УДК [622.261 – 1123:622.281]:519.25

Д.В. Бабец, Е.А. Сдвижкова

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРУППОВОГО УЧЁТА АРГУМЕНТОВ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

Адаптирован многорядный алгоритм метода группового учета аргументов для решения задач геомеханики. Получены зависимости, позволяющие уточнить геомеханические расчеты, которые выполнены без учета стохастической неоднородности породной среды.

Адаптовано багаторядний алгоритм метода групового урахування аргументів для розв’язання задач геомеханіки. Одержані залежності, що дозволяють уточнитигеомеханічні розрахунки, яківиконані без урахування стохастичної неоднорідності породного середовища.

Multirowed algorithm of the Group Method of Data Handling is adapted to solve problems of rock mechanics. The dependences allowing to clarify the results of geomechanical calculations made without account the stochastic heterogeneity of rocks were created.

Актуальность.При решении различных научно-исследовательских задач возникает необходимость обработки экспериментальных данных с целью установления закономерностей изучаемых процессов и явлений. Широко признанным методом построения, анализа и оптимизации математических моделей различных технических, технологических, социальных и экономических процессов является метод группового учета аргументов (МГУА) [1].Идея нахождения математической модели сложного объекта или процесса при помощи перебора многих вариантов по некоторому критерию сначала кажется сложно осуществимой, так как множество моделей в равной степени удовлетворяют небольшому числу данных, представленных в исходной таблице наблюдений. Однако,многорядный алгоритм МГУА позволяет рационализировать перебор в такой степени, чтобы он стал однозначным и реально осуществимым. В основу метода положен так называемый геделевский подход [2]: только внешние критерии, основанные на новой информации, позволяют найти истинную модель объекта, скрытую в зашумленныхданных. Второй основой теории самоорганизации моделей явился принцип неокончательных решений Д. Габора[3]. Согласно этому принципу всякая однорядная процедура может быть заменена многорядной при условии сохранения достаточной свободы выборанескольких лучших решений каждого предыдущего ряда. При геделевскомподходе и сохраненииисвободы выбора многорядный алгоритм МГУА позволяет найти единственную модель оптимальной сложности по минимумувнешнего критерия селекции.

Алгоритм метода группового учета аргументов.В многорядном алгоритме МГУА на вход подается некоторый вектор входных переменных $X=x_1,x_2,\ldots x_n$. На первом ряду селекции образуются частные описания, объединяющие входные переменные по две:

$$y_1= f_{11}(x_1,x_2),\ y_2=f_{12}(x_1,x_2),\ldots,y_s=f_{1s}(x_{n-1},x_n).$$

Из них выбираются Fописаний, наиболее удовлетворяющих внешнему критерию селекции.

На втором ряду образуются p частных описания второго ряда:

$$z_1 = f_{21}(y_1, y_2), z_2 = f_{22}(y_1, y_3), \dots, z_p = f_p(y_{s-1}, y_s).$$

Из них выбирается F лучших для использования в следующем, третьем ряду и т.д. Для каждого ряда находится наилучшая (по критерию селекции) модель. Ряды селекции наращиваются, пока оценка критерия уменьшается.

По виду опорной функции fвыделяют различныевиды многорядного алгоритма МГУА. Ниже приведены наиболее используемые численные процедуры.

1. *Алгоритм с линейными полиномами* – использует частные описания вида: $y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j$, где 1<i,j<n, n – число входных аргументов.
2. *Алгоритм с ковариациями и квадратичными частными описаниями* – использует частные описания двух видов:
$$y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j,$$
$$y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j + a_4 x_i^2 + a_5 x_j^2.$$
3. *Алгоритм со случайным выбором партнеров* – расширяет перебор и включает в себя пары переменных разных рядов селекции.
4. *Алгоритм с последовательным выделением трендов.*Трендами называют уравнения регрессии по любому одному аргументу: $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$. Данный вид алгоритма использует частные описания вида: $y_k = a_0 + a_1 f_1(x_1) + a_2 f_2(x_2) + \dots + a_m f_m(x_m)$.
5. *Алгоритм с мультипликативными моделями.* В этом виде алгоритма используются частные описания в классе произведений различных трендов: $y_k = a_0 f_1(x_1) f_2(x_2) \dots f_m(x_m)$.
6. *Обобщенный алгоритм МГУА.* Использует опорную функцию включающую в себя как произведения, так и суммы трендов.

Класс моделей, генерируемых с помощью многорядного алгоритма МГУА, в общем случае имеет вид:

$$y = \sum_{q=1}^{s} a_q * \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha}$$

где: y – выходная переменная

q – номер члена в модели, q=1,2,…s;

s – число членов в модели;

a_q – коэффициент при q-м члене;

x_j– j-я входная переменная j=1,2,…n;

n – число входных переменных;

α – показатель степени, в которой j-я входная переменная входит в q-й член.

Для описаниямногорядного алгоритма МГУА необходимо указать начальную матрицу частных описанийG_0; определить оператор R, осуществляющий отображение $G_r \to G_{r+1}$, где *r=1,2,…* - номер итерации указать правило завершения итераций.

Матрица частных описаний ряда rимеет вид: $G_r = [Z_{1r}, Z_{2r}, \ldots Z_{qr}]$, где $Z_{1r}, Z_{2r}, \ldots Z_{qr}$ – m-мерные вектора.

Оператор Rвыполняет отображение $G_r = R(G_{r-1})$.

Многорядный алгоритм МГУА оперирует матрицами частных описаний G_r и моделями, соответствующим векторам $Z_{1r}, Z_{2r}, \ldots Z_{qr}$. В качестве начальной матрицы частных описаний выбирается матрица вида:
$G_0 = [O, O, \ldots, X_1, X_2, \ldots X_n]$, гдеO – нулевые векторы,$X_1, X_2, \ldots X_n$ – векторы входных переменных. В качестве моделей, соответствующих столбцам матрицы G_0 примем: $f_i(\theta) = \begin{cases} 0, \text{если } Z_i = 0; \\ 1, \text{если } Z_i = 1; \\ \vartheta_k, \text{если } Z_i = X_k, \end{cases}$
где $k = 1,2, \ldots n$.

Оператор R определим следующим образом:

$$\mathrm{Z_r(i)} = g(\mathrm{Z_{j1r-1}(i), Z_{j2r-1}(i), \ldots, Z_{jpr-1}(i)}),$$

где r=1, 2, 3 … – номер ряда;
i=1,2,…,m – номер наблюдения;
$j1, j2, \ldots, j3$ = 1,2,…,p – номера частных описаний из матрицы G_{r-1};

Коэффициенты и вид функции $g\left(\mathrm{Z_{j1r-1}(i), Z_{j2r-1}(i), \ldots, Z_{jpr-1}(i)}\right)$ определяются по выбранному методу оценивания. Пусть$f_{jr}(\theta_r)$– модели соответствующие векторам $\mathrm{Z_j}$. Перенумеруем их так чтобы выполнялись неравенства$CR(f_1^r) \leq CR(f_2^r) \leq \cdots \leq CR(f_F^r)$, где $CR(f_k^r)$ – значения критерия идентификации [4]. Все критерии условно можно разделить на две группы: 1) использующие всю выборку данных; 2)критерии основанные на разбиении выборки на части. При вычислении большинства критериев, как правило, используется значение остаточной суммы квадратов:

$$RSS(s) = \sqrt{\sum_n [y(x) - f(x, \theta(s))]^2} \ ,$$

где s-сложность модели, т.е. число оцениваемых параметров; n – количество наблюдений.

Внешний критерий регулярности AR основан на вычислении оценок параметров и значений критериев на разных частях выборки (выборка разбивается на подвыборкиA и B).

$$AR(s) = \sqrt{\sum_n \left(y_B - f(X_B, a_{As})\right)^2}$$

Таким образом, оператор Rосуществляет отображение: матрице G_{r-1} ставит в соответствие матрицу G_r, столбцами которой с 1-го по F-й являются векторы $Z_{1r}, Z_{2r}, \ldots Z_{Fr}$, а столбцы, начиная с $F+1$-го, остаются такими же, как в матрице G_{r-1}.

Число F лучших частных описаний, передаваемых на следующую итерацию,в программной реализации, адаптированной к решению ряда прикладных задач, удовлетворяет условию$F \leq 3$. Для определенияконкретногозначенияF, вычисляется средняя погрешность полученного лучшего частного описания:

$$E = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\frac{y(i) - Z_{1r-1}(i)}{Z_{1r-1}(i)}\right|,$$

при E≥1 – принимается F=3; при 0,5≤ E <1 –F=2; при 0,1≤ E <0,5 –F=1.

Вычисления заканчиваются на итерации r^*, если выполнено условие:

$$CR(f_1^{r-1}) - CR(f_2^r) \le \delta,$$

где δ – заданное число.

Адаптация алгоритма МГУА к решению задач вероятностной оценки устойчивости подземных выработок.Известно, что устойчивость подземных горных выработок определяется огромным количеством горно-геологических, горнотехнических и неотектонических факторов, степень влияния которых, неодинакова. Логично предположить, что среди этого множества факторов существует некоторое количество наиболее влияющих, которые и обуславливают степень проявления горного давления вблизи выработок. Применим многорядный алгоритм МГУА к задаче оценки устойчивости подготовительной выработки, функционирующей в стохастически неоднородном массиве.

Основной величиной, по которой выполняется оценка устойчивости выработок, являются перемещения ее контура, в частности максимальное перемещение U_{max}. Влияние стохастического разброса исходных данных на развитие перемещений определяется отклонениемстохастических перемещений породного контура ΔU (%)от детерминированных значений:

$$\Delta U = \frac{U_n - U_o}{U_o}\cdot 100\%,$$

где U_n – максимальные перемещения, полученные при решении задачи с учетом стохастического разброса исходных данных; U_0– максимальные перемещения, полученные при решении детерминированной задачи.

Поставим задачу: определить зависимость относительного отклонения ΔU от вариации основных физико-механических характеристик - модуля упругости*E,* коэффициента Пуассона ν, предела прочности на одноосное сжатие R_c и предела прочности на растяжение R_p. Оценим, также, влияние конструкционных характеристик крепи выработки арочной формы: угла наклона стоек α, отношения $K = \frac{R}{h}$, где R- радиус арки, h- длина прямолинейной части крепи. То есть, определим структуру зависимости

$$\Delta U = f(\eta_E, \eta_\nu, \eta_{R_c}, \eta_{R_p}, \frac{R}{h}, \alpha).$$

В таблице приведен фрагмент исходных данных для расчета:

Таблица 1

Отклонение перемещений Δ_U (%)	Вариация модуля упругост и первого рода η_E	Вариация коэффициента Пуассона η_ν	Вариация предела прочности		Конструк тивный коэффици ент $K=\frac{R}{h}$	Угол наклона стоек α (рад)
			одноосное сжатие R_c	Растяжение R_p		
9	0,3	0	0	0	2	1,57
12	0	0,3	0	0	2	1,64
15	0,3	0,3	0	0	2	1,57
13	0,3	0,3	0,3	0	1,5	1,58
19	0,3	0,3	0,3	0,3	2	1,59
21	0,45	0	0,3	0,3	1,8	1,65
…	…	…	…	…	…	…

На основе предположения о линейности получены прогностические модели:

а) на основе критерия RSS:

$$\Delta_U = 13{,}16\eta_E + 9{,}88\eta_\nu - 2{,}1\eta_{R_c}\text{, погрешность E=7,88\%;}$$

б) на основе критерия AR:

$$\Delta_U = 13{,}03\eta_E + 12{,}09\eta_\nu - 1{,}86\eta_{R_c}\text{, E=6,52\%.}$$

В предположении о нелинейности, прогностические модели приобретают вид:

а) на основе критерия RSS:

$$\Delta_U = 11{,}34\eta_E + 47{,}17\eta_{R_c}\frac{R}{h} - 10{,}26\eta_E\eta_\nu\text{, E=6,48\%;(1)}$$

б) на основе критерия AR

$$\Delta_U = 11{,}22\eta_E + 46{,}7\eta_{R_c}\frac{R}{h} - 10{,}15\eta_E\eta_\nu + 1{,}26\eta_{R_c}\eta_{R_p}\text{, E=6,70\%.}$$

Как видим, в линейную модель не вошли предел прочности на растяжение и параметры, определяющие форму сечения выработки, поскольку их вклад в общую структуру связи при использовании обоих критериев оказался несущественным.

При построении нелинейной модели на основе критерия RSS малозначимыми факторами оказались вариация предела прочности на растяжение R_p и угол наклона прямолинейной части арки α. При использовании критерия AR малозначимым оказался лишь угол α. Поскольку погрешность при использовании этого критерия больше, чем при использовании RSS, следует остановиться на зависимости (1), как полученной с наименьшей погрешностью и наиболее полно отражающей влияние основных факторов.

Выводы. Зависимости,полученные методом группового учета аргументов, позволяют уточнить те геомеханические расчеты, которые выполнены без учета стохастической неоднородности породной среды и существенно повысить надежность проектирования подземных сооружений.

Список литературы

1. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / Ивахненко А. Г. — Киев: Наук.думка, 1981 — 296 с.
2. Нагель Э., Ньюмен Д. Теорема Геделя / пер. с англ. – М.: Знание, 1970. – 62 с.
3. Gabor D. Cybernetics and the future of industrial civilization. – J. Cybernetics, 1971, N 1, 2, p. 1-4.
4. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю.П.Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. – М.: Радио и связь, 1987. – 120 с.