

пар та заокруглення рейкової колії для реалізації сили тяги при заданій швидкості руху локомотива.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Шахтарь П.С. Рудничные локомотивы. М.: Недра, 1982. – 296 с.
2. Волотковский С.А. Рудничная электровозная тяга. -М.: Недра, 1981. - 389 с.
3. Голубенко, А.Л. Сцепление колеса с рельсом / А.Л. Голубенко – 2-е изд. доп. и пер. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 476 с.
4. Франчук, В.П. Взаємодія тіл з рухомою точкою контакту / В.П. Франчук, К.А. Зіборов. – Дніпро: НГУ, 2017. – 96 с. – Режим доступу: <http://www.nmu.org.ua>.
5. Зиборов, К.А. К вопросу износа бандажей колесных пар шахтных локомотивов при различных компоновочных схемах привода / К.А. Зиборов, О.В. Дерюгин, И.Н. Мацюк // Разработка рудных месторождений. – 2008. – вып. 92. – С. 137–140.

УДК 539.3/6

### СИЛОВОЙ РАСЧЁТ ПЛОСКИХ ФЕРМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРОЩЁННОЙ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Ю.С. Холодняк<sup>1</sup>, С.В. Капорович<sup>2</sup>, Е.Д. Коротенко<sup>3</sup>

<sup>1</sup> к.т.н., доцент, зав. кафедрой технической механики, e-mail: [holodhjak.yuri@gmail.com](mailto:holodhjak.yuri@gmail.com)

<sup>2</sup> к.т.н., ст.преподаватель кафедры технической механики, e-mail: [kaporovych@gmail.com](mailto:kaporovych@gmail.com)

<sup>3</sup> к.ф.н., доцент, зав. кафедрой языковой подготовки, e-mail: [yevgendk@gmail.com](mailto:yevgendk@gmail.com)

<sup>1, 2, 3</sup> Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск, Украина

**Аннотация.** Разработана упрощенная двухмерная математическая модель вынужденных колебаний плоских ферм, которая описывает колебания невесомого фермы с точечной массой при одновременном действии на них вертикальной и горизонтальной гармонических возмущающих сил. Также получены зависимости для вычисления резонансных частот колебательной системы.

*Ключевые слова:* плоские фермы, вынужденные колебания, математическая модель, резонансные частоты, силовые расчеты.

### FORCE CALCULATION OF FLAT TRUSSES USING A SIMPLIFIED TWO-DIMENSIONAL MODEL OF FORCED OSCILLATIONS

Yuri Kholodniak<sup>1</sup>, Svitlana Kaporovych<sup>2</sup>, Yevgen Korotenko<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D., Associate Professor, Head of Technical Mechanics Department, e-mail: [holodhjak.yuri@gmail.com](mailto:holodhjak.yuri@gmail.com)

<sup>2</sup>Ph.D., Senior Lecturer of Technical Mechanics Department, e-mail: [kaporovych@gmail.com](mailto:kaporovych@gmail.com)

<sup>3</sup>Ph.D., Associate Professor, Head of Language Training Department, e-mail: [yevgendk@gmail.com](mailto:yevgendk@gmail.com)

<sup>1,2,3</sup> Donbass State Engineering Academy, Kramatorsk, Ukraine

**Abstract.** A simplified two-dimensional mathematical model of forced oscillations of flat trusses has been developed, which describes the oscillations of a weightless truss with a point mass while simultaneously acting on them with vertical and horizontal harmonic disturbing forces. Dependences for calculating the resonant frequencies of an oscillating system are also obtained.

*Keywords: plane trusses, forced oscillations, mathematical model, resonant frequencies, power calculations.*

**Введение.** Научно-технический прогресс требует от проектантов применения всё более совершенных расчётных методов, касающихся прочности и энергосиловых параметров создаваемых изделий. Наиболее актуальны такие требования для конструкций, которые пребывают под действием переменных во времени нагрузок.

В промышленности широко распространены стержневые конструкции – балки, плоские рамы и фермы, которые эксплуатируются в условиях вынужденных колебаний, возникающих в результате действия так называемых возмущающих сил. Наиболее часто источником этих сил является работа различного оборудования, установленного на стержневых конструкциях, – насосов, прессов, копров и т.п. Возмущающие силы возникают в результате движения центра масс такого оборудования и имеют периодический, часто гармонический характер.

В конструкциях, находящихся в условиях вынужденных колебаний, возникают дополнительные (динамические) усилия и напряжения, которые в ряде случаев достигают значительных величин. Отсюда – важность адекватного их учета в силовых расчетах названных конструкций.

В учебно-методической литературе по сопротивлению материалов анализируются, как правило, вынужденные колебания невесомой балки с закреплённой на ней точечной массой [1-3]. Такая (упрощённая) модель колеблющейся системы является одномерной. Она, несмотря на свою простоту, дает обычно приемлемую для практики точность силовых расчётов. Наряду с ней в университетских курсах сопротивления материалов и строительной механики предлагаются также более сложные одномерные модели, в которых кроме точечной массы учитываются и масса балки [4-6]. Однако предлагаемые при этом методики расчёта для широкого практического применения достаточно сложны, поскольку требуют углублённой математической подготовки, обычно выходящей за рамки учебных планов высших инженерных учебных заведений.

Вынужденные колебания плоских рам и ферм рассматриваются, как правило, в университетских курсах строительной механики [7-13]. При этом используются сложные двумерные модели, также неприемлемые для широкого практического применения. Для этого нужны более простые методики расчета, не требующие специальной математической подготовки, но обеспечивающие при этом приемлемую для практики точность.

Именно такая двумерная модель вынужденных колебаний была создана авторами применительно к расчётам на прочность плоских рам [14-15].

В этой модели колеблющейся массой и источником колебаний является электрический двигатель со статически несбалансированным ротором, но возможны и другие варианты.

Очевидно, что применение созданной модели не ограничивается только рамами. Эта модель является универсальной и принципиально приемлема к любой из колеблющихся систем с точечной массой и невесомым упругим элементом, которая имеет две степени свободы.

**Цель работы.** Целью данной работы является приспособление указанной модели к силовым расчётам плоских ферм, находящихся в условиях вынужденных колебаний.

**Материал и результаты исследований.** Главным отличием ферм от рам является то, что стержни в фермах соединены между собой в так называемых узлах с помощью шарниров, а в рамах – жесткими креплениями, в результате чего стержни ферм работают на растяжение-сжатие, тогда как стержни рам (если не принимать во внимание продольных сил) находятся в условиях плоского изгиба.

Поэтому показатели жёсткости ферм в отличие от рам, в которых эти показатели зависят преимущественно от изгибающих моментов, определяются через продольные силы  $N$ .

К отличиям ферм следует отнести также возможность появления в сжатых стержнях продольной изгиба, то есть потери устойчивости, которая неизбежно делает конструкцию непригодной к дальнейшей эксплуатации.

Для определения показателей жесткости ферм используются зависимости, вытекающие из правила Верещагина для эпюр продольных сил [16]:

$$\begin{cases} \delta_{11} = \frac{1}{E \cdot F} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{N}_i^2 \cdot l_i; \\ \delta_{22} = \frac{1}{E \cdot F} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{N}_i')^2 \cdot l_i; \\ \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{E \cdot F} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{N}_i \cdot \bar{N}_i' \cdot l_i, \end{cases} \quad (1)$$

где  $i$  – номер стержня;  $n$  – количество стержней в ферме;  $\bar{N}_i$  – усилие в  $i$ -том стержне от действия вертикальной единичной силы, приложенной к ферме в месте расположения колеблющейся массы;  $\bar{N}'_i$  – усилие в  $i$ -том стержне от действия горизонтальной единичной силы, приложенной в том же месте;  $l_i$  – длина  $i$ -того стержня;  $E$  – модуль упругости материала стержней;  $F$  – площадь сечения стержней фермы.

Обратим внимание на то, что здесь и далее рассматриваются фермы, которые расположены в вертикальной плоскости и имеют одинаковые форму и размеры поперечных сечений всех стержней.

Для определения значений  $\bar{N}_i$  и  $\bar{N}'_i$  следует предварительно рассчитать опорные реакции фермы, а затем применить к ней метод вырезания узлов или метод сечений, предложенный Риттером [7].

Определив таким образом указанную пару усилий в каждом из стержней и проанализировав комбинации их значений, необходимо выявить стержни, которые являются потенциально опасными с точки зрения прочности и устойчивости при сжатии. Именно на них следует обратить внимание на соответствующих этапах силовых расчётов.

Специфику и детали проверочных и проектных расчетов плоских ферм на прочность и устойчивость с использованием упрощённой двумерной модели вынужденных колебаний проиллюстрируем следующими примерами.

**Пример 1.** Пренебрегая сопротивлением среды, проверить на прочность, устойчивость и резонанс плоскую ферму (рис. 1), изготовленную из труб наружным диаметром  $d = 100$  мм и толщиной стенки  $s = 5$  мм. Материал труб – сталь Ст.3,  $[\sigma] = 160$  МПа. Масса установленного на ферме статически несбалансированного электро-двигателя  $m = 2000$  кг, круговая частота его вращения  $\omega = 31,4$  с<sup>-1</sup> (300 оборотов в минуту), модуль создаваемой им возмущающей силы  $H = 0,3mg$ .

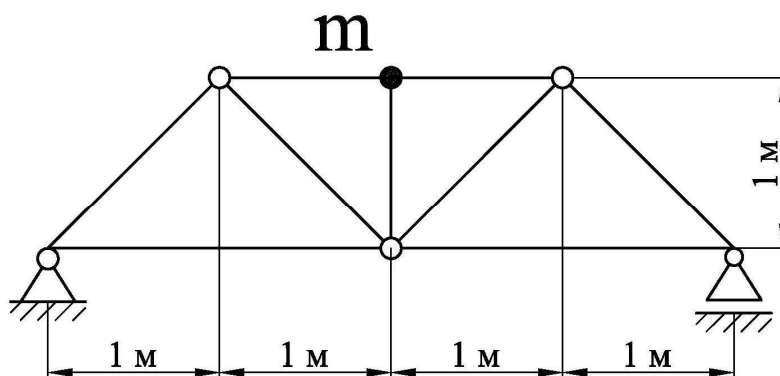


Рисунок 1 – Схема фермы

## Решение

1. Обозначаем на схеме фермы номера стержней и узловые точки, определяем длины стержней:  $l_1 = l_6 = 2$  м,  $l_2 = l_3 = l_7 = l_8 = 1,41$  м,  $l_4 = l_5 = l_9 = 1$  м (рис. 2).

2. Прикладываем к ферме в месте расположения двигателя (узел D) вертикальную единичную силу  $P_1 = 1$  и определяем от неё реакции фермы  $R_A$  и  $R_B$  (см. рис. 2).

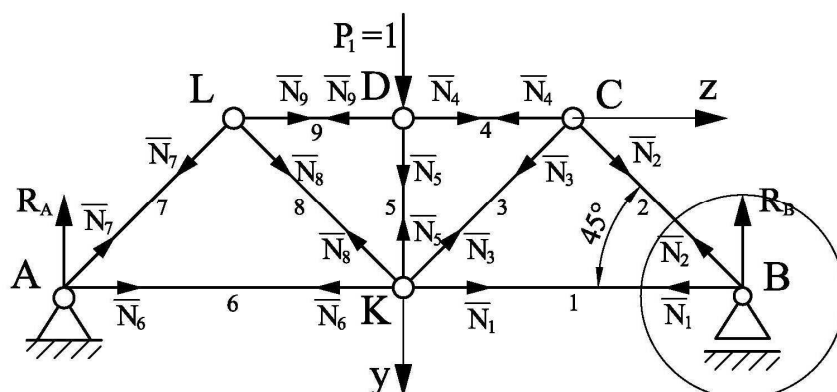


Рисунок 2 – Схема к определению усилий в стержнях фермы от единичной силы  $P_1 = 1$

$$\begin{cases} \sum M_A = -P_1 \cdot 2 + R_B \cdot 4 = 0; & R_B = \frac{P_1 \cdot 2}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4} = 0,5; \\ \sum M_B = P_1 \cdot 2 - R_A \cdot 4 = 0; & R_A = \frac{P_1 \cdot 2}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4} = 0,5. \end{cases}$$

Проверка:  $\sum P_y = P_1 - R_A - R_B = 1 - 0,5 - 0,5 = 0$ . Реакции найдены верно.

3. Для определения усилий в стержнях фермы используем метод вырезания узлов. Начинаем с узла B, в котором приложены два неизвестных усилия  $\bar{N}_1$  и  $\bar{N}_2$ . Для него:

$$\begin{cases} \sum P_y = -R_B - \bar{N}_2 \cdot \sin 45^\circ = 0; & \bar{N}_2 = -\frac{R_B}{\sin 45^\circ} = -\frac{0,5}{0,71} = -0,71; \\ \sum P_z = -\bar{N}_1 - \bar{N}_2 \cdot \cos 45^\circ = 0; & \bar{N}_1 = -\bar{N}_2 \cdot \cos 45^\circ = 0,71 \cdot 0,71 = +0,5. \end{cases}$$

Знаки  $\bar{N}_1$  и  $\bar{N}_2$  указывают на то, что стержень 1 является растянутым, а стержень 2 – сжатым.

4. Последовательно переходим к узлам C, D, L, A и аналогично определяем все остальные усилия:  $\bar{N}_3 = +0,71$ ;  $\bar{N}_4 = -1$ ;  $\bar{N}_5 = +1$ ;  $\bar{N}_9 = -1$ ;  $\bar{N}_8 = +0,71$ ;  $\bar{N}_7 = -0,71$ ;  $\bar{N}_6 = +0,5$ .

5. Для проверки рассмотрим равновесие узла K:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum P_y &= \bar{N}_5 - \bar{N}_3 \cdot \sin 45^\circ - \bar{N}_8 \cdot \sin 45^\circ = 1 - 0,71 \cdot 0,71 - 0,71 \cdot 0,71 = \\ &= 1 - 0,5 - 0,5 = 0; \\ \sum P_z &= \bar{N}_1 - \bar{N}_6 + \bar{N}_3 \cdot \cos 45^\circ - \bar{N}_8 \cdot \cos 45^\circ = 0,5 - 0,5 + 0,71 \cdot 0,71 - 0,71 \cdot 0,71 = \\ &= 0,5 - 0,5 + 0,5 - 0,5 = 0. \end{aligned} \right.$$

Усилия во всех стержнях найдены верно.

6. Прикладываем к ферме в месте расположения двигателя (узел D) горизонтальную единичную силу  $P_2 = 1$  и аналогичным путём определяем от неё реакции фермы и усилия в её стержнях (рис. 3).

В этот раз имеем:  $y_A = 0,25$ ;  $z_A = 1$ ;  $R'_B = 0,25$ ;  $\bar{N}'_1 = +0,25$ ;  $\bar{N}'_2 = -0,35$ ;  $\bar{N}'_3 = +0,35$ ;  $\bar{N}'_4 = -0,5$ ;  $\bar{N}'_5 = 0$ ;  $\bar{N}'_6 = +0,5$ ;  $\bar{N}'_7 = -0,35$ ;  $\bar{N}'_8 = -0,35$ ;  $\bar{N}'_9 = +0,35$ ;  $\bar{N}'_{10} = +0,75$ .

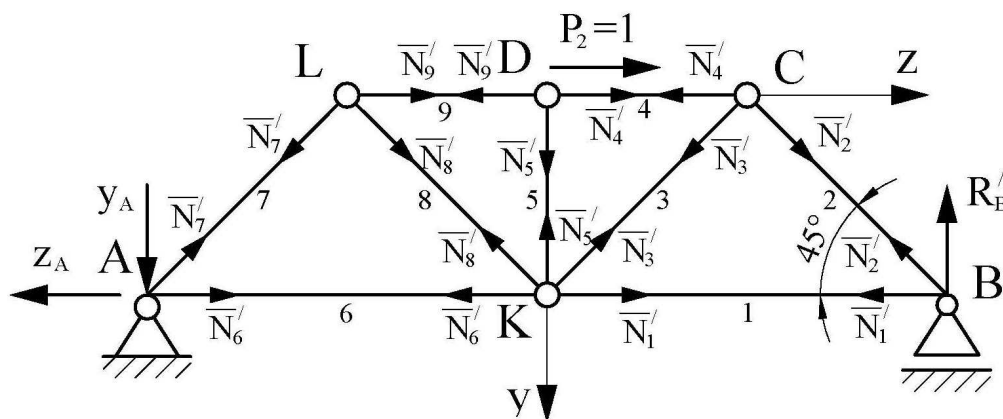


Рисунок 3 – Схема к определению усилий фермы от единичной силы  $P_2 = 1$

7. Полученные значения внутренних усилий вносим в таблицу 1 и определяем показатели жёсткости фермы.

Таблица 1 – Определение показателей жёсткости фермы

Номер стержня	$\bar{N}_i$	$\bar{N}'_i$	$l_i, \text{м}$	$(\bar{N}_i)^2 \cdot l_i, \text{м}$	$(\bar{N}'_i)^2 \cdot l_i, \text{м}$	$\bar{N}_i \cdot \bar{N}'_i \cdot l_i, \text{м}$
1	+0,5	+0,25	2	0,5	0,125	0,25
2	-0,71	-0,35	1,41	0,711	0,173	0,35
3	+0,71	+0,35	1,41	0,711	0,173	0,35
4	-1	-0,5	1	1	0,25	0,5
5	-1	0	1	1	0	0
6	+0,5	+0,75	2	0,5	1,25	0,75
7	-0,71	+0,35	1,41	0,711	0,173	-0,35

8	+0,71	-0,35	1,41	0,711	0,173	-0,35
9	-1	+0,5	1	1	0,25	-0,5
				$\Sigma = 6,844$	$\Sigma = 2,442$	$\Sigma = 1$
				$\delta_{11} = \frac{6,844}{E \cdot F}$	$\delta_{22} = \frac{2,442}{E \cdot F}$	$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{E \cdot F}$

Из таблицы 1 видно, что значение  $\delta_{12}$  является положительным. Это свидетельствует о том, что направления единичной силы  $P_2 = 1$  и оси  $z$  выбраны верно [14].

8. Анализируя полученные данные (см. табл.1), видим, что наибольшие по модулю усилия при работе двигателя будут иметь место в стержне 4, который и является опасным с точки зрения прочности. Закон изменения этих усилий:

$$N_4(t) = \bar{N}_4 \cdot P_1(t) + \bar{N}'_4 \cdot P_2(t) = -1 \cdot P_1(t) - 0,5 \cdot P_2(t), \quad (2)$$

где  $P_1(t)$  и  $P_2(t)$  – законы изменения сил  $P_1$  и  $P_2$ , которые в неявном виде определяет компьютер.

9. Полученные данные (см. табл.1) указывают на то, что потенциально опасными с точки зрения потери устойчивости являются стержень 4, у которого самые большие по модулю сжимающие усилия, и стержень 2, у которого сжимающие усилия несколько меньше, а длина больше.

Закон изменения усилий в стержне 2:

$$N_4(t) = \bar{N}_4 \cdot P_1(t) + \bar{N}'_4 \cdot P_2(t) = -1 \cdot P_1(t) - 0,5 \cdot P_2(t), \quad (3)$$

10. Определяем площадь поперечных сечений стержней фермы:

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 2 \cdot \frac{s}{d} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

$$F = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 2 \cdot \frac{0,005}{0,1} \right)^2 \right] = 1,49 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

11. Вводим в расчетную программу [14] выражения для показателей жесткости фермы (см. табл.1), закон изменения усилий, значение  $F$  и получаем для стержня 4:

$$\sigma_{\min} = -2,24 \cdot 10^7 \text{ Па} = -22,4 \text{ МПа}, \quad \omega_1 = 145,24 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_2 = 258,751 \text{ с}^{-1}.$$

Аналогично для стержня 2:

$$\sigma_{\min} = -1,589 \cdot 10^7 \text{ Па} = -15,89 \text{ МПа}, \quad \omega_1 = 145,27 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_2 = 258,751 \text{ с}^{-1}.$$

12. Проверяем стержень 4 на выполнение условия прочности:

$$|\sigma_{\min}| \leq [\sigma] \quad (5)$$

В нашем случае  $|\sigma_{\min}| = 22,4 \text{ МПа} < [\sigma]$ , поэтому прочность стержня 4 и фермы в целом обеспечены.

13. Определяем гибкость сжатых стержней:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{\min}}, \quad (6)$$

где  $\mu$  – коэффициент приведения длины стержня;  $\ell$  – длина стержня;  $i_{\min}$  – минимальный радиус инерции сечения стержня.

Поскольку в фермах крепления концов стержней шарнирные,  $\mu = 1$  [1, с. 488]. Сечение стержней – кольцевое, поэтому:

$$i_{\min} = i_x = i_y = i_{\text{oc.}}; \quad i_{\text{oc.}} = \sqrt{\frac{J_{\text{oc.}}}{F}}; \quad J_{\text{oc.}} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 2 \cdot \frac{s}{d} \right)^4 \right]. \quad (7)$$

С учётом (7):

$$J_{\text{oc.}} = \frac{3,14 \cdot 0,1^4}{64} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - 2 \cdot \frac{0,005}{0,1} \right)^4 \right] = 1,687 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$i_{\text{oc.}} = \sqrt{\frac{1,687 \cdot 10^{-6}}{1,49 \cdot 10^{-3}}} = 0,034 \text{ м}.$$

Тогда для стержней 4 и 2 соответственно имеем:

$$\lambda = \frac{1 \cdot 1}{0,034} = 29,4; \quad \lambda = \frac{1 \cdot 1,41}{0,034} = 41,5.$$

14. Проверяем стержни 4 и 2 на устойчивость.

Условие устойчивости имеет вид [1]:

$$|\sigma_{\min}| \leq \varphi \cdot [\sigma], \quad (8)$$

где  $\varphi$  – коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения, который зависит от гибкости стержня  $\lambda$ .

В соответствующей таблице [1, с. 493] находим для стержня 4:  $\varphi = 0,941$ , для стержня 2:  $\varphi = 0,916$ . Тогда допускаемые напряжения на устойчивость стержней 4 и 2 соответственно будут равны:

$$\varphi \cdot [\sigma] = 0,941 \cdot 160 = 150,56 \text{ МПа},$$

$$\varphi \cdot [\sigma] = 0,916 \cdot 160 = 146,56 \text{ МПа}.$$

Сравнивая значения  $|\sigma_{\min}|$  у стержней 4 и 2 с допускаемыми на устойчивость, видим, что условие устойчивости этих стержней и фермы в целом выполняется.

15. Проверяем ферму на резонанс.

Резонанс возникает вследствие совпадения круговой частоты возмущающей силы и резонансных частот конструкции:  $\omega = \omega_1$ , или  $\omega = \omega_2$ . В нашем случае  $\omega = 31,4 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_1 = 145,27 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_2 = 258,751 \text{ с}^{-1}$ , поэтому резонанс отсутствует.



Существует точка зрения [1 и др.], что для надёжного предотвращения резонанса величина  $\omega$  должна быть минимум на 30% меньше величины  $\omega_1$  :

$$\omega \leq 0,7\omega_1. \quad (9)$$

Проверим и это условие.

В нашем случае:  $0,7\omega_1 = 0,7 \cdot 145,27 = 101,689 \text{ с}^{-1}$ , что больше  $\omega$ . Поэтому и это условие выполняется. Проверка этого условия относительно  $\omega_2$  не имеет смысла, поскольку  $\omega_2 > \omega_1$ .

Таким образом, все условия задачи выполнены.

В завершение сравним полученные результаты с опубликованными в сборнике [16], где приведен пример подобного расчёта той же фермы с использованием одномерной модели, учитывающей только вертикальные колебания. В том примере резонансная частота составляет  $46,577 \text{ с}^{-1}$ , а наибольшие по модулю сжимающие напряжения в стержне 4 составляют 20,4 МПа.

Как видим, одномерная модель значительно занижает результаты вычислений, особенно в части определения резонансных частот.

**Вывод.** Разработано усовершенствованную методику силовых расчётов плоских ферм на основе ранее созданной и реализованной в системе Mathcad упрощённой двумерной модели вынужденных колебаний, которая существенно повышает точность и надёжность определения динамических усилий и напряжений, а также резонансных частот конструкции по сравнению с распространённой на практике одномерной моделью, учитывающей только вертикальные колебания, игнорируя горизонтальные.

Разработанная методика позволяет определять максимальные динамические усилия и напряжения в колеблющейся ферме, рассчитывать её резонансные частоты, проверять выполнение условий прочности и устойчивости, подбирать необходимые размеры поперечного сечения стержней для обеспечения указанных условий.

Методика проиллюстрирована примерами проверочного и проектного расчётов и может быть рекомендована студентам и производственным специалистам для использования в учебных целях и инженерной практике.

В дальнейшем целесообразно создать сквозную компьютерную программу, которая бы охватывала все этапы расчета по разработанной методике и тем самым максимально упрощала и ускоряла его.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков А. В. Сопротивление материалов: Учеб. для техн. вузов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.
2. Икрин В.А. Сопротивление материалов с элементами теории упругости и пластичности / В.А. Икрин. – М.: Изд. АСВ, 2004. – 424 с.
3. Грес П.В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для ВУЗов / П.В. Грес. – М.: Высш. шк., 2004. – 135 с.
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів: Підр. для техн. ВНЗ / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
5. Шевченко Ф. Л. Курс опоры материалов. Порада до вивчення теорії та розв'язання задач: Навч. посібник / Ф. Л. Шевченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. – 260 с.
6. Purushothama Rai. P. Strength of Materials / P.Rai. Purushothama, V.Ramasamy. – Pearson India, 2012. – 1039 p.
7. Поляков А. А. Строительная механика: Учеб. пособие / А. А. Поляков, Ф. Г. Лялина, Р. Г. Игнатов. – Екатеринбург: УрФУ, 2014. – 424 с.
8. Olsson K.- G. Structural Mechanics: Modelling and Analysis of Frames and Trusses / K.- G. Olsson, O. Dahlblom. – John Wiley & Sons, 2016. – 344 p.
9. Lacarbonara W. Nonlinear Structural Mechanics: Theory, Dynamical / W. Lacarbonara. – Springer Science & Business Media, 2013. – 802 p.
10. Carpinteri A. Structural Mechanics Fundamentals / A.Carpinteri. – CRC Press, 2013. – 512 p.
11. Carpinter A. Advanced Structural Mechanics / A. Carpinter. – CRC Press, 2017. – 531 p.
12. Ламси Б. Б. Сборник задач и упражнений по динамике стержневых систем: Учеб. пособие / Б. Б. Ламси и др. – Н.Новгород: ННГАСУ, 2016. – 96 с.
13. Уфимцев Е.М. Моделирование нелинейных колебаний плоских ферм при нестационарных процессах на основе метода временного анализа / Е.М. Уфимцев. – Челябинск: Вестник ЮУрГУ, серия "Строительство и архитектура", 2017, № 1, С. 20 – 33.
14. Холодняк Ю. С. Упрощённая методика силового расчёта плоских рам в условиях вынужденных колебаний / Ю. С. Холодняк, С. В. Подлесный, С. В. Капорович. // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії: Збірник наукових праць. – Краматорськ: ДДМА, 2018. – № 1(43). – С.198 –213.
15. Kholodniak Yu.S. Elaboration of a Methodology of Pover Calculations of Flat Frames Under Conditions of Forced Oscillations / Yu.S. Kholodniak, S.V. Kaporovych, Ye.D. Korotenko // Contemporary Innovation Technique of Engineering Personnel Training for the Mining and Transport Industry 2019 (CITEPTMTI'2019). Conference Proceedings (2019). – Ukraine, Dnipro: NTUDP. – P. 92–100.
16. Кутовой Л. В. Збірник розрахунково-графічних завдань з курсу "Опір матеріалів" (для студентів всіх механічних спеціальностей денної форми навчання) / Л. В. Кутовой та ін. – Краматорськ: ДДМА, 2007. – 220 с.