

6. Peer-to-peer. URL: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf> (дата обращения: 08.04.2019).

УДК 519.711.3

АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНО ПРОВОДЯЩЕГО СЛОЯ В МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Ю.Н. Слесарев¹, А.А. Воронцов²

¹доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация и управление», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный технологический университет», г. Пенза, Россия, e-mail: slesarevun@gmail.com

²кандидат технических наук, доцент кафедры «Вычислительные машины и системы», федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный технологический университет», г. Пенза, Россия, e-mail: aleksander.vorontsov@gmail.com

Аннотация. В работе подробно рассмотрено явление, получившее название скин или поверхностный эффект, проявляющийся в протекании переменного электрического тока в поверхностном слое волновода, называемом также эффективно проводящим Z_0 -слоем. Выполнен анализ основных факторов, влияющих на толщину поверхностного слоя. Проведено математическое моделирование поверхностного эффекта и оценка толщины Z_0 -слоя при различных значениях частоты колебаний переменного электрического тока.

Ключевые слова: скин эффект, магнитострикционный преобразователь, эффективно проводящий слой, поверхностный эффект, моделирование скин эффекта.

THE ANALYSIS AND MATHEMATICAL MODELLING OF EFFECTIVELY CONDUCTOR LAYER IN MAGNETOSTRICTIVE CONVERTERS OF MOVEMENTS

Yuri Slesarev¹, Alexander Vorontsov²

¹Dr., Ph.D., professor of Automation and Management department, federal state-funded educational institution of the higher education "Penza state technological university", Penza, Russia, e-mail: slesarevun@gmail.com

²Ph.D., associate professor "Computers and systems", federal state-funded educational institution of the highest education "Penza state technological university", Penza, Russia, e-mail: aleksander.vorontsov@gmail.com

Abstract. In work it is in detail considered the phenomenon which received the name the skin or a skin effect which is shown in course of alternating electric current in the wave guide surface layer called by also effectively carrying out Z_0 -layer. The analysis of the pacing factors influencing thickness of a surface layer is made. Mathematical modeling of a skin effect and assessment of thickness of a Z_0 -layer at different frequency rates of fluctuations of alternating electric current is carried out.

Keywords: skin effect, magnetostrictive converter, effectively conductor layer, superficial effect, modeling of skin-effect.

Введение. Одним из факторов, который необходимо учитывать при расчетах магнитных полей магнитострикционных преобразователей перемещений, является поверхностный эффект [1,2]. Он проявляется в неравномерном распределении переменного тока по сечению волновода из-за индукционного взаимодействия различных элементов тока между собой, что приводит к сосредоточению электрического тока в поверхностном слое, называемом также эффективно проводящим $z\mathcal{D}$ -слоем.

Целью работы является исследование распределения тока по поверхности волновода.

Материал и результаты исследований.

Для анализа распределения тока по поперечному сечению волновода введем понятие абсолютного значения плотности тока $\dot{\delta}$, называемого также согласно [1] в дальнейшем плотностью тока.

В цилиндрической системе координат плотность тока определяется согласно выражению[1]:

$$\frac{d^2 \dot{\delta}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{\delta}}{dr} = j\omega\mu_a\gamma \cdot \dot{\delta}, \quad (1)$$

где r - текущий или рассматриваемый радиус волновода; μ_a , γ - абсолютная магнитная проницаемость и удельная проводимость материала волновода, $\mu_a = \mu\mu_0$; ω - циклическая частота токового импульса, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, f - частота колебаний токового импульса; $j = \sqrt{-1}$ - мнимая единица.

Выражение (1) заменой переменных $q = \sqrt{-j\omega\mu_a\gamma}$ можно свести к более простому виду[1]:

$$\frac{d^2 \dot{\delta}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \dot{\delta}}{dr} + q^2 \dot{\delta} = 0 \quad (2)$$

или

$$\frac{d^2 \dot{\delta}}{d(qr)^2} + \frac{1}{qr} \frac{d \dot{\delta}}{d(qr)} + \dot{\delta} = 0, \quad (3)$$

являющегося частным случаем уравнения Бесселя.

Решение уравнения (3) может быть найдено в следующем виде [1]:

$$\dot{\delta} = AJ_0(qr) + BN_0(qr), \quad (4)$$

где A, B – постоянные интегрирования, $J_0(qr)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $N_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода.

Функция $N_0(qr)$ обладает особенностью, заключающейся в том, что при $qr = 0$, т.е. на оси волновода при $r=0$ она обращается в бесконечность.

Так как из физических соображений ясно, что плотность тока должна быть всюду конечна, в том числе на оси провода, то слагаемое $N_0(qr)$ из уравнения (4) можно отбросить, в результате чего оно переписывается в виде [1]:

$$\dot{\delta} = AJ_0(qr). \quad (5)$$

Для определения постоянной интегрирования A , выразим согласно [1], используя свою систему обозначений, амплитуду токового импульса в волноводе I_m через плотность тока $\dot{\delta}$:

$$I_m = \int_s \dot{\delta} dS = \int_0^{r_{ВЛ}} AJ_0(\sqrt{qr}) 2\pi r dr = A \frac{2\pi \cdot r_{ВЛ}}{q} J_1(qr_{ВЛ}), \quad (6)$$

откуда искомая постоянная интегрирования A определится как

$$A = \frac{I_m \cdot q}{2\pi \cdot r_{ВЛ} \cdot J_1(qr_{ВЛ})} \quad (7)$$

Плотность тока $\dot{\delta}$, определяемая уравнением (5), с учетом значения постоянной интегрирования A , полученного в (7), переписывается следующим образом:

$$\dot{\delta} = \frac{I_m \cdot q}{2\pi \cdot r_{ВЛ} \cdot J_1(qr_{ВЛ})} J_0(qr). \quad (8)$$

На основании формулы (8) было проведено математическое моделирование зависимости плотности тока $\dot{\delta}$ от рассматриваемого (текущего) радиуса волновода r для различных значений частоты токового импульса, результаты моделирования которого для значений $r_{ВЛ} = 0,5 \text{ мм}$ ($5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$), $\mu_a = 1,25 \cdot 10^{-4}$, $I_m = 0,1 \text{ А}$, $\gamma = 10^7 \text{ См/м}$, приведены на рисунке 1

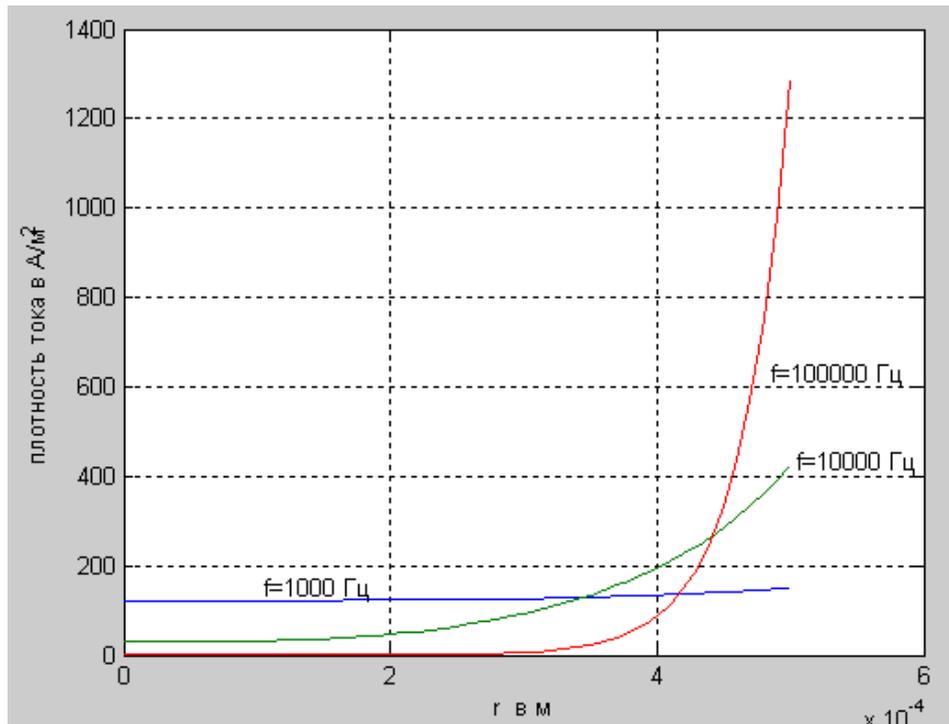


Рисунок 1 - Зависимость плотности тока от частоты токового импульса и расстояния от оси цилиндрического волновода в плоскости его сечения.

Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунке 1, позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний токового импульса f происходит резкое увеличение плотности тока вблизи поверхности волновода, что приводит к уменьшению толщины эффективно проводящего $z_{\text{Э}}$ -слоя. Так, на частоте 100КГц указанная толщина составляет 0,2мм при радиусе волновода $r_{\text{ВЛ}}=0,5\text{мм}$, причем на глубине 0,1мм значение плотности тока уже уменьшается на порядок по сравнению с его значением на поверхности волновода.

Для расчетов толщины эффективно проводящего $z_{\text{Э}}$ -слоя возможно использование следующего известного выражения [2]:

$$z_{\text{Э}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_a \gamma}}, \quad (9)$$

где γ - удельная проводимость, измеряемая в См/м.

На основании формулы (9) было проведено моделирование зависимости толщины эффективно проводящего $z_{\text{Э}}$ -слоя от частоты колебаний токового импульса, результаты моделирования которого приведены на рисунке 2. Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод о необхо-

димости учета поверхностного эффекта при моделировании магнитных полей магнитострикционных преобразователей перемещений уже на частотах составляющих десятки КГц.

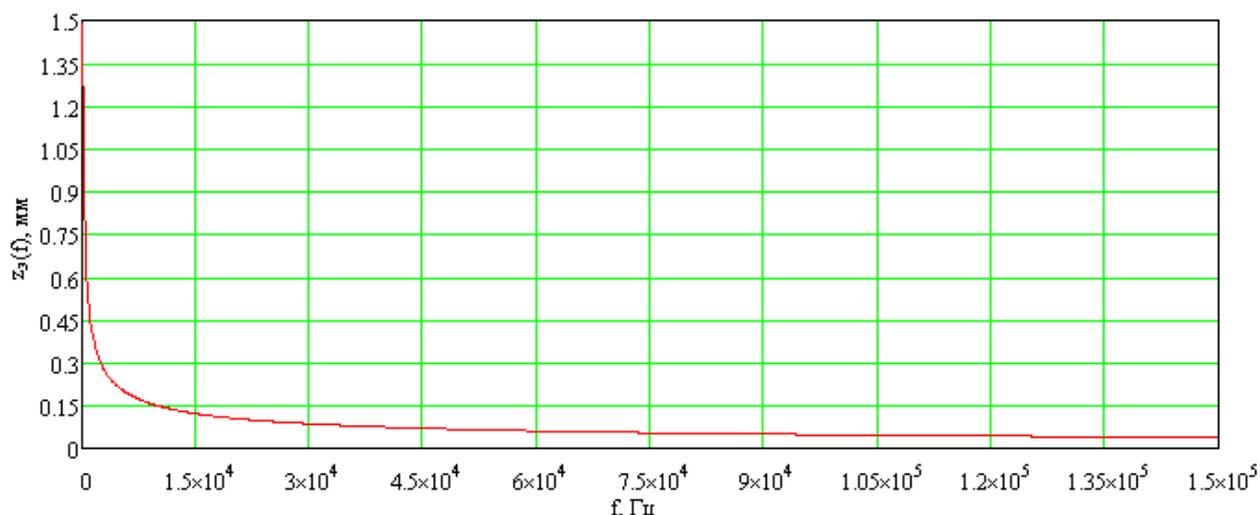


Рисунок 2 - Зависимость толщины эффективно проводящего $z_{\text{Э}}$ -слоя в мм от частоты токовых импульсов в Гц для цилиндрического волновода

$$\text{при } \gamma = 1.15 \cdot 10^7 \text{ См/м, } \mu_a = 1,25 \cdot 10^{-4}$$

Вывод. Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунках 1 и 2 позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний переменного тока происходит резкое уменьшение толщины эффективно проводящего $z_{\text{Э}}$ -слоя. Это должно быть учтено при разработке и анализе конструкций магнитострикционных преобразователей перемещений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник. – 9-е изд., перераб. и доп. – М: Гардарики, 2001. – 317 с.
2. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.2/ К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин. – СПб.: Питер, 2009. – 432 с.