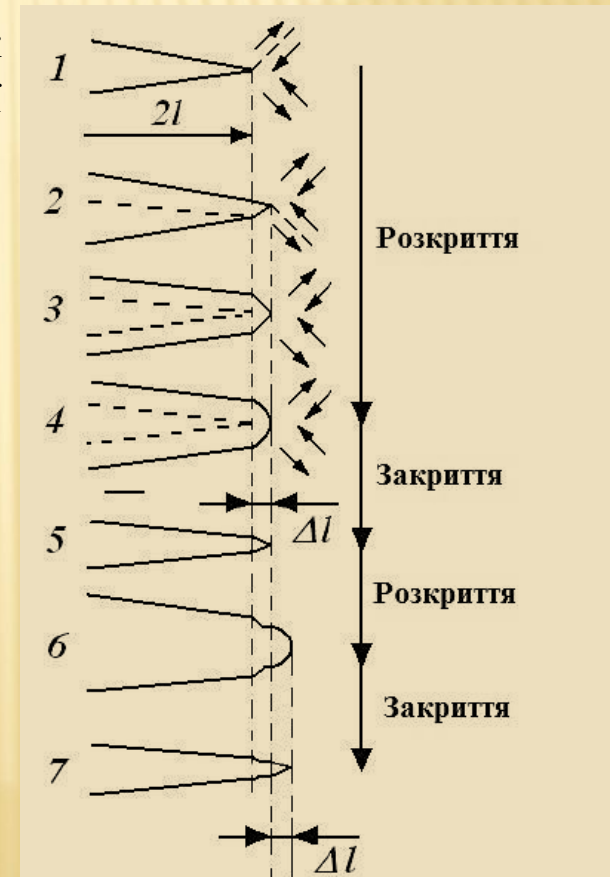
Протягом тієї частини циклу, коли навантаження зростає, на найбільш вдало розташованій площині відбувається зрушення. На падаючій частині циклу зсув у зворотному напрямку відбувається на паралельній площині ковзання, оскільки зсув по першій площині ускладнений механічним зміцненням і окисненням щойно утвореної вільної поверхні.

У цьому першому циклі зсуву може статися видавлювання або вдавлення поверхні металу. При послідовних циклах, в умовах безперервно триваючої пластичної течії, вдавлення може перерости в тріщину. Якщо в процесі циклічного навантаження напруження залишаються розтягуючими, то цей механізм все одно працює, оскільки при зростанні навантаження пластичні деформації, що виникають під час розвантаження, можуть стати причиною залишкових стискаючих напружень.

Втомна тріщина може зростати за рахунок зворотнього зсуву. Етапи зростання втомної тріщини показані на рис.

В полі розтягуючих напружень гостра тріщина викликає утворення концентрацій напружень біля вершині. Перед тріщиною (етапи 1 і 2) по одній з площин ковзання в напрямку найбільшого дотичного напруження може статися зсув. Завдяки цьому тріщина розширюється, одночасно збільшуючись за довжиною.

Тепер може статися зсув в іншій площині (етап 3). Зміцнення і зростаючі напруження остаточно послаблюють інші паралельні площини зсуву, що робить вершину тріщини тупою (етап 4). На зростаючій частині циклу тріщина просувається на величину Δl .



Пластична деформація виникає в невеликому об'ємі, розташованому в області пружних деформацій. При розвантаженні область пружних деформацій буде стискатися, а область пластичних деформацій, що стала занадто великою, більш не буде відповідати своєму оточенню. Для того щоб ця відповідність не була порушена, під час розвантаження ділянки циклу, на область пластичних деформацій з боку пружної області діють стискаючі напруження. Ці стискаючі напруження знову будуть перевищувати межу текучості, принаймні, у вершині тріщини. Отже, тут має місце зворотна пластична деформація, яка приведе до зближення країв тріщини і відновленню гостроти її вершини (етап 5).

Представлена модель дає загальне уявлення про процеси притуплювання вершини тріщини і відновлення її гостроти. Борізки є послідовними положеннями фронту тріщини при її зростанні. Відстань між бороздками є мірою, що визначає ступінь поширення тріщини за цикл.

Циклічне розширення і стиснення тріщини (етапи 1-5 і 6-7) призводять до утворення типової картини - т. зв. **бороздок втоми**, причому кожен новий цикл додає нову бороздку. Ці борізки на поверхні руйнування можна побачити через електронний мікроскоп.

Борізки втомі найкраще помітні в алюмінієвих сплавах. Для утворення регулярної хвилеподібної структури необхідно, щоб було достатньо можливостей для пластичного деформування матеріалу в околі вершини тріщини, з тим, щоб виконувалася умова поширення її фронту. Борізки повинні мати певну довжину, інакше їх не можна вважати бороздками.

Для утворення регулярної хвилеподібної структури необхідні:

а) наявність великої кількості площин зсуву і легкий зсув у поперечному напрямку, щоб утворити фронт тріщини і зберегти його при проходженні через кристалічні зерна, що примикають одне до одного;

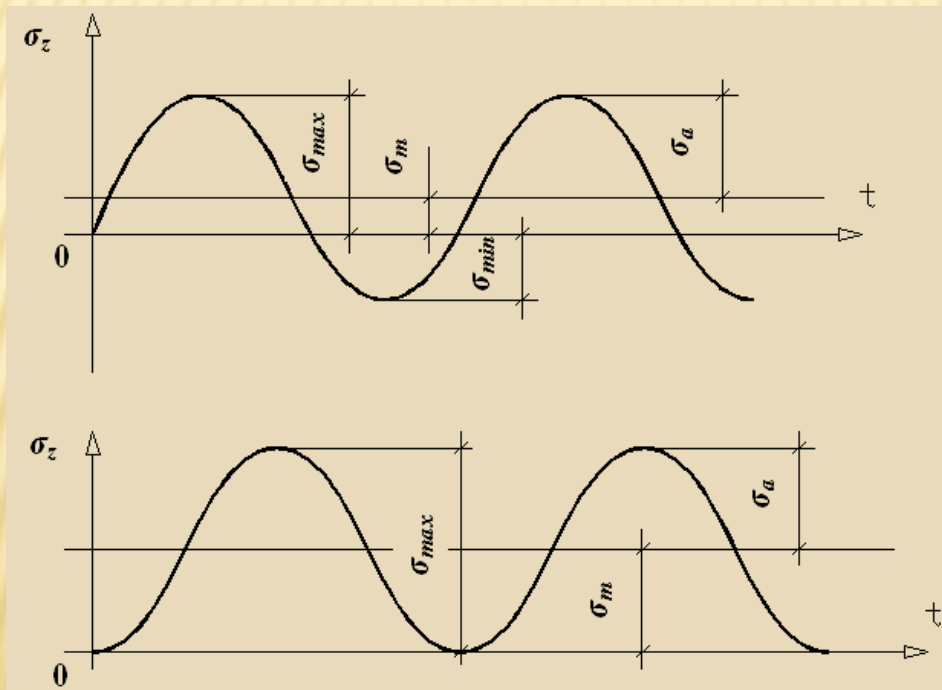
б) наявність більш ніж однієї кристалографічної площини, за якою можливе зростання тріщини.

Якщо ці умови виконуються, то зсув, який відбувається при розширенні і стисненні тріщини, може пристосуватися до умов фронту тріщини, що дає можливість утворення добре помітних бороздок.

7.4. Цикли напружень. Характеристики циклів

Циклом напружень називається сукупність всіх послідовних значень напружень, що виникають у матеріалі за один період часу їх зміни T .

Цикл характеризується наступними параметрами:



- максимальним напруженням σ_{max} ;
- мінімальним напруженням σ_{min} ;
- середнім напруженням
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} ;$$
- амплітудним напруженням
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} ;$$
- коефіцієнтом асиметрії $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} .$

Цикли можуть бути знакопостійними, якщо знаки напружень σ_{max} і σ_{min} однакові, і знакозмінними.

Цикл, у якого максимальне і мінімальне напруження рівні за абсолютним значенням, але протилежні за знаком, називається **симетричним**. Для такого циклу:

$$\sigma_m = 0, \quad \sigma_a = \sigma_{max} = -\sigma_{min}, \quad R = -1.$$

Знакопостійний цикл, при якому напруження змінюються від нуля до свого максимального значення, називається **віднулевим**. Його характеристики: $\sigma_m = \sigma_a, R = 0$.

Постійним циклом називається цикл, у якого напруження не змінюються в часі, тобто:

$$\sigma_a = 0, \quad \sigma_m = \sigma_{max} = \sigma_{min}, \quad R = +1.$$

Як показують експерименти, характер зміни напружень у часі практично не впливає на втомну міцність, а істотними є характеристики циклу.

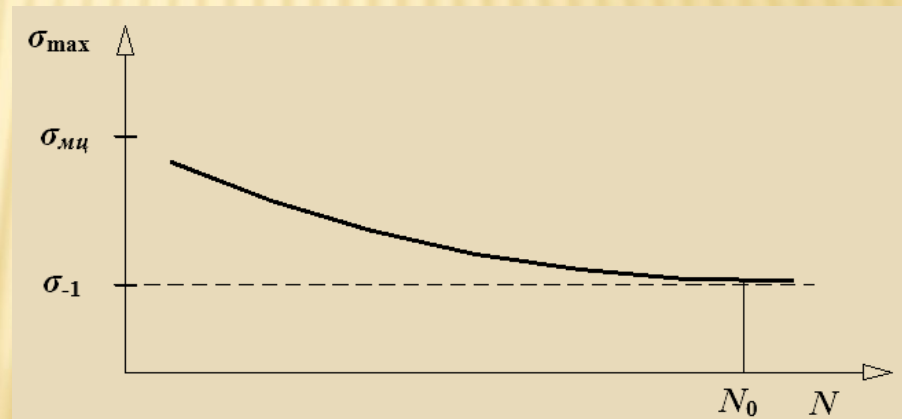
7.5. Крива втоми Велера

Найбільш поширеними є випробування зразків на чистий згин при *симетричному* циклі, оскільки саме цей цикл напружень є найнебезпечнішим для матеріалу.

Для проведення експерименту виготовляють партію з 6 - 10 однакових зразків, що мають в межах робочої частини циліндричну форму. Діаметр зразків становить від 5 до 10 мм.

Перший зразок навантажують таким чином, щоб виникаючі в ньому максимальні нормальні напруження були явно нижче границі міцності матеріалу ($\sigma_{max} \approx 0,7\sigma_{мц}$). Для подальших зразків максимальне напруження зменшують.

Далі фіксують число циклів навантаження, яке витримає кожен зразок до його руйнування. За результатами будують графік залежності числа циклів N , яке витримує зразок без руйнування, від σ_{max} .



Крива $\sigma_{max} = f(N)$ називається кривою втоми або кривою Велера.

Зі зменшенням напруження число циклів N починає дуже швидко зростати, тому крива втоми має значну протяжність уздовж осі абсцис. Для багатьох матеріалів ця крива асимптотично наближається до деякого значення максимального напруження, починаючи з якого зразки не виявляють ознак руйнування. Тому при відповідному числі циклів випробування припиняють.

Практика показує, що зразки, які витримали без руйнування 10^7 циклів, можуть при цьому навантаженні пропрацювати необмежений час. Тому тривалість випробувань заздалегідь зазначається.

Попередньо найбільша тривалість експерименту на втому, що задається, називається базою випробувань N_0 .

Як зазначалося раніше, максимальне за абсолютним значенням напруження циклу, при якому до бази випробування не відбувається втомного руйнування, називається границею витривалості.

Границя витривалості позначається σ_R , де індекс R відповідає коефіцієнту асиметрії циклу. Так, наприклад, для симетричного циклу він позначається σ_{-1} , для віднулевого— σ_0 , для постійного— σ_{+1} .

7.6. Докритичне зростання втомної тріщини

Тривалість докритичного зростання втомної тріщини визначає довговічність конструкції. Швидкість зростання втомних тріщин є важливою характеристикою механічних властивостей матеріалів, необхідною для кількісного аналізу процесу розвитку тріщин і розрахунку довговічності, а також вибору матеріалу для роботи у заданих умовах.

Швидкість докритичного зростання втомних тріщин залежить від багатьох факторів:

- а) механічних - амплітуда напружень, асиметрія циклу, вид і спектр навантаження, частота і т. д.;
- б) металургійних - структурний стан матеріалу, розмір зерна, наявність включень, ступінь і характер легування;
- в) фізичних і фізико-хімічних - температура, опромінення, середовище;
- г) геометричних - абсолютні розміри зразка і т.п.

При розтягуванні плоских зразків з центральною наскрізною тріщиною перед настанням критичного стану рівноваги (коли тріщина починає лавиноподібно зростати) майже завжди спостерігається стадія повільного стійкого докритичного зростання тріщини.

Залежність напруження у неослабленому перетині зразка від довжини сталої тріщини прийнято називати **докритичною діаграмою руйнування**. Стадії повільного зростання тріщини надається настільки велике значення, що при дослідженні механічних властивостей матеріалів передбачається доповнювати діаграми деформації відповідними діаграмами руйнування.

Докритична діаграма руйнування являє собою характеристику матеріалу даної товщини, що оцінює здатність матеріалу гальмувати тріщину. Ця діаграма відображає процес руйнування, в той час як на звичайних діаграмах деформації стадія руйнування відзначається тільки координатами кінцевої точки. Цієї інформації недостатньо для оцінки такої важливої стадії процесу опору матеріалу впливу зовнішнього навантаження, як стадія руйнування.

Перша спроба математичного опису докритичного зростання тріщини була зроблена Дж.Р. Ірвіном. Ідея полягала в тому, що зі зростанням довжини тріщини змінюється також і опір цьому зростанню у вигляді роботи руйнування R . Робота руйнування R вимірюється роботою, яку треба затратити для просування тріщини на одиницю довжини у зразку даної товщини (див. 5.1).

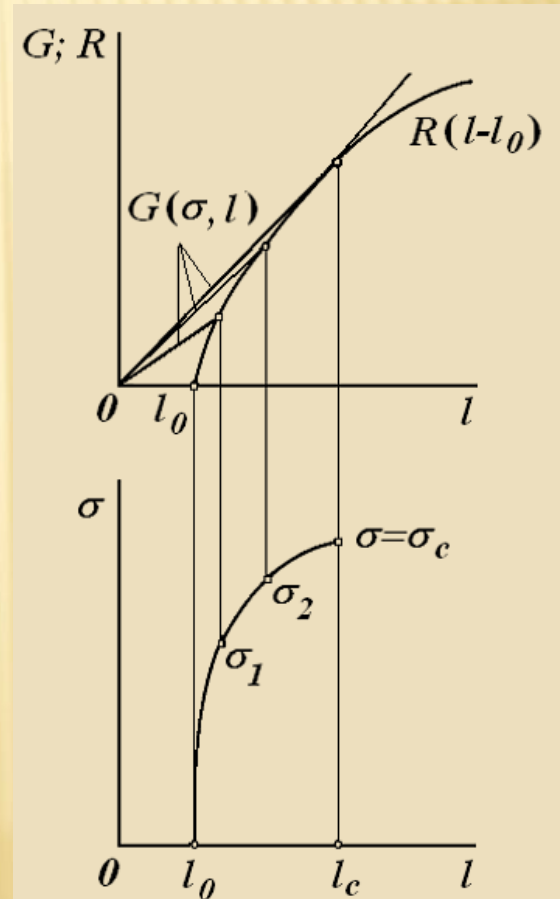
У кожен поточний момент енергія, що звільняється G , у стійкому стані дорівнює роботі R . Подальший розвиток цього методу полягає у припущенні, що R - крива є характеристикою матеріалу, причому вид цієї кривої залежить від підростання тріщини (але не від її початкової довжини). Форма експериментальної R -кривої визначає характер докритичного зростання тріщини.

На рис. показано, як за R - кривою можна отримати докритичну діаграму руйнування або, навпаки, як за відомою з експерименту діаграмою руйнування отримати щільність енергії руйнування у функції приросту довжини тріщини.

За відомою K -тарировкою ($K_I = \sigma \sqrt{l} \cdot Y(\frac{l}{b})$) і формулою $G = K_I^2 / E$ будемо для кожного фіксованого значення σ криву

$$G = G(\sigma, l) = \frac{\sigma^2 l Y^2(\frac{l}{b})}{E}.$$

У разі тріщини Гріффітса в необмеженій площині буде пряма $G = \frac{\sigma^2 \pi l}{E}$.



Перетин G - кривої з R - кривою $G(\sigma, l) = R(l - l_0)$ визначає підростання тріщини при даному значенні σ . Критичний стан настає при такому σ_c , для якого G -крива торкається R -кривої. Умова торкання $dG / dl = dR / dl$ визначає критичну довжину l_c тріщини.

7.7. Довговічність за кількістю циклів

Дослідження зростання втомних тріщин, як самостійної стадії, розпочато приблизно наприкінці 1960-х р.р. оскільки раніше основна увага була сконцентрована на зародженні тріщин. Це пояснюється тим, що, по-перше, втомні випробування проводили, як правило, на зразках з круглим поперечним перерізом, що ускладнювало експериментальне спостереження зростання тріщин; по-друге, для конструкторських розрахунків найбільший інтерес представляв саме процес зародження тріщин, який пов'язували з допустимими експлуатаційними навантаженнями. У даний час використання сучасних методів конструювання показало, що безпека при конструюванні буде забезпечена, якщо вжити заходів щодо запобігання розповсюдженню тріщин, а не їх зародженню .

Практичний інтерес представляє оцінка довговічності за числом циклів змінного навантаження на стадії зростання тріщини (тобто визначення числа циклів при збільшенні довжини тріщини від початкового значення l_0 до критичного l_c). З практичної точки зору оцінка довговічності важлива, наприклад, для при розрахунку ресурсу деталей і конструкцій.

Для оцінки швидкості зростання втомних тріщин використовувалися емпіричні формули, в які не входили параметри механіки руйнування. Однак тільки введення у число параметрів, які впливають на зростання тріщини, коефіцієнта інтенсивності напружень дозволило судити про загальні закономірності зростання тріщини при циклічному навантаженні. І це природно, тому що зростання тріщини втоми відбувається на тлі пружних деформацій, коли справедливі критерії лінійної механіки руйнування. З урахуванням цього було отримано досить багато різних залежностей для швидкості зростання тріщин. Всі ці залежності практично впливають з формули Періса, яка заснована на тому, що всі явища в кінчику тріщини, а також і швидкість dl/dN її зростання залежать від коефіцієнта інтенсивності напружень. Ця формула записується у наступному вигляді:

$$\frac{dl}{dN} = C \cdot (\Delta K_I)^m, \quad (7.1)$$

де C і m - емпіричні коефіцієнти, $\Delta K_I = K_{I\max} - K_{I\min}$ - перепад (розмах) коефіцієнта інтенсивності напружень за один цикл навантаження, N - число циклів. Численні експериментальні дослідження добре підтверджують цю формулу, причому показник ступеня для різних матеріалів знаходиться в інтервалі від 2 до 7 (найчастіше $m = 4$). Чим більше показник ступеня, тим більш крихкий стан матеріалу спостерігається при випробуванні.

Більш зручною слід вважати модифікацію формули Періса в наступному вигляді:

$$\frac{dl}{dN} = 10^{-4} \left(\frac{\Delta K_I}{A} \right)^m \frac{\text{мм}}{\text{цикл}}. \quad (7.2)$$

Таким чином, має місце зв'язок між емпіричними коефіцієнтами:

$$A^{-m} = 10^{-4} C.$$

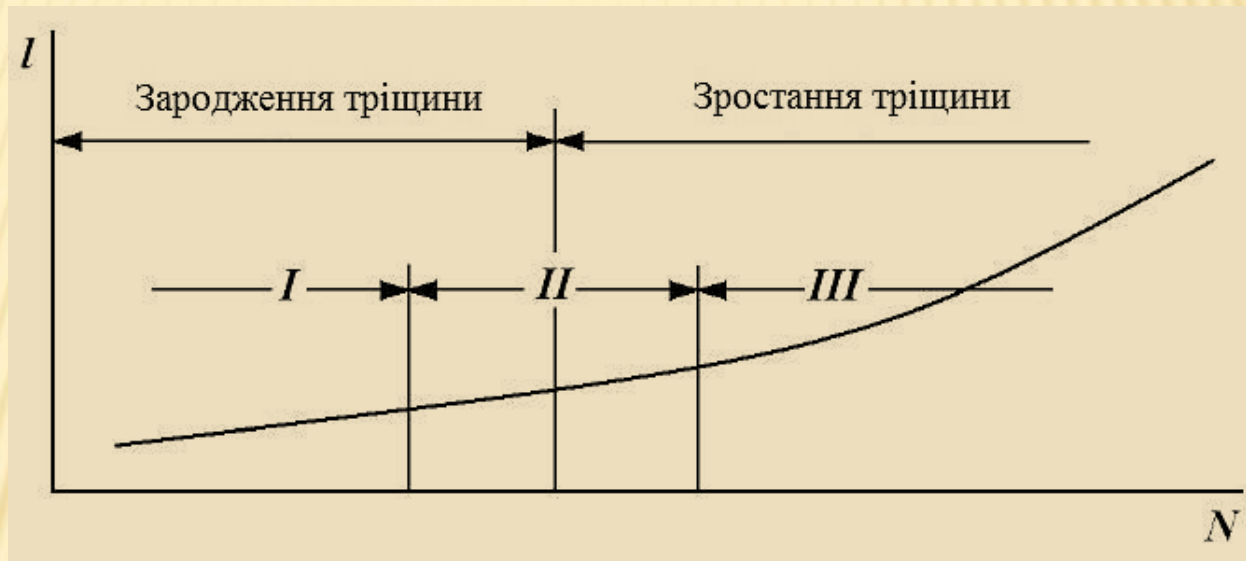
7.8. Розрахунки елементів конструкцій на довговічність

Розглянемо умови, що визначають довговічність елемента конструкції на стадії розвитку тріщини. Як вказувалося, число циклів, що відповідає зростанню тріщини від початкової довжини l_0 до критичної l_c , визначає довговічність даного елемента конструкції за числом циклів. Щоб забезпечити міцність конструкції, довговічність має бути більшою ніж кількість змін заданого навантаження.

Таким чином, поряд з оцінкою матеріалу за класичною кривою Велера, істотну інформацію про поведінку елемента конструкції з тріщиною в умовах втоми має дати механіка руйнування. Отже, в даному випадку, як зазвичай, треба виходити з того, що початковий тріщиноподібний дефект існує в конструкції з моменту її виготовлення.

До зварних конструкцій це відноситься більшою мірою, і в цьому випадку бажано мати критичні значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (K_c або K_{Ic}) для основного матеріалу, матеріалу шва і матеріалу перехідної, термічно пошкодженої, зони. Крім цього, для зварних конструкцій бажано в області зварного шва знати величину і розподіл залишкових напружень. Все це разом узятє сприяє уточненню розрахунків.

Число циклів, за які з'являється тріщина, досить невизначено, що схематично показано на рис. (Область *I*). Ці початкові дефекти можуть бути дислокаціями, мікротріщинами, порами та іншими дефектами структури, визначення яких ускладнено.



Область *II* відповідає дефектам, які можуть бути виявлені інженерними методами (конкретна величина виявленого дефекту залежить від роздільної здатності апаратури). У цій області розташована межа, яка відокремлює зону початкових тріщин від тих, що поширюються.

В області *III* зростання тріщини спостерігається візуально.

Рекомендується дотримуватися наступного порядку розрахунку на довговічність за кількістю циклів у зв'язку зі зростанням тріщини:

1. Виявити, на основі кількісної оцінки можливостей дефектоскопічного контролю, максимальну довжину (глибину) початкової тріщини, яка існує в елементі конструкції, і підібрати найбільш придатне вираження (формулу) для коефіцієнта інтенсивності напружень K .
2. За в'язкістю руйнування K_c або K_{Ic} (в залежності від передбачуваного ступеня стиснення деформації вздовж фронту тріщини) і номінального експлуатаційного (розрахункового) напруження σ_{max} у перерізі тріщини, знайти (за критерієм Ірвіна) критичну довжину тріщини l_c .
3. Розрахувати параметри циклу $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, $R = K_{min}/K_{max}$ за відомими напруженнями циклу σ_{max} і σ_{min} .
4. Експериментально отримати співвідношення для циклічної швидкості зростання тріщини dl/dN як функції параметрів задачі, яку потім можна представити, наприклад, однією з залежностей (7.1) або (7.2):

$$\frac{dl}{dN} = f(\Delta K, C, m). \quad (7.3)$$

Вид функції $f(\Delta K, C, m)$ і значення постійних матеріалу C, m визначаються з лабораторних випробувань на втому з реєстрацією кривих зростання тріщини $l - N$ у зразках, для яких відомо рішення для коефіцієнта інтенсивності напружень:

$$K_0 = F_1(\Delta P, l, b, t), \quad (7.4)$$

де ΔP - розмах навантаження.

5. Відповідно до вимог, що пред'являються до даного елементу конструкції, вирішити одну з наступних задач прогнозування зростання втомної тріщини:

а) визначити криву зростання тріщини $l - N$ в елементі конструкції, що навантажується циклічно силами ΔP . Для цього аналітичний вираз коефіцієнта інтенсивності напружень, вибраний для даного елемента конструкції

$$\Delta K = F_2(\Delta P, l, b, t), \quad (7.5)$$

необхідно підставити в знайдене емпіричне співвідношення (7.3). Тоді

$$\frac{dl}{dN} = f(F_2(\Delta P, l, b, t), C, m). \quad (7.6)$$

Інтегруючи це рівняння, отримаємо криву $l - N$ зростання втомної тріщини;

б) знайти число циклів (циклічну довговічність), за яке відома вихідна тріщина довжиною l_0 в елементі конструкції досягне критичної (заданої) величини l_c . Для цього вираз для ΔK (7.5) потрібно підставити в формулу (7.3) і отримане співвідношення проінтегрувати по довжині тріщини:

$$N = \int_{l_0}^{l_c} \frac{dl}{f(\Delta K, C, m)}. \quad (7.7)$$

Зокрема, якщо швидкість росту втомної тріщини визначається формулою Періса (7.1) і коефіцієнтом інтенсивності напружень у вигляді узагальненого співвідношення $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{Ml}$, легко отримати такий вираз для циклічної довговічності:

$$\text{для } m \neq 2 \quad N = \frac{2}{(m-2)CM^{m/2}\Delta\sigma^m} \left[l_0^{\frac{2-m}{2}} - l_c^{\frac{2-m}{2}} \right], \quad (7.8)$$

$$\text{для } m = 2 \quad N = \frac{1}{CM\Delta\sigma^2} \ln \frac{l_c}{l_0}.$$

Тут M - параметр, що характеризує геометрію елемента конструкції і форму тріщини; $\Delta\sigma$ - розмах напруження за один цикл навантаження.

7.9. Приклади

Приклад 1. Полоса з однією крайовою тріщиною піддана циклічному розтяганню. Розмах коефіцієнта інтенсивності напружень дорівнює $\Delta K = 1,12\Delta\sigma\sqrt{\pi l}$ або, в узагальненому вигляді, $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{Ml}$ ($M = 1,12^2\pi = 3,94$). Матеріал полоси - мартенсітностаріюча сталь А514 ($\sigma_T=700$ Н/мм², $K_{Ic} = 5300$ Н/мм²). Початкова довжина тріщини $l_0 = 7,6$ мм; параметри циклу навантаження: $\sigma_{max} = 320$ н/мм², $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = 145$ н/мм².

Розв'язання.

Обробка результатів втомних випробувань зразків з цієї сталі відповідно до формули Періса (7.1) дає наступні значення постійних C і m :

$$C = 3,553 \cdot 10^{-13} \frac{\text{м}^{(3m+2)/2}}{\text{н}^m \cdot \text{цикл}}, \quad m = 2,95.$$

Критичну довжину тріщини визначаємо відповідно до критерію Ірвіна ($K_{max}=K_{Ic}$):

$$l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{1,12\sqrt{\pi}\sigma_{max}} \right)^2 = 70 \text{ мм}.$$

Використовуючи формулу (7.8), отримуємо, що на зростання тріщини від $l_0 = 7,6$ мм до $l_c = 70$ мм необхідно 82 000 циклів.

Якщо потрібно, щоб конструкція витримала, наприклад, 100 000 циклів, то у розпорядженні конструктора є наступні шляхи забезпечення даної довговічності.

1. Збільшити критичну довжину тріщини l_c , застосувавши матеріал з більш високим значенням K_{Ic} або знизивши розрахункове напруження σ_{max} .
2. Зменшити розмах напружень $\Delta\sigma$ для зменшення ΔK і, отже, для зменшення швидкості зростання тріщини. Це викликає відповідне збільшення числа циклів при підростанні тріщини від l_0 до l_c . Швидкість dl/dN пов'язана з $\Delta\sigma$ нелінійно, і невелика зміна $\Delta\sigma$ викликає досить велику зміну dl/dN .
3. Змінити технологію і контроль конструкції з тим, щоб зменшити початкову довжину тріщини l_0

У розглянутому прикладі зменшення початкової довжини тріщини до $l_0 = 4,7$ мм призводить до збільшення довговічності на 20 700 циклів, протягом яких тріщина зростає від 4,7 до 7,6 мм. Сумарна довговічність при цьому виявляється рівною 102 700 циклів.

Приклад 2. Визначити критичну довжину тріщини за критерієм Ірвіна і довговічність для пружної однорідної полоси з крайовою тріщиною завдовжки $l_0 = 4\text{мм}$, що піддається циклічному несиметричному напруженню: $\sigma_I = \sigma_a(k + \sin \omega t)$, $k = 1,5$, $\sigma_a = 114\text{МПа}$ перпендикулярно напрямку тріщини. У припущенні виникнення в кінчику тріщини пластичної зони, оцінити її радіус.

Матеріал полоси – сталь з $\sigma_T = 620\text{МПа}$, $K_{Ic} = 45 \frac{\text{МН}}{\text{м}^{3/2}}$. Константи в рівнянні Періса $C = 1,5 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^{(3m+2)/2}}{\text{МН}^m \cdot \text{цикл}}$, $m = 3$.

Розв'язання.

Коефіцієнт інтенсивності напружень для полоси в даному випадку дорівнює: $K_{I\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi l}$, де $\sigma_{\max} = 285\text{МПа}$.

За критерієм Ірвіна, $K_{I\max} = K_{Ic}$, знаходимо критичну довжину тріщини:

$$l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{\max} \sqrt{\pi}} \right)^2 = 9\text{мм}.$$

Для визначення довговічності використовуємо формулу (7.8), згідно з якою число циклів циклів дорівнює:

$$N = \frac{2}{(m-2)CM^{m/2}\Delta\sigma^m} \left[l_0^{\frac{2-m}{2}} - l_c^{\frac{2-m}{2}} \right] =$$

$$= \frac{2}{(3-2) \cdot 1,5 \cdot 10^{-11} \cdot 3,14^{3/2} \cdot 285^3} \left[0,004^{\frac{2-3}{2}} - 0,009^{\frac{2-3}{2}} \right] = 5,5 \cdot 10^3 \text{ циклов.}$$

Таким чином, отримуємо, що на зростання тріщини від 4мм до 9мм потрібно 5500 циклів. Якщо необхідно, щоб елемент конструкції працював більшу кількість циклів до руйнування, потрібно змінювати матеріал полоси, або, змінивши технологію виготовлення конструкції, зменшити початкову довжину тріщини.

Наприклад, зменшення початкової довжини тріщини до 3мм призводить до збільшення довговічності на 2000 циклів, протягом яких тріщина зростає до 4мм і сумарна довговічність при цьому дорівнює 7500 циклів.

Радіус пластичної зони по Ірвіну згідно (3.10) дорівнює 0,84мм, при цьому критична довжина тріщини дорівнює $l = l_c + 2r_p = 10,68\text{мм}$ і число циклів до руйнування складає 6350 циклів.

Приклад 3. Обстеження засобами неруйнівного контролю виявило в анкерному стрижні преса поверхневу тріщину завглибшки $l = 4,5$ мм. Діаметр сталевого стрижня $d = 300$ мм. На чотири такі стрижні розподіляється зусилля 18120 кН, яке виникає за кожного обтяження. За місяць число обтяжень (циклів) дорівнює приблизно 9600. Критична глибина тріщини становить близько 60 мм. З експериментів встановлено, що у рівнянні Періса (7.1) $C = 1,7 \cdot 10^{-11}$, якщо ΔK вимірюється в $\text{н} \cdot \text{мм}^{-3/2}$, $m = 3,5$.

На скільки можна відкласти заміну стрижня ? Заводський інженер стоїть перед вибором:

- 1) через 24 місяці стрижень усе одно буде списано;
- 2) через 14 місяців прес зупинять, оскільки настане час планового ремонту;
- 3) найкоротший строк можливого доставлення подібного стрижня складає 2,5 місяця;
- 4) найкоротший строк замінення пошкодженого стрижня тимчасовим — близько двох тижнів;
- 5) робота преса небезпечна, і його необхідно зупинити до замінення стрижня.

Розв'язання.

Загальна площа попереччя всіх стрижнів дорівнює $3,14 \times 0,3^2 \text{ м}^2 = 0,283 \text{ м}^2$; найбільше напруження в стрижнях: $\sigma_{max} = 18,12 / 0,283 = 64 \text{ МПа}$; найменше напруження $\sigma_{min} = 0$; розмах напружень $\Delta\sigma = 64 \text{ МПа}$; початкова глибина тріщини $l_0 = 0,0045 \text{ м}$.

З довідкової літератури знаходимо, що для поверхневої кільцевої тріщини поправкова функція (тарировка) $Y = 1,88$ при глибині $l_0 = 0,0045 \text{ м}$ і $Y = 1,01$ при глибині $l_0 = 0,06 \text{ м}$. Для одержання нижньої оцінки довговічності беремо найбільше значення тарирови $Y = 1,88$.

Якщо тріщина не повністю оперізує попереччя, то замінення її кільцевою призводить, природно, до заниженої оцінки довговічності стрижня. Надалі, для спрощення, вважаємо $Y = \text{const}$. Далі маємо: $\Delta K = Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{l}$.

З рівняння Періса (7.1) маємо: $\frac{dl}{dN} = C \cdot (Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{l})^m$. Інтегруємо це рівняння у відповідних границях і, таким чином, матимемо рівняння зростання тріщини: $l_0^{1-m/2} - l^{1-m/2} = (m/2 - 1)C(Y \cdot \Delta\sigma)^m N$. Або:

$$0,0045^{-0,75} - l^{-0,75} = 0,75 \cdot 1,7 \cdot 10^{-11} (1,88 \cdot 64)^{3,5} N,$$

звідки: $l = (57,56 - 2,44 \cdot 10^{-4} N)^{-1,33}$ м.

Як результат, можна зробити наступні висновки:

- через 24 місяці $N = 24 \times 9600 = 23,04 \times 10^4$ циклів, глибина тріщини дорівнюватиме $l = 676$ мм, що перевищує більше як удвоє діаметр стрижня.

-через 14 місяців, тобто через $14 \times 9600 = 13,44 \times 10^4$ циклів, глибина тріщини становитиме $l = 0,014$ м = 14 мм.

Отже, прес можна експлуатувати до планового ремонту, адже критичною є глибина $l_c = 60$ мм.

7.10. Висновки до розділу 7

1. Деталі, що піддаються дії знакозмінного та повторного навантаження, руйнується не тільки при напруженнях нижчих межі міцності, а й нерідко нижчих межі текучості.
2. Втомою називають явище руйнування матеріалу у результаті накопичення в ньому пошкоджень, що призводять до виникнення втомної тріщини під час багаторазового повторного навантаження.
3. Поряд з оцінкою матеріалу за класичною теорією, істотну інформацію про поведінку елемента конструкції з тріщиною в умовах втоми дає механіка руйнування.
4. Довговічність це - число циклів, що витримуються деталлю до руйнування.
5. Розрізняють малоциклову і багатоциклову втому.
6. Витривалість це здатність матеріалу чинити опір втомному руйнуванню при дії повторно-змінних напружень.
7. Межею витривалості називається максимальне за абсолютним значенням напруження, при якому матеріал ще здатний чинити опір втомному руйнуванню при будь-якому числі циклів.

8. Процес втомного руйнування матеріалів можна поділити на наступні стадії:

I стадія - інкубаційна - пов'язана з накопиченням локальних об'ємів з граничною щільністю дислокацій у циклічно деформованому матеріалі.

II стадія - зародження тріщини.

III стадія - докритичний розвиток тріщини - період стабільного зростання тріщини.

IV стадія - стадія долому - стабільне або прискорене зростання тріщини, що призводить до остаточного руйнування.

9. Межа витривалості визначається експериментально з кривої Велера.

10. Тривалість докритичного зростання втомної тріщини визначає довговічність конструкції.

11. Швидкість докритичного зростання втомних тріщин залежить від механічних, металургійних, фізичних, фізико-хімічних і геометричних факторів.

12. Існує багато залежностей для швидкості зростання тріщин, що впливають з формули Періса, яка заснована на тому, що ця швидкість залежить від коефіцієнта інтенсивності напружень.

7.11. Контрольні завдання та запитання до розділу 7

1. Дати визначення втоми матеріалу.
2. Охарактеризувати малоциклову і багатоциклову втому.
3. Що називається довговічністю деталі?
4. Визначити термін «витривалість руйнування».
5. Дати визначення межі витривалості.
6. Описати стадії процесу втомного руйнування матеріалів.
7. Дати загальне уявлення про борізки втоми.
8. Що називається циклом напружень?
9. Навести характерні параметри циклів.
8. Перелічити види циклів.
9. Як визначається межа витривалості?
10. Дати визначення кривої Велера.
11. Перелічити фактори, від яких залежить швидкість докритичного зростання втомних тріщин.
12. Навести формулу Періса.
13. Привести загальну схему розрахунку на довговічність за кількістю циклів у зв'язку зі зростанням тріщини.

Література

1. Майборода В.С. Основи механіки руйнування [Текст] : навч. посіб. / В.С. Майборода, М.М. Бобіна, Т.В. Лоскутова, Н.В. Мініцька. – К.:, НТУУ “КПІ”, 2010. – 124 с.
2. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т. / Под общей редакцией Панасюка В. В.— Киев : Наук, думка, 1988.
3. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твёрдых тел. – М.: Металлургия, 1971. – 264 с.
4. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
5. Морозов Н.Ф. Математические вопросы теории трещин. – М.: Наука, 1984. – 255 с.
6. Брок Д. Основы механики разрушения. – М.: Высшая школа, 1980. –368 с.
7. Партон В.З. Механика разрушения: От теории к практике. – М.:Наука, 1990, 240 с.
8. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985, 504с.
9. Разрушение (под ред. Г. Либовица), т. I—VII. – М.: Мир, 1973–1977.
10. Слепьян Л.И. Механика трещин. – Л.: Судостроение, 1981. – 295 с.
11. Хеллан К. Введение в механику разрушения. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
12. Херцберг Р.В. Деформация и механика разрушения конструкционных материалов. – М.: Металлургия, 1989. – 576 с.
13. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974.–640 с.
14. Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т.1,2. М.: Мир, 1990.
15. Сиратори М., Миеси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения: Пер. с японск. – М.: Мир, 1986. – 33 с.