

И. Н. ПИСТУНОВ

## ИНЕРЦИОННЫЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СИЛ (МОМЕНТОВ) ТРЕНИЯ

Для точного определения триботехнических характеристик необходимы модельные испытания материалов на установках, реализующих реальные режимы работы проектируемых узлов трения. Если в процессе испытаний происходит изменение величины коэффициента трения, а также имеет место ускорение относительного движения, чувствительный элемент датчика силы трения будет фиксировать ее величину с некоторой погрешностью. Учет и устранение этих погрешностей позволит повысить точность результатов измерений.

Независимо от схемы испытаний при измерении силы трения взаимодействуют, согласно принципу д'Аламбера, следующим образом:

$$F_{TP}^D - F_{TP}^{ИЗ} - F_{TP}^C + F_{II} = 0. \quad (1)$$

Сила инерции обусловлена ускорением движения системы образцедержателя, заторможенной упругим элементом датчика силы трения:

$$F_{II} = \frac{P}{g} \cdot a \quad (2)$$

Характер изменения  $F$  представляет собой, по сути, закон изменения линейных деформаций упругого элемента датчика силы трения, т. е.

$$F_{TP}^{ИЗ} = C \cdot x \quad (3)$$

Откуда

$$a = \frac{d^2 F_{TP}^{ИЗ}}{cdt^2} \quad (4)$$

Здесь и далее подразумевается, что все силы непрерывно изменяются во времени.

Тогда в общем виде действительная сила трения определится с учетом соотношений (1)–(4) выражением

$$F_{TP}^D = F_{TP}^{ИЗ} + F_{TP}^C - \frac{P}{g \cdot c} \cdot \frac{d^2 F_{TP}^{ИЗ}}{dt^2} \quad (5)$$

Перейдем к рассмотрению конкретных кинематических схем испытательных установок.

**1. Поступательное движение [1].** Обобщенная кинематическая схема представлена на рис. 1. Здесь образец 1 перемещается с ускорением  $w$  относительно образца 2. Оба образца размещены на роликах, но заторможены упругими элементами 6 и 7, деформация которых пропорциональна  $F_{mp}^{ИЗ}$ . Пренебрегая величиной  $F_{mp}^C$  ввиду ее малости, имеем

для элемента 6

$$F_{TP}^D = F_{TP1}^{ИЗ} - \frac{P_1}{C_1 g} \left[ w + \frac{d^2 F_{TP}^{ИЗ}}{dt^2} \right]; \quad (6)$$

для элемента 7

$$F_{TP}^D = F_{TP2}^{ИЗ} - \frac{P_2}{c_2 g} \cdot \frac{d^2 F_{TP}^{ИЗ}}{dt^2}. \quad (7)$$

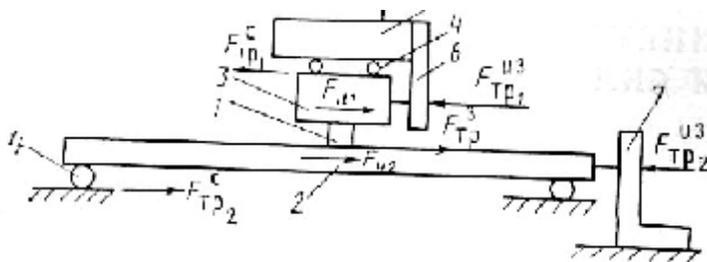


Рис. 1. Установка для испытания при поступательном и возвратно-поступательном движении: 1 — образец типа «палец»; 2—образец типа «длинномерная направляющая»; 3 — образцедержатель; 4 — ролики; 5 — основание образцедержателя; 6 и 7 — упругие элементы датчиков силы трения, расположенные на основании образцедержателя и на основании установки

Здесь индексы 1 и 2 означают соответственно параметры измерительной системы, расположенной на образцедержателе и на основании установки. Наличие дополнительной погрешности за счет  $w$  вовсе не означает, что эта схема измерения хуже, так как обычно  $P_2 \gg P_1$ , поэтому для выбора схемы измерений необходимо анализировать второе слагаемое в уравнениях (6) и (7) целиком.

**2. Вращательное движение [2].** Эта схема трения (рис. 2) реализована на большинстве серийных машин трения: МФТ-1, МДП-1, УМТ-1, СМЦ-1, СМТ-1. Здесь момент трения возникает в трущейся паре образцов 3, 4 и, передаваясь через неподвижный вал 5 и подшипники 7, воздействует через флажок 6 на датчик момента трения 9. Усилие взаимного поджатия образцов передается на неподвижный вал также через подшипник 8. Как видно из рисунка, по аналогии с соотношением (1) можно записать

$$M_{TP}^I - M_{TP}^{II} - M_{TP}^C + M_{II} = 0 \quad (8)$$

Но роль массы здесь будет играть момент инерции вдоль оси вращения, а перемещение — угол закручивания вала 5, т. е. с учетом выражений {2}—(4), а также

$$F_{TP}^{II} = M_{TP}^{II} / r_{CP} \quad (9)$$

имеем, что

$$M_{II} = \frac{J}{c} \cdot \frac{d^2 M_{TP}^{II}}{dt^2} \quad (10)$$

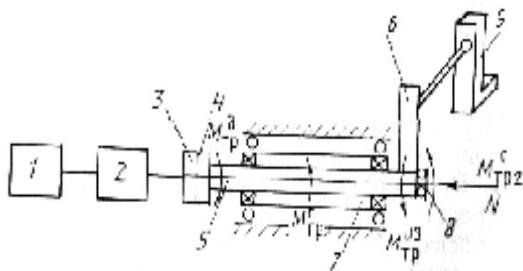


Рис. 2. Установка для испытания при вращательном или колебательном движении: 1 — привод; 2—передаточный механизм; 3—подвижный образец; 4 — неподвижный образец; 5—вал; 6—флажок; 7— система плоских и радиальных подшипников; 8 — упорный подшипник; 9 — упругий элемент датчика

Решая совместно уравнения (8)-(10) и пренебрегая

$$M_{TP}^C = M_{TP1}^C + M_{TP}^C,$$

ввиду их малости, получим

$$M_{TP}^D = M_{TP1}^{H3} + M_{TP2}^C \quad (11)$$

откуда можно перейти к силе трения

$$F_{TP}^D = \frac{l}{r_{CP}} \left[ M_{TP}^{H3} - \frac{J}{c} \cdot \frac{d^2 M_{TP}^{H3}}{dt^2} \right] \quad (12)$$

**3. Осциллирующее движение.** Кинематическая схема установки [3] аналогична схеме на рис. 1 при возвратно-поступательном движении образцов и схеме на рис. 2 при колебательном движении образцов, их направления векторов сил и моментов будут непрерывно изменяться согласно направленного движения подвижного образца. Но характер погрешностей остается прежним и описывается уравнениями (6), (7) и (11), (12).

Рассмотренные выше три основных типа движения при испытании на трение позволяют проводить анализ более сложных схем, в которых невозможно пренебрегать параметрами  $F_{mp}^c$  и  $M_{mp}^c$  и где сама измерительная система испытывает перемещение с ускорением.

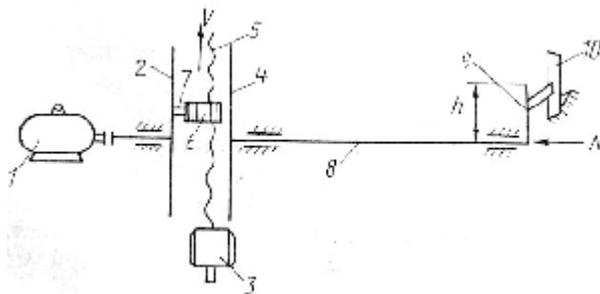
**4. Движение по спирали Архимеда.** Такая схема трения обычно применяется для моделирования испытаний на длинномерной направляющей. Кинематическая схема приведена на рис. 3 [4]. Диск 2 вращается с угловой скоростью  $w$  и угловым ускорением  $\epsilon$ . Одновременно образец 7 перемещается по направляющим 4 вдоль радиуса диска со скоростью  $v$  и ускорением  $w$ . Сила трения образца по диску может измеряться датчиком 10 через вал 8 и флажок 9 либо датчиком силы трения, размещенным на каретке образцедержателя и самоустанавливающимся вдоль вектора результирующей силы. Расположение векторов для обоих способов измерения силы трения показано на рис. 4.

Тогда

$$a = \arctg \frac{u_{omn}}{u_{nep}}, u_{nep} = wr, u_{omn} = u, r = ut,$$

$$a = \arctg \frac{1}{wt}, w_{omn} = w, w_k = 2 \sqrt{w \cdot u} \sin b = 2wu,$$

(13)

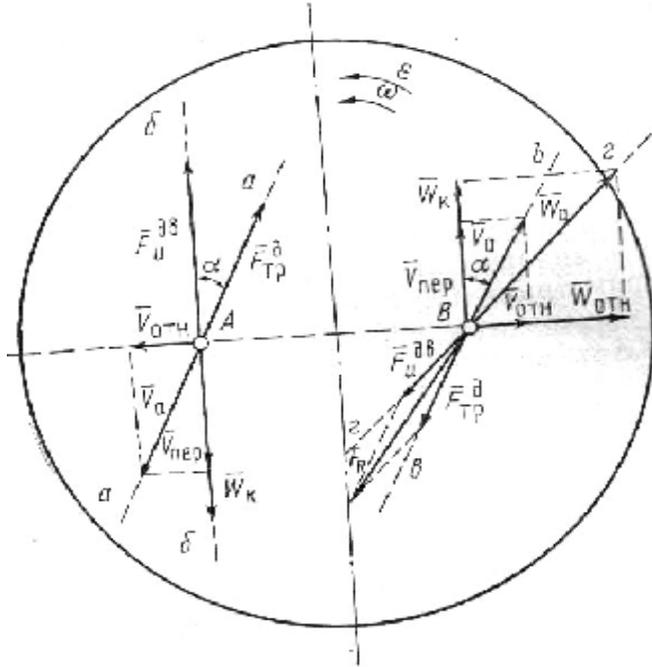


так как  $\beta=90^\circ$ .

Рис. 3. Установка для испытания при движении по спирали Архимеда: 1 — привод; 2 — диск; 3 — привод каретки образцедержателя; 4 — направляющие; 5 — винт; 6 — каретка образцедержателя; 7 — образец типа «палец»; 8 — неподвижный вал; 9 — флажок; 10 — датчик силы трения

В точке  $A$  сила трения  $F_{mp}^D$  направлена вдоль линии  $a-a$ , образованной результирующим вектором скорости  $\vec{v}_a$ . Но на упругий элемент датчика силы трения 10 действует момент, обусловленный проекцией силы трения на линию  $b-b$ , а также силой инерции  $F_{iu}^D$ ,

обусловленной Кориолисовым ускорением  $w_k$  и ускорением перемещения измерительной системы, а также массой каретки образцедержателя  $b$  с образцом  $7$ . Тогда по аналогии с уравнениями (11), (12) имеем, что



$$M_{TP}^{ИЗ} = \left[ F_{TP}^д \cos a + F_{TP}^{иДВ} + \frac{J}{cr} \cdot \frac{d^2 M_{TP}^{ИЗ}}{dt^2} \right] \cdot r. \quad (14)$$

Рис. 4. Схема расположения векторов скоростей, ускорений и сил при измерении силы трения датчиком  $10$  (точка  $A$ ) и при измерении силы трения системой, расположенной на каретке образцедержателя и самоустанавливающейся вдоль вектора результирующей силы (точка  $B$  сферического шарнира)

С учетом уравнения (13) получим

$$F_{TP}^д = \frac{\frac{M_{TP}^{ИЗ}}{ut} - \frac{P}{g} \cdot 2wu - \frac{J}{cut} \cdot \frac{d^2 M_{TP}^{ИЗ}}{dt^2}}{\cos \arctg \frac{1}{wt}} \quad (15)$$

В точке  $B$  на силоизмеритель действует сила инерции  $F_u^{\delta\delta}$ , обусловленная не только кориолисовым ускорением  $w_k$ , но и ускорением относительного движения  $w_{отн}$  и направленная вдоль линии  $z-z$ . Но действительная сила трения по-прежнему направлена вдоль линии  $в-в$  вектора  $\bar{v}_a$ . Поэтому сила  $F_R$ , определенная силоизмерителем, будет результатом векторного суммирования  $\bar{F}_u^{\delta\delta}$  и  $\bar{F}_{тр}^{\delta}$  и к ней прибавится сила инерции, вызванная ускорением перемещения упругой части силоизмерителя вместе с образцедержателем и образцом (общей массой  $P_I$ ).

Тогда

$$F_{TP}^{H3} = F_R + \frac{P1}{g \cdot c} \cdot \frac{d^2 F_{TP}^{H3}}{dt^2} \quad (16)$$

$$F_R = \sqrt{(F_{II}^{DB})^2 + (F_{TP}^D)^2 + 2F_{II}^{DB} \cdot F_{TP}^D \cos g} \quad (17)$$

$$w_a = \sqrt{w_{OTH}^2 + w_K^2} \quad (18)$$

$$g = \left| \arctg \frac{u_{ПЕР}}{u_{ОТН}} - \arctg \frac{w_K}{w_{ОТН}} \right| \quad (19)$$

$$F_{II}^{DB} = \frac{P1}{g} w_a \quad (20)$$

$$(F_{TP}^D)^2 + 2F_{II}^D \cdot F_{TP}^D \cdot \cos g + Z = 0$$

$$Z = (F_{II}^{DB})^2 - \left[ F_{TP}^{H3} - \frac{P1}{g} \cdot \frac{d^2 F_{TP}^{H3}}{dt^2} \right]^2 \quad (21)$$

где

Это выражение представляет собой квадратное уравнение, в решении которого имеет физический смысл только один корень, принимающий положительное значение, а именно

$$F_{TP}^D = -Y \cos g + \sqrt{Y^2 \cdot \cos^2 g - Y^2 + Z^2} \quad (22)$$

$$Y = \frac{P1}{g} \sqrt{w^2 + 4w^2 u^2}.$$

где

**5. Колебательное движение в шарнире.** Эта схема трения используется достаточно широко (рис.5, [4]). Здесь сферический или цилиндрический элемент 1 поджимается к основанию 2 верхней крышкой 3. Возможно также его нагружение через шток 14. Кривошипно-шатунный механизм 6, 7 через коромысло 5 и тяги 4 приводит испытуемый элемент в колебательное движение.

Общая формула для оценки погрешности  $F_{mp}^{\partial 6}$  аналогична уравнениям (11) и (12), но в зависимости от точки установки датчика силы (момента) трения в параметр  $J$  будут включены различные моменты инерции.

При измерении силы трения  $F_{mp1}^{u3}$  на вкладыше 11 его момент инерции равен половине момента инерции тонкого кольца [6].

Если используются датчики 8, то погрешность  $F_{mp2}^{u3}$  определится моментом инерции сферического или цилиндрического элемента 1 [6].

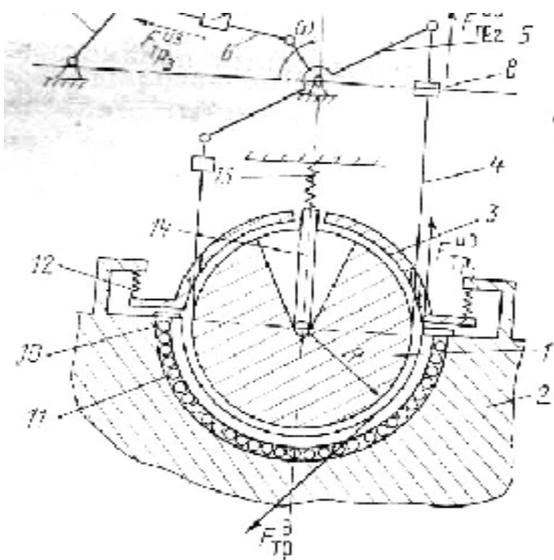


Рис. 5. Установка для испытания при колебательном движении: 1 — сферический или цилиндрический элемент; 2, 3 — нижнее и верхнее основание; 4 — тяги; 5 — коромысло; 6, 7 — кривошипно-шатунный механизм; 8—10 — датчики силы трения; 11 — измерительный вкладыш; 12, 13 — пружины; 14 — шток

При измерении силы  $F_{тр}^{u3}$  датчиком 9, с условием, что высота рычага коромысла 5 равна радиусу, а угол качания невелик, к моменту инерции элемента 1 добавится момент инерции коромысла, который можно представить как стержень.

**6. Колебательное движение в шариковом передаточном механизме.** Этот механизм представляет собой шарикопровод, заполненный шариками [5], который способен передавать усилие в произвольном направлении. На рис. 6 показана кинематическая схема экспериментальной установки [4] с произвольно выбранной формой шарикопровода. Привод колебательного движения аналогичен рис. 5. Поэтому и анализ погрешностей аналогичен предыдущему разделу. Для датчика 10 погрешность обусловлена только массой фрагмента шарикопровода и описывается уравнением (7). Для датчиков 8 и 9, как и в предыдущем случае, погрешность будет определяться выражением (11), но значение момента инерции шариков, движущихся по шарикопроводу, следует определять согласно выражению [6]:

$$J = \sum_{i=1}^K m_i \left( \frac{u_{si}}{w} \right)^2 + \sum_{j=1}^n J_{sj} \left( \frac{w_j}{w} \right)^2. \quad (23)$$

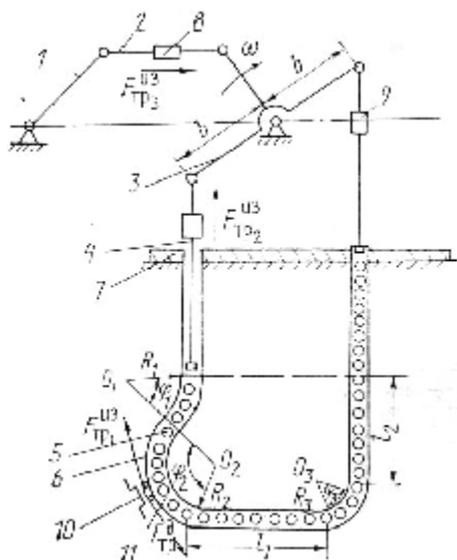


Рис. 6. Установка для испытания передаточного механизма при колебательном движении: 1, 2 — кривошипно-шатунный механизм; 3 — коромысло; 4 — упоры; 5 — шарики; 6 — шарикопровод; 7 — основание; 5—10 — датчики силы трения; 11 — вырезанный

фрагмент шарикопровода, установленный на катки и заторможенный датчиком силы трения

$$u_{si} = u_s = wb, m_i = \frac{i_i P_{uu}}{g d_{uu}},$$

Раскроем смысл этих параметров:

$$J_{sj} = \frac{a_j}{2p} \cdot \frac{P_j}{g} \cdot R_j^2, P_j = \frac{a_j R_j P_{uu}}{d_{uu}}$$

(24)

Тогда погрешность измерения силы трения для датчиков 9 определится из выражения:

$$F_{TP}^D = F_{TP}^{ИЗ} - \frac{P_{ш} b}{g^2 c \cdot d_{uu}} \left[ \sum_{i=1}^k l_i + \frac{1}{2p} \sum_{j=1}^n a_j^2 \cdot R_j \right] \frac{d^2 F_{TP}^{ИЗ}}{dt^2}. \quad (25)$$

Если измерение проводилось датчиком 8, то при тех же ограничениях, что и в предыдущем случае для установки на испытание шарниров на трение, к моменту инерции шариков, движущихся в трубопроводе, добавится момент инерции коромысла (см. п.5)

**7. Оценка величины погрешности.** Для поступательного движения воспользуемся случаем, когда измерительная система закреплена на движущейся части, как, например, в установке для исследования башмаков [7]. Скорость образца уменьшается от 300 м/с до нуля за 7 с.. Считая, что сила трения при снижении скорости возрастает, пренебрегая сопротивлением воздуха и полагая, что среднее значение ускорения  $w=30$  м/с<sup>2</sup>, а сила трения изменяется от 200 Н до 500 Н, при массе образца и всех связанных с ним частей измерительной системы  $P=2$  кг,

Расчет погрешности при возвратно-поступательном			
Фаза криво- шипа, град.	Сила трения, Н		Погрешность измерения, %
	измеренная	действительная	
30	800	475	68
75	300	330	9
165	500	326	53
240	—300	—312	4
330	—580	—264	120

жесткости тензобалки  $c=10^5$  Н/м, получим погрешность измерения от-10 до 40%. Для случая, когда система измерения закреплена на неподвижной части при массе контртела 80 кг, для аналогичных условий получим, что погрешность измерения силы трения составит около 5%, однако подобное конструктивное решение затруднено ввиду больших потерь на трение в опорах контртела.

Для оценки погрешностей при возвратно-поступательном трении воспользуемся результатами испытаний пары трения сталь 12Х18Н10Т— графитизированный текстолит при смазке водой на машине возвратно-поступательного трения [4] на следующих режимах работы: средняя скорость относительного скольжения 5 м/с; номинальное давление 30 МПа; длина пути трения 0,1 м; жесткость тензобалки  $10^5$  Н/м; масса измерительной системы 0,5 кг. В таблице представлен фрагмент расчетов инерционной погрешности измерения силы трения.

Анализ выражений (6), (7) и (11), (12) показывает, что для уменьшения инерционных погрешностей необходимо уменьшение массы или момента инерции измерительной системы и увеличение жесткости тензобалки или радиуса испытываемых образцов. Если же это условие не

выполнимо, необходимо дифференцирование графика изменения во времени  $F_{тр}^{u3}$  или  $M_{тр}^{u3}$ , что возможно с применением ЭВМ. При использовании же стенов со схемами, описанными в пунктах 4—6, только расчет на ЭВМ позволит с приемлемой точностью определить  $F_{тр}^0$  или  $M_{тр}^0$ .

Из таблицы следует, что при возвратно-поступательном движении наибольшие погрешности возникают при перемене направления движения, что хорошо объясняется полученными зависимостями, так как при этом вторая производная от графика  $F_{тр}^{u3}$  будет иметь наибольшее значение.

Формулы (22)—(29) показывают, что датчики силы трения необходимо располагать как можно ближе к зоне трения, а сама измерительная система не должна совершать никакого дополнительного движения» кроме как за счет силы трения, либо совершать только равномерное движение.

### Обозначения

$F_{тр}^0$ ,  $M_{тр}^0$  — сила и момент трения;  $F_{тр}^{u3}$ ,  $M_{тр}^{u3}$  — сила и момент, воздействующие на датчик силы трения;  $F_{тр}^c$ ,  $M_{тр}^c$  — сила и момент трения в измерительной системе;  $F_u$  — сила инерции;  $a$  — ускорение движения системы образцедержателя неподвижного образца;  $t$  — текущее время;  $P$  — общая масса системы образцедержателя и образца,  $g$  — ускорение свободного падения;  $x$  — величина перемещения образцедержателя с образцом за счет деформации упругого элемента датчика силы трения;  $c$  — жесткость элемента датчика силы трения;  $N$  — усилие взаимного прижатия образцов;  $\omega$ ,  $\varepsilon$ ,  $v$ ,  $w$  — угловые и линейные ускорение и скорость относительного перемещения образцов;  $J$  — момент инерции измерительной системы относительно оси вращения подвижного образца:  $r_{cp}$  — средний радиус приложения силы трения;  $r$  — расстояние от центра диска до образца типа «палец»;  $v_{nep}$  — переносная скорость движения образца обусловленная вращением диска;  $v_{отн}$  — относительная скорость образца в радиальном направлении диска;  $v_a$  — абсолютная скорость движения образца;  $\alpha$  — угол между векторами абсолютной  $v_a$  и переносной  $v_{nep}$  скорости;  $w_{nep}$  — переносное ускорение состоящее из нормального  $w_{nep}^n$  и тангенциального  $w_{nep}^t$ ;  $w_k$  — кориолисово ускорение направленное перпендикулярно плоскости, образованной векторами  $\vec{v}_{отн}$  и  $w$ ;  $b$  — угол между векторами  $\vec{v}_{отн}$  и  $w$ ;  $F_{u}^{06}$  — дополнительная сила инерции, вызванная перемещением измерительной системы с ускорением в процессе измерения силы трения;  $g$  — угол между векторами  $F_{u}^{06}$  и  $F_{тр}^0$ ;  $F_R$  — результирующая сила, воздействующая на датчик силы трения, расположенный на каретке образцедержателя;  $R$  — радиус сферического (цилиндрического) элемента;  $R_1, R_2, R_3$  — радиусы закруглений шариковод;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  — углы секторов закруглений;  $l_1, l_2$  — длина прямых участков шариковода;  $b$  — плечо коромысла;  $P_{ш}$  — масса одного шарика;  $d_{ш}$  — его диаметр;  $k$  — число линейных участков;  $n$  — число закругленных участков;  $\omega_j$  — угловая скорость движения шариков на  $j$ -м закругленном участке;  $v_{si}$  — линейная скорость движения шариков в  $i$ -м линейном участке;  $i, j$  — текущий номер прямолинейного и закругленного участка шариковода.

### Summary

The analysis of errors, originating in the measuring of friction force (momentum) in made for the most often found schemes of experimental devices. The accurate formula for calculating the errors are presented and recommendations on the constructive reduction of their value are given.

### Литература

1. Казимиров И. П., Бреус С. А., Пистунов И. Н. // Метрология. 1988. № 5 С. 45—49.
2. Казимиров И. П., Пистунов И. Н., Плошенко И. Г. // Метрология. 1988. № 4 • С. 40—44.
3. Мамон Л. И., Дудка А. Н., Пистунов И. Н. // Зав. лаб. 1989. № 3. С. 61—64.

4. **Пистунов И. Н., Чичинадзе А. В., Мамон Л. И.** // Тез. докл. III Моск. науч.-техн конф. М., 1987. С. 187.
5. **Шаумян Г. А., Стародумов В. С., Нехаенко В. М.** Шариковые передаточные механизмы. М., 1976.
6. **Кожевников С. Н., Есиненко Л. И., Раскин Л. М.** Механизмы: Справ. М., 1975
7. **Чичинадзе А. В., Матвеевский Р. М., Браун Э. Д. и др.** Материалы в триботехнике нестационарных процессов. М., 1986.