

ESTIMATION OF ENERGY OF DESTRUCTION OF ROCK SAMPLES UNDER ASYMMERIC LOAD

M. Malich^{1}, L. Vasiliev², D. Vasiliev²*

¹*Ukrainian State University of Science and Technology, Dnipro, Ukraine.*

²*Institute of Geotechnical Mechanics. M.S. Polyakova NAS of Ukraine, Dnipro, Ukraine,*

** Corresponding author: n22051957m@gmail.com*

Abstract. A mathematical model of destruction of prismatic samples of rocks under asymmetric loading is developed. At uniaxial compression the asymmetric direction of contact tangential stresses was provided. It is established that the limits of tensile strength of samples for asymmetrically directed contact tangential stresses are three times less in comparison with symmetrical loading. Deformation decreases five times at the same indicators of physical and mechanical properties of rock material. In addition, with asymmetrically-oppositely directed load after the entry of the crack on the opposite horizontal half of the sample there is a self-sustaining destruction. The specific fracture energy of the sample at asymmetrically directed contact tangential stresses in comparison with symmetrically directed contact tangential stresses is reduced to 10 - 11 times. It is confirmed that the load of brittle rocks by asymmetrically directed load is significantly advantageous in terms of energy consumption for destruction.

Key words: rock, sample, tensile strength, contact friction, contact stress, fracture, deformation, energy

ОЦІНКА ЕНЕРГІЇ РУЙНУВАННЯ ЗРАЗКІВ ГІРСЬКИХ ПОРІД ПРИ АСИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

М. Маліч^{1}, Л. Васильєв², Д. Васильєв²*

¹*Український державний університет науки і технологій, Дніпро, Україна.*

²*Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, Дніпро, Україна,*

**Відповідальний автор: n22051957m@gmail.com*

Анотація. Розроблено математичну модель руйнування призматичних зразків гірських порід при асиметричному навантаженні. При одноосьовому стисканні забезпечувався асиметричний напрямок контактних дотичних напружень. Встановлено, що межі міцності при руйнуванні зразків для асиметрично спрямованих контактних дотичних напружень в три рази менше в порівнянні з симетричним навантаженням. П'ятикратно зменшується деформація при однакових показниках фізико-механічних властивостей матеріалу гірських порід. Крім цього, при асиметрично-протилежно направленому навантаженні після входу тріщини на протилежну горизонтальну половину зразка виникає руйнування, що само підтримується. Питома енергія руйнування зразка при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях в порівнянні з симетрично спрямованими контактними дотичними напруженнями знижується до 10 - 11 разів. Підтверджується, що навантаження крихких гірських порід асиметрично спрямованим навантаженням є істотно вигідним з точки зору витрат енергії на руйнування.

Ключові слова: гірська порода, зразок, межа міцності, контактне тертя, контактне напруження, руйнування, деформація, енергія

1. Вступ.

Існуючі масові технології дезінтеграції гірських порід мають низьку ефективність (перш за все енергетичну): навіть найбільш досконалі з них «використовують» на корисну роботу менше 2% енергії, що підводиться. І це при тому, що витрати енергії на дроблення і подрібнення гірських порід, вже сьогодні складають десяту частину всієї виробленої в країні електроенергії та продовжують зростати.

Якщо врахувати, що крім переробки мінеральної сировини процеси руйнування твердих матеріалів широко застосовуються в будівельній галузі, при переробці побутових та промислових відходів і в ряді інших галузей, то можна зробити висновок, що вони є одними з найбільш масових і в той же час енерго-, метало-, капітало- і трудо-ємних технологічних процесів в промисловому господарстві. Існуючі методи дезінтеграції також не задовольняють ряду вимог промислового виробництва.

У зв'язку з цим виникає необхідність в управлінні процесами дезінтеграції і ключем до цього є оцінка несучої стійкості гірської породи при різних видах впливу робочих інструментів.

Дослідники [1,2] для оцінки несучої здатності породи використовують діаграми «нормальне напруження-поздовжня деформація», які будують на спеціальних пресах підвищеної жорсткості при одноосьовому і об'ємному стисненні зразків. Однак ще не в повній мірі розкрито механізм зародження тріщини і подальшого руйнування тіла, яке деформується. При цьому не завжди враховується внутрішнє і контактне тертя, недостатньо відпрацьовані аналітичні методи розрахунку і побудови таких діаграм з використанням доступних для експериментального визначення показників властивостей гірських порід для визначення напружено-деформованого стану шматків гірської породи при впливі на них робочого органу для пошуку шляхів найбільш ефективного руйнування.

Тому розробка математичних моделей деформування крихких тіл в тому числі при асиметричному навантаженні, яке можна реалізувати в процесах дезінтеграції є актуальною задачею, що має важливе практичне значення для гірничо-металургійного комплексу країни.

2. Методика.

Використано комплексний метод узагальнення закономірностей теорії пружності і пластичності; теоретичне і експериментальне підтвердження закономірностей розподілу нормальних і дотичних напружень, рівняння граничного стану матеріалів, заснованих на критерії міцності Кулона, теорії ліній ковзання; зіставлення теоретичних результатів з експериментальними діаграмами руйнування зразків; факти і явища руйнування гірських порід; узагальнення теоретичних закономірностей, що виникають при силовому контакті інструменту з породою при дезінтеграції.

3. Мета.

Зниження енерговитрат і підвищення ефективності дезінтеграції гірської породи шляхом управління її напружено - деформованим станом на основі математичного моделювання та використання встановлених закономірностей напружень і деформацій в гірській породі при взаємодії з робочим інструментом.

4. Результати та обговорення



Рисунок 1. –Експериментальн усічено – клинова форма руйнування по А.Н. Зорину

Для управління напружено - деформованим станом масивів і дезінтеграцією гірських порід в даний час використовуються діаграми «поздовжнє напруження - поздовжня деформація», які експериментально визначаються для призматичних зразків при їх одноосьовому стисканні [1, 2,].

На підставі параметрів цих діаграм є можливість визначення питомої енергії руйнування зразка за відомою формулою [3].

$$E_d = \frac{1}{2E} (p^2 + \sigma_x^2 - 2\nu p \sigma_x + 2(1 + \nu)(\tau_{xy}^2)),$$

де E - модуль пружності матеріалу p - вертикальне нормальне питоме зусилля на несучого майданчику; σ_x - горизонтальні нормальні напруження; ν - коефіцієнт Пуассона; τ_{xy} - дотичні напруження в площині xy .

Дотичні напруження в площині xy на підставі

закону Амонтона-Кулона з урахуванням їх лінійного загасання в міру віддалення від контактної поверхні описуються формулою

$$\tau_{xy} = f \left(1 - \frac{2y}{h} \right) p, \quad (2)$$

де f - коефіцієнт контактної тертя; y - ордината;
 h - висота зразка.

В роботі [4] наведена формула розрахунку горизонтальних нормальних напружень при наявності контактних дотичних напружень

$$\sigma_{xi} = \frac{2(k_n + \mu p)}{\cos \rho} \left(\sin \rho - \sqrt{1 - \frac{\tau_{yx}^2}{(k_n + \mu p)^2}} \right) + p, \quad (3)$$

де k_n – межа міцності матеріалу на зсув; μ, ρ – коефіцієнт і кут внутрішнього тертя, $\mu = \operatorname{tg} \rho$.

Тепер визначимо складові параметри формул (1) - (3). У роботах [5] і [6] викладені аналітичні основи побудови діаграм «напруження - деформація» при симетричних напрямках контактних дотичних напружень щодо вертикальної осі симетрії зразка. Але в реальному процесі дезінтеграції гірських порід можуть бути інші умови, наприклад, в жорнах або в конусних дробарках при асиметрично спрямованих контактних дотичних напружень між породою і інструментом. Тому виникла необхідність в розробці методів розрахунку параметрів таких діаграм для цих умов навантаження та енергетичної оцінки процесу руйнування. Візьмемо одну [7] з п'яти відомих [8], найбільш просту форму руйнування призматичних зразків гірських порід - усічено-клинову (рис. 1). Усічено-клинова форма руйнування зразків гірських порід характеризується відсутністю перетинання тріщиною вертикальну лінію симетрії. При стисненні зразка виникають симетричні контактні дотичні напруження τ_c проти поперечної деформації. Знак контактних дотичних напружень у верхній частині лівої половини зразка приймається з «плюсом», для нижньої частини - з «мінусом». Для правої вертикальної половини зразка знаки τ_c приймаються протилежними. По-скільки за рахунок деформації бічні поверхні зразка приймають опуклу форму, застосовуємо в кутових точках правило парності дотичних напружень. Умовою граничного стану в вершині тріщини є рівність межі міцності матеріалу на зрушення активної дотичному напруженню за вирахуванням втрат на внутрішній контактній тертя згідно з критерієм Кулона

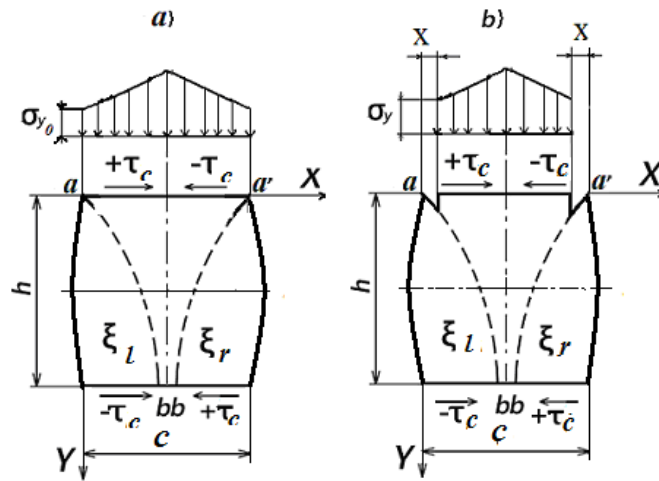
$$k_n = |\tau_\alpha| - \mu \sigma_\alpha, \quad (4)$$

де $|\tau_\alpha|$ - активне дотичне напруження на ТМЕКН ξ (траєкторії максимальних ефективних дотичних напружень); σ_α - нормальне напруження на ТМЕКН ξ . Вважаємо, що тріщини (рис. 2) розвиваються по ТМЕКН: - зліва по ТМЕКН ξ_l , - справа по ТМЕКН ξ_r . Оскільки ТМЕКН симетричні, дамо опис лівої ТМЕДН ξ_l . Кут нахилу ТМЕКН ξ_l згідно з критерієм міцності Кулона визначається за формулою [5,6]

$$\alpha_l = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} + \beta_{\xi_l} \quad (5)$$

У міру розвитку тріщини частина матеріалу виходить з-під навантаження (рис. 2). При знанні значень координат вершини тріщини на ТМЕКН ξ_l в кожен момент її розвитку можна визначити несучу частину площі матеріалу зразка, яка дорівнює первісній одиничній довжині останнього за вирахуванням частини, що вийшла з-під навантаження. Тоді одиничний несучий майданчик зразка при розвитку двох симетричних тріщин буде

$$a_2 = c - 2x. \quad (6)$$



a) – в пружному стані; b) – в момент розвитку тріщин

Рисунок 2-Схема епюр контактних нормальних навантажень і розвитку тріщин по ТМЕКН ξ при симетричному розподілі дотичних напружень

На несучій частині зразка з виходом тріщин з-під навантаження відбувається зміна розподілу контактного навантаження і питомого зусилля, значення якого нам необхідні для розрахунку питомої енергії руйнування за формулою (1). Для визначення питомого зусилля необхідне знання закономірності розподілу контактних нормальних напружень. Ці закономірності приймаємо по Л. Прандтлю [9]: дотичні напруження - постійними, а нормальні напруження лінійними (рис. 2), розподіл яких, описується формулою

$$\sigma_{y_i} = \sigma_y \left(1 + \frac{2x}{h} \right), \quad (7)$$

де σ_y - нормальне напруження в вершині тріщини; h - висота зразка; x - абсциса вершини тріщини.

Питоме зусилля згідно зі схемою (рис. 2,b) з урахуванням виходу частини зразка на величину $2x$ на підставі формули (7) з використанням (6) визначається як

$$p = \frac{2\sigma_y}{c - 2x_{\xi_0}} \int_0^L \left(1 + \frac{2f \cdot L}{h} \right) dL = \sigma_{y_{\xi}} \left(1 + \frac{f \cdot (0,5c - x_{\xi})}{h} \right), \quad (8)$$

де f - коефіцієнт контактного тертя; $L = 0,5c - x_{\xi}$.

В роботах [5,6] наведено метод визначення нормального напруження $\sigma_{y_{\xi}}$ в вершині тріщини стосовно до руйнування зразків при одноосьовому стисненні. Напруження $\sigma_{y_{\xi}}$ в вершині тріщини на ТМЭКН ξ_l определяются по системе уравнений

$$\sigma_{y_{\xi}} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{k_n \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_{\xi}^2} \right) \cdot \exp \left(2\mu (\beta_{\xi} + \beta_b) \right)}{1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2}} - k_b \right), \quad (9)$$

$$k_b = \frac{\left(k_n + \mu \sigma_{y_{\xi}} \right) \left(1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_{\xi}^2} \right)}{\left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2} \right) \exp \left(4\mu \beta_b \right)}. \quad (10)$$

де k_b - ефективне дотичне напруження в точці b виходу ТМЕКН ξ_l на контактну нижню поверхню (рис.2);

$$b_{\xi} = \frac{\tau_{xy}}{k_n + \mu\sigma_{y_{\xi}}} = \frac{f\sigma_{y_{\xi}} \left(1 - \frac{2y}{h}\right)}{k_n + \mu\sigma_{y_{\xi}}};$$

β_{ξ} – кут повороту ТМЕКН ξ в вершині тріщини, що дорівнює

$$\beta_{\xi} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{f\sigma_{y_{\xi}} \left(1 - \frac{2y}{h}\right) \cos \rho}{\left(k_n + \mu\sigma_{y_{\xi}}\right) \left(\sin \rho - \sqrt{1 - b_{\xi}^2}\right)}; \quad (11)$$

$$b_b = -\frac{\tau_c}{k_b + \mu\sigma_{y_b}} = -\frac{f\sigma_{y_b}}{k_b + \mu\sigma_{y_b}}; \quad (12)$$

$\sigma_{y_b} = \sigma_y \left(1 + \frac{2fx_b}{h}\right)$ – нормальне напруження в точці b ;

x_b - абсциса вершини тріщини в точці b ; β_b - кут повороту ТМЕКН ξ_1 в точці b , що дорівнює

$$\begin{aligned} \beta_b &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{b_b \cdot \cos \rho}{\left(\sin \rho - \sqrt{1 - b_b^2}\right)} = \\ &= -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{f\sigma_{y_b} \cdot \cos \rho}{\left(k_b + \mu\sigma_{y_b}\right) \left(\sin \rho - \sqrt{1 - b_b^2}\right)} \end{aligned} \quad (13)$$

За формулою (8) з використанням формул (9) - (13) визначаємо питоме зусилля p методом ітерацій. Питоме зусилля на ТМЕКН ξ_l (рис. 3, крива 1) при симетричному розподілі контактних дотичних напружень зростає від ординати вершини тріщини (y міру відходу вершини від верхньої контактної поверхні).

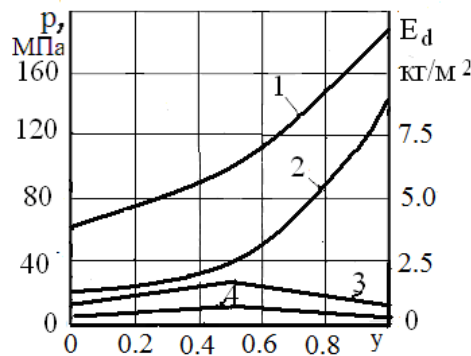
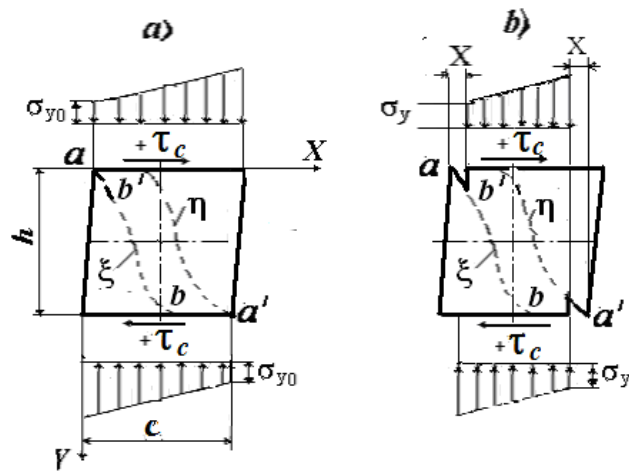


Рисунок 3 – Залежності питомого зусилля і питомої енергії руйнування від ординати вершини тріщини при $k_n = 10$ МПа, $\rho = 45^\circ$, $f = 0,3$, $E = 2000$ МПа при $kn = 10$ МПа, $\rho = 45^\circ$, $f = 0,3$, $E = 2000$ МПа

З використанням формули (8) по залежності (1) визначимо питому енергію руйнування зразка (рис.3, крива 2). Як видно, питома енергія руйнування при симетричних дотичних напруженнях весь час зростає.

Тепер визначимо питоме зусилля і питому енергію руйнування від ординати вершини тріщини при асиметрично направлених контактних дотичних напружень (рис. 4).



a) – в пружному стані; b) – в момент розвитку тріщин

Рисунок 4. – Схеми розподілу контактних нормальних і асиметричних напружень і розвитку тріщин при зсуві

У цьому випадку маємо позитивні знаки на контактних площинах при розвитку тріщин зверху вниз по ТМЕДН ξ і від низу до верху по ТМЕДН η . Формула розподілу контактних нормальних напружень в цьому випадку має інший вигляд у порівнянні з формулою (7)

$$\sigma_{yi} = \sigma_y \left(1 + \frac{f \cdot x}{h} \right). \quad (14)$$

Тим не менше, формула (8) питомої зусилля зберігає колишній вигляд. Але в цьому випадку слід в формулах (12) і (13) прибрати знак мінус, а в експоненті формули (10) і у формулі (11) при $y > 0.5 h$ ввести мінус. Тоді в експоненті формули (9) параметри β_ξ і β_b матимуть негативні знаки і суттєво знизять значення напруження σ_y в вершині тріщини. Це при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях в порівнянні з симетрично спрямованими напруженнями при руйнуванні зразка призводить до зниження питомого зусилля згідно з формулою (8) до 9-10 раз (рис.3, крива 3). Для розрахунку питомої енергії руйнування перед повторним використанням відомою формулою [1], яка враховує витрати енергії при косому зсуві. Слід зазначити, що розрахунок за формулою (2) засвідчує про виникнення стискаючих горизонтальних напружень при симетричному навантаженні, а при асиметричному навантаженні - розтягуючих горизонтальних напружень. Останній результат є несподіваним навіть для нас, авторів формули [4].

Питома енергія руйнування при асиметричному навантаженні знижується в 40 - 45 разів (рис. 2, крива 4). Скажімо, цей результат може у читачів викликати недовіру. Але розроблений метод для симетричних дотичних напружень перевірений на всіх відомих п'яти формах руйнування при досить високій збіжності розрахункових та експериментальних даних. При використанні методу змінений єдиний знак контактного тертя відповідно до відомим правилом знаків дотичних напружень.

Підтвердимо цей висновок ще побудовою діаграми «поздовжне напруження - поздовжня деформація» для цього виду навантаження і порівняємо останню з діаграмою для симетричного навантаження. Наведемо спочатку метод побудови такої діаграми для усічено-клинової форми зразка руйнування, придатний і при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях. Якщо ми знаємо значення напруження і проздовжню деформацію в кожен момент положення вершини тріщини в зразку, надається можливим побудова аналітичної залежності $\sigma_c = \psi(\epsilon)$. Для цього потрібно визначити поточне значення нормального напруження на гілці умовної діаграми. Це напруження дорівнює

$$\sigma_c = pS = p(c - 2x) / c, \quad (15)$$

де S - відношення несучого майданчика до початкового майданчика.

Тепер потрібно визначити другий параметр діаграми - поздовжню деформацію. Припускаємо, що в вершині тріщини крихкий матеріал породи підкоряється закону Гука [10]. При знанні значень питомих зусиль на несучій частини зразка можна визначити по закону Гука величину поздовжньої деформації

$$\varepsilon = \frac{p - \nu\sigma_x}{E} \quad (16)$$

де E - модуль пружності.

Тепер будемо діаграми «напруження - деформація» для симетричного навантаження (рис. 5, крива 1).

Для розрахунку величини деформації при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях використовуємо іншу формулу з урахуванням чистого зсуву [11]

$$\varepsilon = \frac{p - \nu\sigma_x + 2(1 + \nu)\tau_{xy}}{E} \quad (17)$$

З порівняння кривих 1 і 2 можна підтвердити вже зроблений висновок (рис. 5).

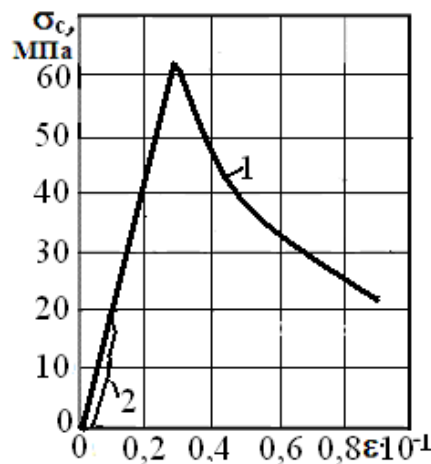


Рисунок 5. – Діаграми «напруження – деформація» при $k_n = 10$ МПа; $\rho = 45^\circ$; $f = 0,3$; $E = 2000$ МПа

Крім того, при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях після входу тріщин на протилежну горизонтальну половину зразка виникає самопідтримуюче руйнування, тобто руйнування за рахунок попередньо накопиченої пружної енергії (рис. 5, крива 2). Умови навантаження шматків порід асиметрично спрямованими контактними дотичними напруженнями є вигідними з точки зору витрат енергії на руйнування при дробленні крихких тіл. Ці умови, на наш погляд, частково реалізовані в жорнах і окремих типах дробарок, де потрібне малоенергоємне руйнування для створення найбільш ефективних тихнологій дезінтеграції.

5. Висновки

1. Розроблено математичну модель руйнування призматичних зразків гірської породи при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях.

2. Питоме зусилля при симетричних контактних дотичних напруженнях весь час зростає в міру розвитку тріщин, а при асиметричних напрямках контактних дотичних напружень зростає від ординати вершини тріщини до горизонтальної осі симетрії, потім знижується, при цьому максимальне значення питомого зусилля в першому випадку в 9-10 раз вище, ніж у другому випадку, в залежності від показників фізико-механічних властивостей матеріалу.

3. Питома енергія руйнування зразка при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях в порівнянні з симетричним навантаженням при руйнуванні зразка знижується до 40 - 45 разів. Умови асиметрично спрямованих контактних дотичних напружень при

дезінтеграції крихких тіл є більш придатними з точки зору витрат енергії на руйнування по порівнянню з симетричними контактними дотичними напруженнями.

4. Побудована діаграма «напруження - деформація» при асиметрично спрямованих контактних дотичних напруженнях свідчить про те, що після входу тріщин на протилежну горизонтальну половину зразка виникає самопідтримуюче руйнування, тобто руйнування за рахунок попередньо накопиченої пружної енергії, що дозволяє створювати більш ефективні технології їх дезінтеграції .

Acknowledgements.

The work is performed on the basis of own research without external financial assistance.

References

1. Vinogradov, V.V. Geomekhanika upravleniya sostoyaniem massiva vblizi gornyh vyrabotok / V.V. Vinogradov. – K.: Naukova dumka, 1989. – 192 s.
2. Kirnichanskij, G.T. Elementy teorii deformirovaniya i razrusheniya gornyh porod / G.T. Kirnichanskij. – K.: Naukova dumka, 1989. – 184 s.
3. . Birger, I.A. Soprotivlenie materialov / I.A. Birger, R.R. Mavlyutov. – M.: Nauka, 1986. – 560 s.
4. Vasil'ev, L.M. Teoreticheskoe obosnovanie formirovaniya gorizonta'nyh normal'nyh napryazhenij v massivah gornyh porod / L.M. Vasil'ev, D.L. Vasil'ev // FTPRPI. – 2013. – № 2. – S. 81-90.
5. Vasil'ev, L.M. Uchet kontaktnogo treniya v zadache o razrushenii gornyh porod szhatiem/L.M. Vasil'ev, D.L. Vasil'ev // FTPRPI. – 2015. – № 3. – S. 48- 56.
6. Vasil'ev, L.M. Mekhanika obrazovaniya form razrusheniya obrazcov gornyh porod pri ih szhatii / L.M. Vasil'ev, D.L. Vasil'ev, N.G. Malich [i dr.]. – Monografiya. – Dnipro: IMA-press, 2018. – 176 s.
7. Zorin, A.N. Mekhanika i fizika dinamicheskikh yavlenij v shahtah / A.N. Zorin, V.G. Kolesnikov, K.K. Sofijskij. – K.: Naukova dumka, 1979. – 169 s.
8. Baron A.I. Gorno–tekhnicheskoe porodovedenie / L.I. Baron. – M.: Nauka, 1977. – 324 s.
9. Storozhev M.V. Teoriya obrabotki davleniem/ M.V. Storozhev, E.A. Popov – M.: Mashinostroenie. 1967 – 423 s.
10. Panasyuk, V.V. Predel'noe ravnovesie hrupkih tel s treshchinami / V.V. Panasyuk. – K.: Naukova dumka, 1968. – 246 s.
11. Filin, A.P. Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruемого tela / A.P. Filin. – M.: Fizmatgiz, 1975. – 832 s.