

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет  
«Дніпровська політехніка»

## **СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ. СПЕКТРАЛЬНА ГУСТИНА**

**Методичні рекомендації  
до виконання лабораторної роботи ТЕЗ-3  
з дисципліни «Теорія електричного зв'язку»  
для студентів спеціальності  
172 Телекомунікації та радіотехніка**

Дніпро  
2020



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет  
«Дніпровська політехніка»



**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**  
**Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій**

## **СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ. СПЕКТРАЛЬНА ГУСТИНА**

**Методичні рекомендації**  
**до виконання лабораторної роботи ТЕЗ-3**  
з дисципліни «Теорія електричного зв'язку»  
для студентів спеціальності  
172 Телекомунікації та радіотехніка

Дніпро  
НТУ «ДП»  
2020

**Спектральний** аналіз. Спектральна густина. Методичні рекомендації до виконання лабораторної роботи ТЕЗ-3 з дисципліни «Теорія електричного зв'язку» для студентів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка / В.І. Корнієнко, О.Ю. Гусєв, О.І. Нікольська, І.Г. Олішевський ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2020. – 24 с.

Автори:

В.І. Корнієнко, д-р техн. наук, проф. ;  
О.Ю. Гусєв, канд. фіз.-мат. наук, проф. ;  
О.І. Нікольська, ст. викл. ;  
І.Г. Олішевський, асист.

Затверджено методичною комісією за спеціальністю 172 Телекомунікації та радіотехніка (протокол № 1 від 15.10.2020) за поданням кафедри безпеки інформації та телекомунікацій (протокол № 3 від 13.10.2020).

Методичні рекомендації призначено для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія електричного зв'язку» студентами спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка.

Орієнтовано на активізацію навчальної діяльності бакалаврів та закріплення практичних знань з даної дисципліни.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій В.І. Корнієнко, д-р техн. наук, проф.

## Зміст

Мета та програма роботи.....	4
1 Попередня підготовка до роботи.....	4
2 Короткі теоретичні відомості. Алгоритм Фур'є-перетворення.....	4
2.1 Алгоритм швидкого Фур'є-перетворення.....	4
2.2 Метод максимальної ентропії Берга.....	7
2.3 Спектри випадкових процесів.....	10
3 Дослідження методів обчислення швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) сигналів та перешкод.....	16
4 Дослідження спектральної густини потужності (СГП) випадкових сигналів та перешкод.....	18
Вимоги до оформлення звіту.....	21
Контрольні питання.....	21
Список літератури.....	22
Додаток. Зразок титульного аркуша для лабораторних робіт.....	23

## **Мета та програма роботи**

Мета – дослідження методів обчислення швидкого перетворення Фур'є та визначення спектральної густини потужності (СГП) випадкових сигналів та перешкод.

### **Програма роботи**

1. Попередня підготовка до роботи.
2. Короткі теоретичні відомості
3. Дослідження методів обчислення швидкого перетворення Фур'є або швидкого Фур'є-перетворення (ШПФ) сигналів та перешкод.
4. Дослідження спектральної густини потужності випадкових сигналів та перешкод.

### **1 Попередня підготовка до роботи**

Використовуючи конспект лекцій та літературу, засвоїти зміст та властивості спектрального аналізу випадкових сигналів та перешкод.

### **2 Короткі теоретичні відомості. Алгоритми Фур'є-перетворень**

#### **2.1 Алгоритм швидкого Фур'є-перетворення**

Алгоритм швидкого Фур'є-перетворення був розроблений Дж. Тьюкі в середині 1960-х. Необхідно відзначити, що ШПФ не є перетворенням, відмінним від ПФ, – це просто клас спеціальних алгоритмів, які дозволяють обчислювати ПФ зі значною економією часу.

Оскільки швидкодія сучасних комп'ютерів досить висока, то ця перевага алгоритму ШПФ відходить на другий план. Ми розглядаємо цей алгоритм, тому що ШПФ входить у більшість статистичних і математичних пакетів і, крім того, при його використанні можливі неточності у визначенні амплітуд і періодів гармонік. Нижче наведені функція, що обчислює ШПФ (приклад 1), і приклад її використання (приклад 2).

## Приклад 1

Функція ШПФ (файл SP\_FFT.m)

```
%*****%  
function varargout = SP_FFT(X, l_f, h_f);  
%----- %  
SP_FFT обчислює швидке Фур'є-перетворення  
% input: X – часовий ряд, складається з 2-х стовпців.  
% перший стовпець X(:, 1) – час спостережень,  
% другий X(:, 2) – сигнал.  
% h_1 – нижня частота.  
% h_f – верхня частота.  
% output: Амплітудний спектр.  
% перший стовпець – період (1/частота).  
% другий – спектральна амплітуда.  
% Максимуми спектру:  
% перший стовпець – період (1/частота),  
% другий – спектральна амплітуда.  
% приклад: [AM_F, Amax_F]=SP_FFT(y, l_f, h_f);  
%----- %  
y(:, 1)= X(:, 1); N0 = length(X(:, 1));  
y(:, 2)=X(:, 2);  
Pxx = fft(y(:, 2));  
Pxx(1) = []; ampl=[];  
power1= Pxx.* conj(Pxx);  
nyquist = 1/2;  
% normalization of the periodogram  
freq = (1:N0/2)/(N0/2)*nyquist;  
power = power1(1:length(freq));  
FT_IND = find(freq >= l_f & freq <= h_f);
```

```

ampl(:,1) = 1./freq(FT_IND)';
ampl(:,2) = 2*sqrt(power(FT_IND))./N0;
%find max peaks
DiffVec = diff(sign(diff([0;ampl(:, 2); 0])));
IdV = find(DiffVec == -2);
Amax = [ampl(IdV, 1), ampl(IdV, 2)];
if nargout >= 1
varargout{1} = ampl;
end
if nargout >= 2
varargout{2} = Amax;
end
%*****%

```

## Приклад 2

```

%*****%
clear
N0 = 300; N = 1:N0; y(:, 1) = N';
x = cos(N.*(2*pi/3)) + 0.5*cos(N.*(2*pi/7))...
+ 0.3*cos(N.*(2*pi/15));
y(:, 2) = x;
T1 = 2; T2 = 25;
h_f = 1/T1; l_f = 1/T2;
[Amp, MMM] = SP_FFT(y, l_f, h_f);
L = length(MMM(:, 1));
subplot(2, 1, 1)
plot(y(:, 1), y(:, 2))
title('Вихідний ряд')
subplot(2, 1, 2)
plot(Amp(:, 1), Amp(:, 2), MMM(1:L, 1), MMM(1:L, 2), 'd', ...

```



```
'MarkerFaceColor','r', 'MarkerSize',3), grid on  
title('Спектральний склад, ШПФ')  
%*****%
```

У даній лабораторній роботі алгоритм ШПФ реалізований за допомогою інструментарію MATLAB Simulink.

## 2.2 Метод максимальної ентропії Берга

Метод максимальної ентропії (ММЕ) Берга належить до категорії параметричних методів спектрального аналізу. У подібних методах відповідно до досліджуваного процесу задається завжди апріорна модель спектральної густини та ставиться завдання оцінки параметрів моделі на підставі аналізу досліджуваного часового ряду. У методі Берга використовується варіаційний принцип і для оцінки якості моделі шукається процес з максимальною ентропією або процес, спектр якого відповідає найбільш випадковому тимчасовому ряду, причому кореляційна функція цього ряду повинна якнайкраще збігатися із заданою послідовністю. Оцінка спектральної густини в методі Берга аналогічна оцінці за допомогою авторегресійної моделі першого порядку з вхідним білим шумом. До недоліків методу слід віднести відсутність точної інформації про величини амплітуд і фаз гармонік, що виявляються, а також необхідність попереднього підбору порядку параметра авторегресії, тому що при великих параметрах, що чисельно перевищують половину довжини ряду, оцінки щодо цього методу можуть виявитися нестабільними, зокрема, може відбуватися розщеплення спектральних компонент. Відзначимо також, що метод не призначений для роботи з простими гармонійними сигналами.

Метод максимальної ентропії належить також до алгоритмів авторегресійного спектрального оцінювання з включенням оцінювальних механізмів методу найменших квадратів. Нижче наведені функція, що обчислює ММЕ (приклад 3), і приклад її використання (приклад 4).

### Приклад 3

Функція ММЕ (файл SP\_Burg.m)

```
function varargout = SP_Burg(X, l_f, h_f, df, pp)
%-----
% SP_Burg обчислює спектральні оцінки методом Берга
% input: X – часовий ряд, складається з 2-х стовпців.
% перший стовпець X(:, 1) – час спостережень,
% другий X(:, 2) – сигнал.
% h_l – нижня частота.
% h_f – верхня частота.
% df – дискретність розрахунків.
% pp – порядок авторегресії.
% output: Амплітудний спектр.
% перший стовпець – період (1/частота).
% другий – спектральна амплітуда.
% Максимуми спектру:
% перший стовпець – період (1/частота),
% другий – спектральна амплітуда.
% приклад: [AM_B, Amax_B] = SP_Burg(y, l_f, h_f, df, pp);
%-----
x = X(:, 2); N = length(x); p = round(pp);
% Tl = l_f; Th = h_f;
ef = x; eb = x; a = 1;
E = x'*x / N; K = zeros(p, 1);
for i = 2:p + 1,
ep = ef(i:N); em = eb(i-1:N-1);
K(i-1) = 2 * ep' * em / (ep'*ep + em'*em);
a = [a;0] - K(i-1) * [0;flipud(a)];
for j = N:-1:i,
ef_old = ef(j);
```

```

ef(j) = ef(j) - K(i-1) * eb(j-1);
eb(j) = eb(j-1) - K(i-1) * ef_old;
end
E(i) = (1 - K(i-1)'*K(i-1)) * E(i-1);
end
% Power density for AR estimate
Z(:, 2) = a; Na = 1:length(a); Z(:, 1) = Na';
[power] = SP_Scrgl(Z, l_f, h_f, df);
Pxx = E(end) ./power(:, 2);
DiffVec = diff(sign(diff([0; Pxx; 0])));
IdV = find(DiffVec == -2);
Amax = [power(IdV, 1), Pxx(IdV)];
L = length(Amax); ampl = [power(:, 1) Pxx];
if nargout >= 1
varargout{1} = ampl;
end
if nargout >= 2
varargout{2} = Amax;
end

```

#### **Приклад 4**

Clear

```

N0 = 300; N = 1:N0; y(:, 1) = N';
x = cos(N.*(2*pi/3)) + 0.5*cos(N.*(2*pi/7))...
+ 0.3*cos(N.*(2*pi/15));
y(:, 2) = x; T1 = 2; T2 = 25; h_f = 1 / T1; l_f = 1 / T2; d = 0.0001;
[Amp, MMM] = SP_Burg(y, l_f, h_f, d, N0/2);
L = length(MMM(:, 1));
subplot(2, 1, 1); plot(y(:, 1), y(:, 2)); title('Вихідний ряд')
subplot(2, 1, 2);
plot(Amp(:, 1), Amp(:, 2), MMM(1:L, 1), MMM(1:L, 2), 'd', ...

```

'MarkerFaceColor','r', 'MarkerSize',3), grid on  
title('Спектральний склад, Берг')

### 2.3 Спектри випадкових процесів

При вивченні різних перетворень детермінованих неперіодичних сигналів, зокрема, проходження їх через лінійні кола, широко використовують спектральне подання за допомогою перетворення Фур'є. Нагадаємо, що перетворенням Фур'є від  $x(t)$  є комплексна функція від частоти  $f$ , що позначається зазвичай  $S(i\omega)$  або  $S(i2\pi f)$  і має формулу

$$S(i2\pi f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt, \quad (1)$$

якщо цей інтеграл існує.

При вивченні випадкових сигналів та перешкод бажано визначити спектр, що характеризує не окрему вибірку функцію, а весь ансамбль у цілому. При спробі застосувати перетворення Фур'є (1) до випадкових процесів виникають різні перешкоди, а саме: як відомо, для існування інтегралу (1) необхідно, щоб функція  $x(t)$  була абсолютно інтегрована або хоча б інтегрована в квадраті. Останнє означає, що інтеграл

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (2)$$

повинен збігатися. Зауважимо, що інтеграл у формулі (2) являє собою енергію сигналу (при звичайному припущенні, що через одиничний опір проходить струм  $x(t)$  або до нього прикладена напруга  $x(t)$ ). Таким чином, перетворення Фур'є існує для сигналів з кінцевою енергією. Але в разі стаціонарних ергодичних процесів кожна вибірка функція з ймовірністю 1 має нескінченну енергію. Це впливає з того, що такий процес має позитивну середню

потужність, яка дорівнює його дисперсії, а заданий він на нескінченній осі часу. Отже, перетворення (1) для нього не існує.

Для тих процесів, які мають кінцеву енергію (а це нестационарні процеси), можна визначити перетворення Фур'є як випадкову комплексну функцію частоти, а саме:

$$S_X(i2\pi f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)e^{-i2\pi ft} dt. \quad (3)$$

(Множину функцій з кінцевою енергією називають "простором  $L_2$ ").

Однак вона виявляється майже марною для опису ансамблю. Це викликано тим, що кожна її реалізація є індивідуальною характеристикою однієї конкретної реалізації процесу і з неї важко витягти дані, що характеризують всі множини.

Вихід з цих труднощів полягає в відкиданні деяких параметрів спектра, а саме – спектра фаз, і побудові функції, що характеризує розподіл енергії процесу по осі частот.

Побудову такої функції проведемо спочатку для процесів з кінцевою енергією, для яких існує випадкова спектральна густина  $S_X(i2\pi f)$  (3). Кожна її реалізація відповідає реалізації  $x(t)$  і для них відповідно до теореми Парсеваля

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S_X(i2\pi f)|^2 df \quad (4)$$

функція  $|S_X(i2\pi f)|^2$  характеризує, таким чином, розподіл енергії реалізації по осі частот. Назвемо її *спектральною густиною енергії реалізації*.

Усереднивши цю функцію за всіма реалізаціями, отримаємо *спектральну густину енергії процесу*

$$M\{|S_X(i2\pi f)|^2\}. \quad (5)$$

Відзначимо деякі властивості спектральної густини енергії. З її визначення витікає, що вона невід'ємна. Крива, що зображує цю функцію,

охоплює площу, яка дорівнює математичному очікуванню енергії процесу. Вона визначена на нескінченній осі, тобто як для позитивних, так і для негативних частот. Як відомо з теорії перетворення Фур'є, для дійсної функції  $x(t)$  модуль  $|S_X(i2\pi f)|$  є парною функцією частоти. Тому про спектральний розподіл енергії процесу можна судити і по одній половині графіка функції (5), наприклад при  $f \geq 0$ .

Перейдемо тепер до стаціонарного центрованого процесу  $X(t)$ , реалізації якого з імовірністю 1 мають нескінченну енергію і, отже, не мають перетворення Фур'є. Визначимо усічений процес так:

$$M \left\{ \left| \int_{-T/2}^{T/2} X(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \right\}. \quad (6)$$

Усічений процес має кінцеву енергію, а отже, і спектральну густину енергії,

$$M \left\{ \left| \int_{-T/2}^{T/2} X(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \right\}.$$

Поділивши спектральну густину енергії усіченого процесу  $X_T(t)$  на його тривалість  $T$ , отримаємо формулу *спектральної густини його потужності*

$$G_T(f) = M \left\{ \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} X(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \right\}.$$

Тепер можна спрямувати інтервал  $T$  до нескінченності та визначити спектральну густину потужності (СПП) або енергетичний спектр (ЕС) стаціонарного процесу:

$$G_T(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} X(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \right\}.$$

Можна також переконатися, що  $G(f)$  – невід’ємна парна функція, що обмежує (разом з віссю абсцис) площу, величина якої дорівнює величині потужності центрованого процесу  $X(t)$ .

$$P_T = \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt \right\}.$$

Нагадаємо, що для зосереджених ергодичних процесів потужність збігається з дисперсією.

У багатьох випадках зручніше користуватися односторонньою спектральною густиною потужності, заданої при  $f > 0$ :  $G_0(f) = 2G(f)$ . Множник 2 забезпечує рівність

$$\int_0^{\infty} G_0(f) df = P_X.$$

*Нормованою спектральною густиною потужності*  $\gamma(f)$  будемо називати відношення  $G(f)/P_X$ . Відзначимо, що для будь-яких процесів  $X(t)$  з кінцевою або нескінченною енергією можна визначити нормований енергетичний спектр (НЕС)

$$\gamma(f) = T \rightarrow \lim_{\infty} M \left\{ \frac{\left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2}{\int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt} \right\}. \quad (7)$$

Для процесів з  $L_2$  в (7) існують окремо межі чисельника і знаменника і в цьому випадку  $\gamma(f)$  являє нормовану спектральну густину енергії. Для стаціонарних процесів межі чисельника і знаменника порізно не існують, але, як легко переконатися, межа їх відношення збігається з  $G(f)/P_X$ . Таким чином, нормований енергетичний спектр є універсальною характеристикою сигналу. Він характеризує відносний розподіл енергії (або потужності) процесу в частотній області. Його графік завжди обмежує площу, що дорівнює 1. В інженерній практиці найчастіше під спектром розуміють саме нормований енергетичний спектр. Для прикладу на рис. 1 показані односторонні нормовані енергетичні спектри  $\gamma_0(f) = 2\gamma(f)$  (при  $f > 0$ ) для деяких ансамблів сигналів.

Часто застосовують математичні моделі сигналів, у яких спектр відмінний від нуля тільки на деякій смузі частот  $f_1 \leq f \leq f_2$ , тобто мають місце процеси з *фінітним спектром*. Різниця  $f_2 - f_1$  є шириною спектра. В реальних умовах жорсткого обмеження спектра не буває, і під шириною спектра  $F$  розуміють ширину мінімальної смуги частот, на якій зосереджена переважна частина (зазвичай 95%) потужності (або енергії) сигналу (див. рис. 1).

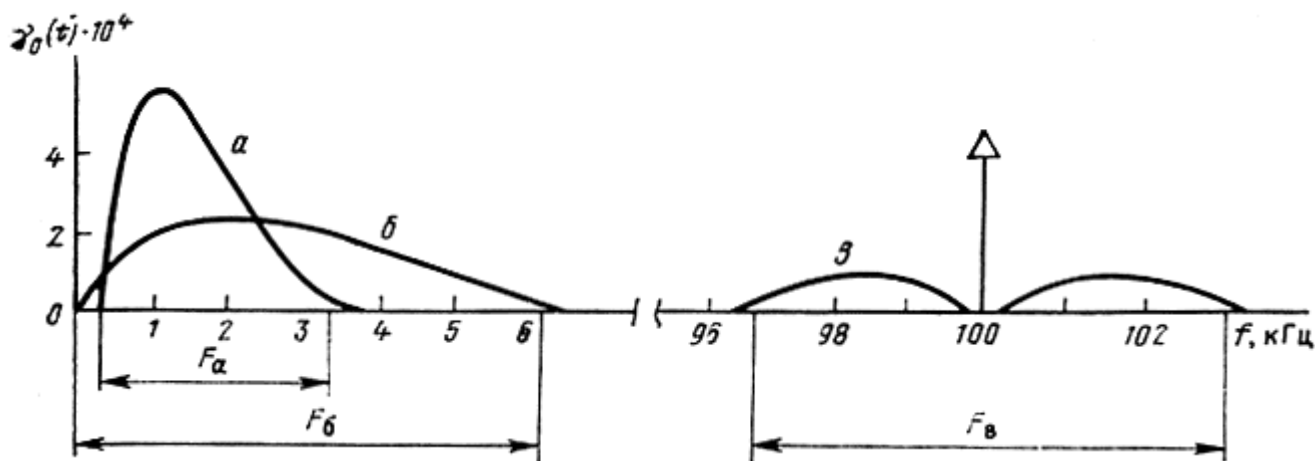


Рис. 1. Односторонні нормовані енергетичні спектри деяких сигналів: а – телефонного; б – первинного радіомовного; в – радіотелефонного при амплітудній модуляції (на частоті 100 кГц зосереджено 70% потужності)



Спектральну густину потужності стаціонарного випадкового процесу можна визначити за його кореляційною функцією на підставі такої теореми Хінчіна – Вінера: *спектральна густина потужності  $G(f)$  центрованого стаціонарного випадкового процесу є перетворенням Фур'є від кореляційної функції  $B_X(\tau)$ :*

$$G_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} B_X(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau . \quad (8)$$

Зауважимо, що цей доказ припускає абсолютну інтегрованість  $B(\tau)$ . Однак теорему Хінчіна – Вінера можна успішно застосовувати і в тих випадках, коли  $B(\tau)$  не задовольняє властивість абсолютної інтегрованості, якщо допустити, що  $B(\tau)$  і  $G(f)$  виражаються через узагальнені функції. Наприклад, функція кореляції процесу (6), якщо функція має рівномірний розподіл на інтервалі  $(0;2\pi)$ ,  $B(\tau)=0,5A^2\cos\omega\tau$  і не є абсолютно інтегрованою. Однак її перетворення Фур'є  $G(f)=0,25A^2[\delta(2\pi f-\omega)+\delta(2\pi f+\omega)]$  має фізичний сенс. Це лінійчатий спектр, зосереджений на частотах  $f = \pm \omega/2\pi$ .

Відзначимо кілька наслідків теореми Хінчіна – Вінера.

**Наслідок 1.** З теорії перетворення Фур'є витікає справедливність зворотного перетворення

$$B_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_X(f) e^{i2\pi f\tau} df . \quad (9)$$

**Наслідок 2.** Значення  $G(f)$  на нульовій частоті дорівнює інтегралу кореляційної функції. Для доказу досить прийняти у (8)  $f = 0$ .

**Наслідок 3.** Оскільки  $G(f)$  – невід'ємна функція, то з (9) випливає, що кореляційними функціями випадкових процесів можуть бути тільки такі, які мають додатне перетворення Фур'є. Зокрема, наприклад, "прямокутна" функція

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } |\tau| < \tau_1 \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_1 \end{cases}$$

не може бути кореляційною. Функції, які мають додатний результат після перетворення Фур'є, називаються *додатно визначеними*.

Формули (8) і (9) можна записати більш компактно, якщо врахувати, що  $B_X(\tau)$  так само, як і  $G(f)$ , є парними функціями:

$$G_X(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} B_X(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau ;$$

$$B_X(\tau) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} G(f) \cos 2\pi f \tau df = \int_{-\infty}^{\infty} G_0(f) \cos 2\pi f \tau df .$$

Аналогічно можна отримати зв'язок між нормованою функцією кореляції  $R_X(\tau)$  і нормованим енергетичним спектром  $\gamma(f)$ :

$$\left. \begin{aligned} \gamma(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \\ R_X(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(f) \cos 2\pi f \tau df \end{aligned} \right\} .$$

### 3 Дослідження методів обчислення швидкого перетворення Фур'є сигналів та перешкод

**3.1** Завантажте Matlab 6.5. Пройдіть шлях Start Demos/Blocksets/DSP/Spectral Analysis/Short-time FFT та запустіть Open this model. Перед вами відкриється структура імітаційної моделі (рис. 2).

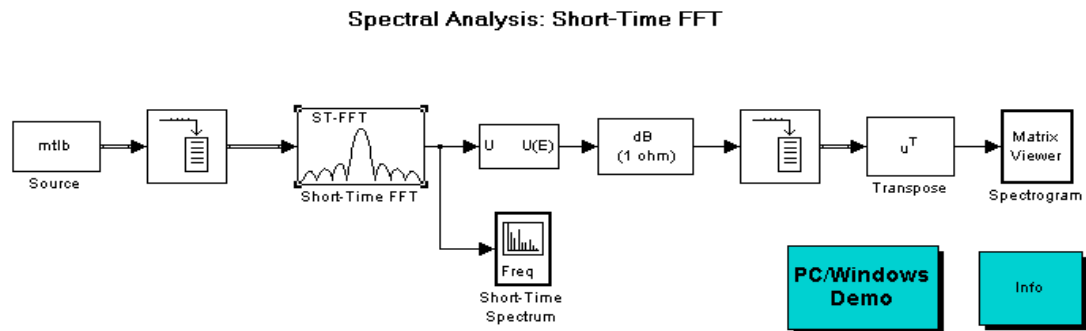


Рис. 2. Структура першої імітаційної моделі

Короткочасне (фінітне) ШПФ (Short-time FFT) визначає спектральні складові сигналу через проміжки часу (періоди-вікна) в темпі введення сигналу (real-time). Для цього сигнал вводиться в буфер постійного розміру, а FFT виконується над кожним буфером даних. Таким чином, спектр виходить з вікон FFT в часі (спектрограми). Запустіть модель Short-time FFT і зафіксуйте вид спектра та спектрограму тестового сигналу. Перейдіть до другої моделі (рис. 3), двічі клацнувши по кнопці PC/Windows Demo.

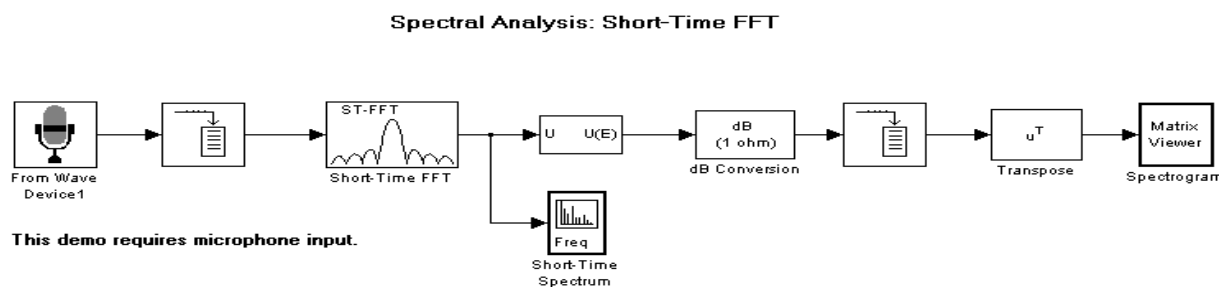


Рис. 3. Структура другої імітаційної моделі

Запустіть другу модель, подайте звуковий сигнал на вхідний мікрофон та зафіксуйте вид спектрограми звукового сигналу.

**3.2.** Так само, як і в п. 3.1, запустіть файл Comparison of techniques. Перед вами відкриється модель (рис. 4):

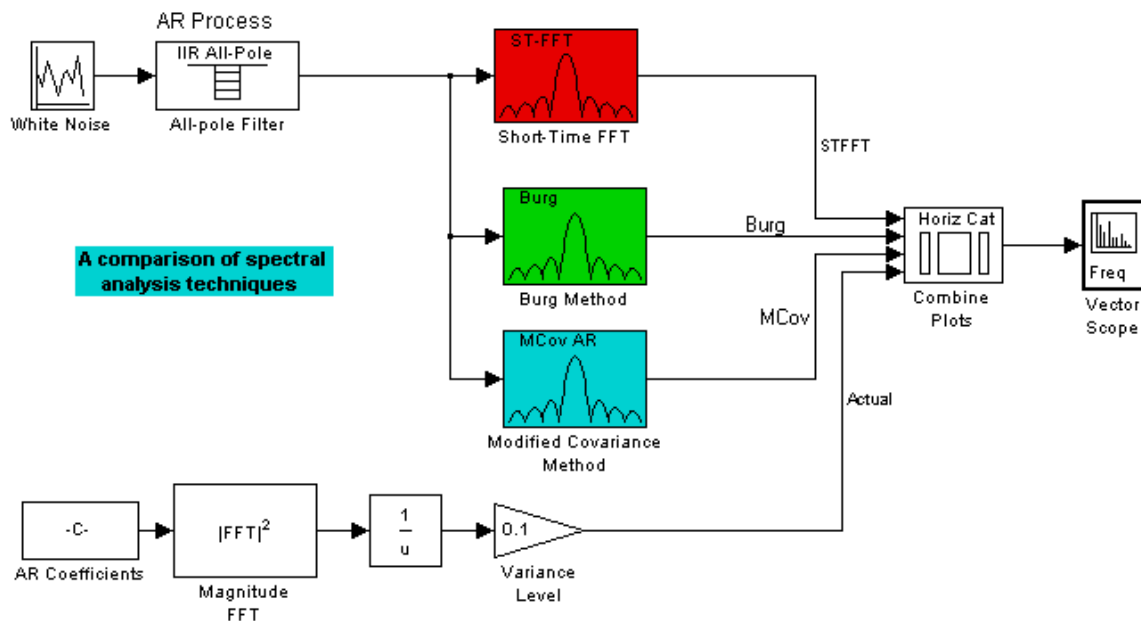


Рис. 4. Модель для обчислення та порівняння спектрів сигналу

Дана модель обчислює та порівнює спектри сигналу, обчислені за допомогою таких методів:

- short-time FFT;
- Берга (Burg);
- модифікованим коваріаційним;
- прямим FFT.

Для варіацій білого шуму (White Noise = {0.1, 0.5, 1.0}) запустіть модель та зафіксуйте якісний вид спектрів сигналу, обчислених цими чотирма методами.

#### 4. Дослідження спектральної густини потужності випадкових сигналів та перешкод

Пройдіть шлях Start/Demos/Toolboxes/Signal processing/Spectral Analysis/Power Spectral Density та запустіть Run this demo. Перед вами відкриється інтерфейс (рис. 5).

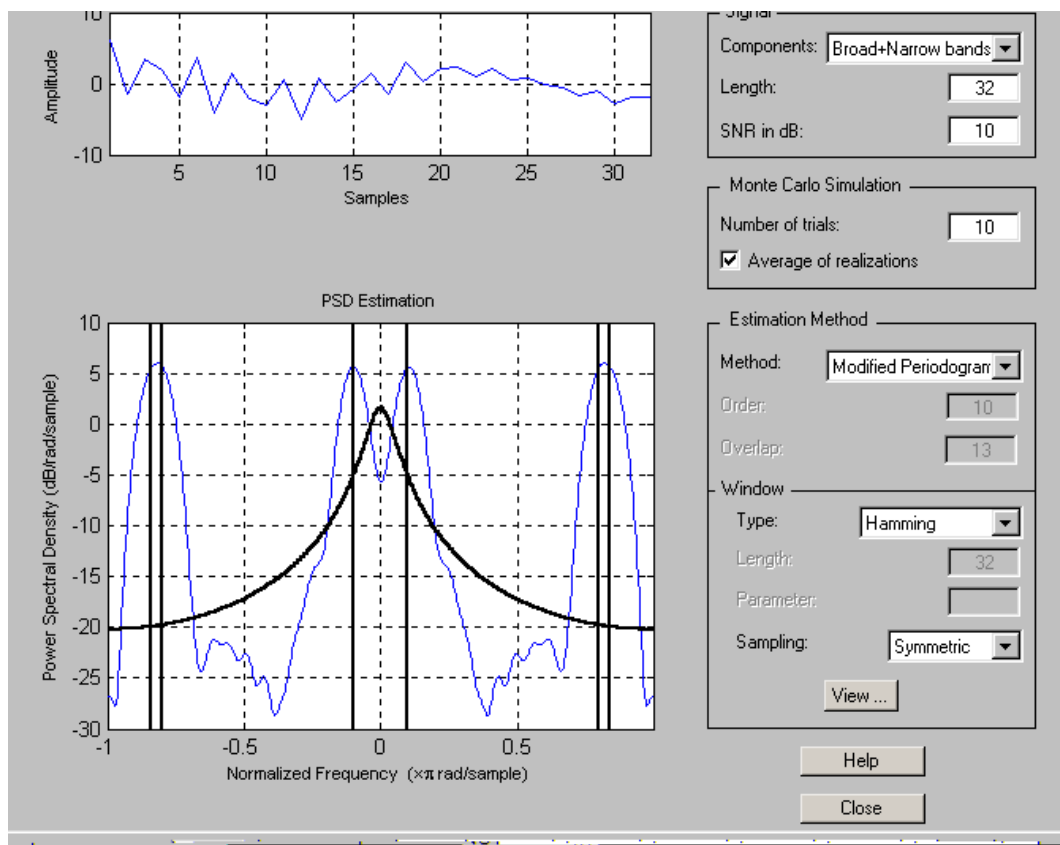


Рис. 5. Відображення спектральної густини потужності

Цей інтерфейс відображає спектральну густину потужності (СГП-PSD) і містить наведені далі компоненти.

Сигнали. Оцінка СГП здійснюється для трьох зашумлених сигналів. Перший сигнал містить як вузькосмугові (narrowband) компоненти (sinusoids), так і широкосмуговий (autoregressive) процес. Відношення сигнал/шум (SNR) визначається як відношення вихідної потужності фільтра авторегресії (AR) до вхідної потужності. Другий сигнал містить тільки вузькосмугові (narrowband) компоненти. В цьому випадку SNR – це відношення потужності sinusoids до потужності шуму. Третій сигнал є просто білим gaussian шумом.

Моделювання Монте-Карло здійснюється з режимом усереднення або без нього. Рекомендується режим з усередненням (Average) не менше 10 вибірок (trials).

*Спектри СГП* обчислюються за допомогою непараметричних, параметричних та методів підпростору. Вони порівнюються з істинною СГП (чорні жирні лінії на нижньому графіку). Для випадків коротких даних методи з високою роздільною здатністю (параметричні та методи підпростору) досягають кращих результатів, ніж методи, засновані на традиційному перетворенні Фур'є. Методи з високою роздільною здатністю використовують апріорну інформацію про спектральний вміст сигналу, щоб формувати модель сигналу.

*Спектральне вікно.* Вибір функції *windowing* важливий при визначенні якості СГП для деяких методів. Основна роль вікна полягає в демпфуванні ефекту Гібса (Gibbs), який відбувається через обмеженість у часі аналізованих даних.

#### **Виконати моделювання з такими умовами:**

- для трьох різних сигналів з тривалістю від 10 до 1000 відліків;
- для варіації  $\text{SNR} = \{1, 10, 40\}$  dB;
- для методу модифікованих періодограм (Modified Periodogram), коваріацій (Covariation) і власного вектора (Eigenvector) з різними вікнами (при їх необхідності).

При моделюванні параметри методів (і вікон) вибирати таким чином, щоб отримані оцінки мінімально відрізнялися від істинної СГП (чорні жирні лінії на нижньому графіку).

Зафіксувати не менше 6 спектрів, отриманих різними методами з різними параметрами для різних сигналів.

#### **Вимоги до оформлення звіту**

Кожен студент повинен отримати допуск до захисту роботи. Для цього він виконує наведені далі завдання.

1. Подати викладачеві роздрукований звіт, що складається з титульного аркуша (див. додаток), **виконаних завдань** та **висновків**. Звіт має бути

оформлений у текстовому редакторі MS Word. Текст потрібно набирати шрифтом Times New Roman, 14 pt, вирівнювати по ширині, формат сторінки А4, книжка, абзацний відступ 10 мм, поля 20 мм з кожного боку. Формули додавати за допомогою Microsoft Equation або редактора формул. Усі таблиці та рисунки мають бути підписані.

2. Відкрити на комп'ютері файл з виконаним завданням для перевірки.

3. Відповісти на всі питання стосовно виконаної роботи.

Звіт повинен містити:

1. Найменування та мету роботи.

2. Спектр і спектрограми тестового та довільного звукового сигналу з висновками.

3. Спектри сигналу з різними рівнями перешкод для чотирьох методів обчислення ШПФ з висновками.

4. Спектральну густину потужності різних сигналів з висновками.

### **Контрольні питання**

1. Що таке швидке перетворення Фур'є?

2. Дайте визначення спектральної густини потужності сигналу.

3. Розкрийте зміст теореми Хінчіна – Вінера.

4. Для чого використовуються спектральні вікна?

## Список літератури

1. Теорія електричного зв'язку: навч. посіб. / О.Ю. Гусев, Г.Ф. Конахович, В.І Корнієнко, Г.В. Кузнецов, О.Ю. Пузиренко. – Львів: Магнолія, 2006, 2010. – 364 с.
2. Gusev O.Yu. Theory of adaptive filtration: tutorial / O.Yu. Gusev, V.M. Gorev, V.I. Kornienko; Ministry of Education and Science of Ukraine, National Technical University “Dnipro Polytechnic”. – Dnipro: NTU “DP”, 2019. – 156 p.
3. Рид Р. Основы теории передачи информации / Р. Рид. – Москва: Вильямс, 2005. – 320 с.
4. Бендат Дж. Применение корреляционного и спектрального анализа / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1983. – 312 с.
5. Дьяконов В. МАТЛАБ 6. Учебный курс / В. Дьяконов. – Санкт-Петербург: Питер, 2001. – 592 с.
6. Friis H. T. Noise Figure of Radio Receivers / H.T. Friis // Prdc. IRE. – July. – 1994. – P. 419–422.



**Зразок титульного аркуша для лабораторних робіт**

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Факультет інформаційних технологій  
Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій

Лабораторна робота ТЕЗ-3  
**«Спектральний аналіз. Спектральна густина»**  
Варіант № 1

Виконав: ст. гр. 172-20-1  
Петров Іван Петрович  
Перевірив: професор Гусєв О.Ю.

**Корнієнко Валерій Іванович**  
**Гусєв Олександр Юрійович**  
**Нікольська Олена Ігорівна**  
**Олішевський Ілля Геннадійович**

## **СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ. СПЕКТРАЛЬНА ГУСТИНА**

**Методичні рекомендації**  
**до виконання лабораторної роботи ТЕЗ-3**  
з дисципліни «Теорія електричного зв'язку»  
для студентів спеціальності  
172 Телекомунікації та радіотехніка

Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 11.11.2020. Формат 30x42/4.  
Папір офсетний. Ризографія. Ум. друк. арк. 1,3.  
Обл. - вид. арк. 1,3. Тираж 10 пр. Зам. №

НТУ «Дніпровська політехніка»  
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19.