

© І.В. Бельмас¹, Д.Л. Колосов², С.В. Онищенко²,
О.І. Білоус¹, Г.І. Танцура¹, П.В. Черниш²

¹ Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна

² Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН КОМПОЗИТНОГО КАНАТА З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ НЕЛІНІЙНОСТІ ЙОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТА РОЗРИВУ ЕЛЕМЕНТУ АРМУВАННЯ

© I. Belmas¹, D. Kolosov², S. Onyshchenko², O. Bilous¹, H. Tantsura¹, P. Chernysh²

¹ Dniprovsk State Technical University, Kamianske, Ukraine

² Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

STRESS-STRAIN STATE OF COMPOSITE ROPE CONSIDERING INFLUENCE OF ITS NONLINEAR DEFORMATION AND REINFORCEMENT ELEMENT BREAKAGE

Мета. Встановлення характеру впливу нелінійності деформування гумотросового каната з розривом суцільності його довільного троса. Обґрунтування методу визначення напружено-деформованого стану каната.

Методика дослідження. Побудова математичної моделі напружено-деформованого стану гумотросового каната з урахуванням нелінійності його деформування за наявності розриву суцільності довільного троса та аналітичне розв'язання методами механіки шаруватих композитних матеріалів з м'якими та жорсткими шарами.

Результати дослідження. Розроблено алгоритм визначення напружено-деформованого стану гумотросового каната довільної конструкції, з урахуванням нелінійності його деформування та за наявності розриву суцільності довільно розташованого троса. Модель напружено-деформованого стану гумотросового каната розв'язано аналітично в замкненому вигляді, що дозволяє вважати отриманий алгоритм достатньо достовірним.

Наукова новизна. Встановлення характеру впливу нелінійності деформування гумотросового каната з розривом троса на його напружено-деформований стан. Обґрунтування методики визначення напруженого стану гумотросового каната з урахуванням механічних характеристик та конструкції каната, нелінійності його деформування та можливого розриву довільного троса.

Практичне значення. Розроблений алгоритм дозволяє розраховувати переміщення тросів та розподіли сил поміж ними в гумотросовому канаті заданої конструкції з ушкодженим довільним тросом за заданих умов приєднання кінців каната. Отримані результати надають можливість урахування впливу нелінійності деформування каната з розривом троса на напружений стан каната та дозволяють обґрунтовано визначати можливість безпечної експлуатації гумотросових канатів на підйомних машинах та використання їх як вантових канатів капітальних споруд.

Ключові слова: плоский гумотросовий канат, композитна конструкція, вантовий канат, напружено-деформований стан, нелінійність деформування, розрив троса, математична модель, граничні умови, алгоритм визначення, експлуатаційна безпека.

Вступ. Канат підйомної машини утримує вантаж. Вантовий канат утримує капітальну споруду. Його міцність, разом з іншими чинниками, впливає на рівень безпеки використання підйомної машини, експлуатації капітальної споруди. Композитний (гумотросовий) канат складено з елементів армування (тросів), що з'єднані еластомірною (гумовою) оболонкою. Вона захищає троси від агресивного впливу довкілля, механічного зносу в процесі взаємодії каната з елементами підйомного комплексу. Троси в процесі експлуатації канатів можуть руйнуватися, що призводить до зменшення тягової спроможності останніх.

Методика визначення напруженого стану гумотросового каната з урахуванням механічних характеристик та конструкції каната, нелінійності деформування та можливого розриву довільного тросу відсутня. Відсутність можливості визначити напружений стан канатів з урахуванням комплексу перерахованих чинників обмежує їх використання в підйомних машинах та як вантових канатів капітальних споруд. Розробка методики визначення напруженого стану каната дозволить розв'язати актуальну задачу підвищення безпеки використання гумотросових канатів на підйомних машинах та як вантових канатів капітальних споруд.

Аналіз стану питання. Гумотросовий канат – композитна конструкція. Вплив розривів елементів армування стрічки проаналізовано в публікаціях [1-10]. Можливості часткового відновлення тягової спроможності гумотросових канатів та стрічок присвячені роботи [11, 12]. Гумотросовий пас передачі з кінематичним зв'язком, як і гумотросовий канат з ушкодженнями, має ділянки з локальними перерозподілами сил поміж тяговими складовими. Аналіз напруженого стану гнучкого тягового органа з кінематичним зв'язком [13] наведено в роботі [14]. Розриви неперервності тросів мають місце в стикових з'єднаннях. В них усі троси мають розриви неперервності. В статті [15] зроблено аналіз схем з'єднань гумотросових стрічок. Дисертація [16] присвячена підвищенню надійності стикових з'єднань. В роботі [17] досліджено напружений стан такого з'єднання стрічки.

В наведених роботах не враховано вплив нелінійного закону деформування тросів гумотросового каната на його напружено-деформований стан.

Основний зміст дослідження. Прийmemo наступну розрахункову схему. Система з M паралельних, жорстких на згин пружних стрижнів довжиною L взаємодіє через пружне неперервне середовище, в якому виникають дотичні напруження. Деформування відбувається в межах лінійного закону. Один трос (j -тий) має розрив неперервності на відстані l ($0 < l < L$) від перерізу закріплення тросів. На канат діє сила P .

Розв'язок задачі має вигляд [8, 9]

$$u_i = \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_m e^{\beta_m x} + B_m e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i - 0,5)) + \frac{P x}{E F} + \varepsilon, \quad (1)$$

де A_m , B_m , ε – невідомі сталі величини; M – кількість тросів в канаті; P – сила розтягу троса; $\mu_m = \frac{\pi m}{M}$; $\beta_m = \pm \sqrt{2 \frac{G b k_G}{h E F} (1 - \cos(\mu_m))}$; b – товщина каната;

c – крок розташування тросів в канаті; d – діаметр троса; G – модуль зсуву матеріалу гумової оболонки каната; k_G – коефіцієнт, що враховує форму перерізу гумової оболонки; h – мінімальна відстань між суміжними тросами каната; E , F – зведений модуль пружності на розтяг матеріалу тросів та площа їх поперечного перерізу.

Навантаження тросів

$$p_i = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_m e^{\beta_m x} - B_m e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m (i - 0,5)) + P. \quad (2)$$

Канати приєднують до конструктивних елементів підйомних комплексів, капітальних споруд. Умови приєднання залежать від конструкції вузлів приєднання. Задачу визначення напружено-деформованого стану розв'яжемо у загальному вигляді – без завдання умов приєднання кінців каната. Згідно поставленої задачі, канат має розрив неперервності троса. Це унеможливило прийняття рішень (1) та (2) для каната в цілому. Застосуємо окремі рішення для двох частин каната. Для першої $0 \leq x \leq l$ та другої $l \leq x \leq L$ частин каната. Їм надамо номери 1 та 2. Номери будемо вказувати в нижньому індексі величини, що стосується лише вказаної частини. Переміщення та навантаження тросів другої частини запишемо в наступних формах

$$u_{i,2} = \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_{m,2} e^{\beta_m x} + B_{m,2} e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i - 0,5)) + \frac{P x}{EF} + \varepsilon_2, \quad (3)$$

$$p_{i,2} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_{m,2} e^{\beta_m x} - B_{m,2} e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m (i - 0,5)) + P. \quad (4)$$

Частини каната становлять собою єдиний канат довжиною L . В перерізі $x = l$ мають виконуватися умови

$$p_{i,1} = p_{i,2} \quad (1 \leq i \leq M), \quad (5)$$

$$p_{j,1} = p_{j,2} = 0. \quad (6)$$

Величина зазору поміж тросами в перерізі розриву залежить від навантаження каната. Умовно прийнемо її рівною одиниці. Умова виникнення одиничного зазору поміж кінцями ушкодженого троса

$$u_{i,1} - u_{i,2} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases}, \quad (7)$$

де j – номер троса з розривом неперервності в перерізі $x = l$.

Останню умову прирівняємо δ -функції. Її задамо рядом Фур'є на дискретній осі номерів тросів обмеженої довжини

$$u_{i,1} - u_{i,2} = \frac{2}{M} \cos(\mu_m (i - 0,5)) + \frac{1}{M}. \quad (8)$$

З умов (5) та (7) маємо наступні співвідношення

$$A_{m,1} - B_{m,1}e^{-2\beta_m l} - A_{m,2} + B_{m,2}e^{-2\beta_m l} = 0, \quad (9)$$

$$A_{m,1} + B_{m,1}e^{-2\beta_m l} - A_{m,2} - B_{m,2}e^{-2\beta_m l} = \frac{2}{M e^{\beta_m l}} \cos(\mu_m(j-0,5)), \quad (10)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1}{M}. \quad (11)$$

Після спрощення виразів (9), (10) отримаємо

$$A_{m,1} = A_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M e^{\beta_m l}}, \quad (12)$$

$$B_{m,1} = B_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M} e^{\beta_m l}. \quad (13)$$

Прийmemo, що переміщення першої частини відсутні $\varepsilon_1 = 0$. Тоді

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{M}. \quad (14)$$

Врахуємо вирази (9) та (10). Запишемо значення сили навантаження j -того троса в перерізі $x = l$. Відповідно до (6) внутрішня сила навантаження троса має дорівнювати нулю. Для цього помножимо першу складову виразу (2) на співвідношення реальної величини зазору поміж тросами та прийнятої в умові (7) рівною одиниці. Врахуємо (12), (13)

$$P_{i,1} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left(\begin{array}{c} A_{m,2} e^{\beta_m x} + \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M} \\ -B_{m,2} e^{-\beta_m x} - \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M} \end{array} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m(i-0,5)) Q + P, \quad (15)$$

де

$$Q = -P \left[\frac{EF}{M} \sum_{m=1}^{M-1} \left(\begin{array}{c} A_{m,2} e^{\beta_m l} + \cos(\mu_m(j-0,5)) \\ -B_{m,2} e^{-\beta_m l} - \cos(\mu_m(j-0,5)) \end{array} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m(j-0,5)) \right]^{-1}. \quad (16)$$

Відповідно, у інших виразах розподілу сил та переміщень тросів першої та другої частин, складові виразів, залежні від номера троса, мають бути помножені на вказане співвідношення. Вони визначають напружено-деформований стан каната з ушкодженим тросом.

В отриманих рішеннях залишаються невідомими два вектори невідомих сталей. Вони мають визначатися з умов закріплення кінців каната в підйомній установці або на капітальній споруді. Цими обчислюваннями завершається перша частина алгоритму розрахунку напружено-деформованого стану гумотросового каната.

Розглянемо вплив нелінійної залежності модуля пружності від прикладеного зусилля. Розглянемо другу частину алгоритму. Відсутність опору деформуванню ушкодженого троса супроводжується перерозподілом внутрішніх сил навантаження поміж іншими (цілими) тросами. Відповідно до принципу Сен-Венана локальна зміна форми твердого тіла, як і прикладення зосередженого зусилля, призводить до локального перерозподілу сил в пружному тілі – в канаті. Суттєво зростають внутрішні сили навантаження тросів, суміжних з ушкодженим. Напруження в тросах, суміжних з ушкодженим, значно (до 60 – 40%) перевищують середні.

Відомо, що модуль пружності матеріалів залежить від сили навантаження, коли напруження в навантаженому зразку перевищують деяке значення – межу пружності. Відповідно нелінійне деформування тросів каната з нерівномірним розподілом сил поміж тросами можна змодельовати лінійним, в якому деформації розглядати незмінними, а максимальні сили приймати зменшеними пропорційно відношенню модуля пружності, що відповідає дійсному навантаженню до лінійного його значення.

Закон зменшення внутрішніх сил навантаження максимально навантажених тросів задамо добутком рядів Фур'є в неперервних координатах на першій та другій частинах в інтервалах $0 \leq x \leq l$ та $l \leq x \leq L$ та в дискретних координатах номерів тросів, обмеженій їх кількістю. Таким чином модель деформованого стану та отримані залежності для випадку лінійного деформування каната (1), (3) залишаються незмінними. Незмінними залишаються, отримані з умов сумісного деформування співвідношення (12), (13). Вираз (14) буде залежним від кількості ψ тросів, суміжних з ушкодженим

$$\varepsilon_2 = -\frac{\psi}{M}. \quad (17)$$

Вирази внутрішніх сил навантаження тросів (2), (4) запишемо в наступних формах

$$P_{i,1} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left[\left(\left(A_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M e^{\beta_m l}} \right) e^{\beta_m x} - \left(B_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m(j-0,5))}{M} \right) e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} - \sum_{k=0}^K C_{k,1} \cos\left(\frac{\pi k x}{l}\right) \left(\cos(\mu_m(j-1,5)) + \phi \cos(\mu_m(j+0,5)) \right) \right] \cos(\mu_m(i-0,5)) + P, \quad (18)$$

$$P_{i,2} = EF \sum_{m=1}^{M-1} \left[\left(A_{m,2} e^{\beta_m x} - B_{m,2} e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} - \sum_{k=0}^K C_{k,2} \cos\left(\frac{\pi k x}{L-l}\right) \left(\cos(\mu_m(j-1,5)) + \phi \cos(\mu_m(j+0,5)) \right) \right] \cos(\mu_m(i-0,5)) + P, \quad (19)$$

де $C_{k,1}$, $C_{k,2}$ – коефіцієнти ряду Фур’є, що враховують відмінність лінійного модуля пружності троса від дійсного, залежного від навантаження; ϕ – коефіцієнт пропорційності зусиль навантаження $j+1$ -ого троса відносно $j-1$ -ого.

З умови рівності сил (5) між коефіцієнтами має забезпечуватися умова рівності

$$\sum_{k=0}^K C_{k,1} \cos(\pi k) = \sum_{k=0}^K C_{k,2} \cos\left(\frac{\pi k l}{L-l}\right). \quad (20)$$

Величина коефіцієнту Q зміниться. Він визначатиметься наступною залежністю

$$Q = -P \left[\sum_{m=1}^{M-1} E F \left(\begin{array}{c} \left(M A_{m,2} e^{\beta_m l} + \cos(\mu_m(j-0,5)) - \right) \frac{\beta_{m,k}}{M} - \\ - M B_{m,2} e^{-\beta_m l} - \cos(\mu_m(j-0,5)) \end{array} \right) \cos(\mu_m(j-0,5)) \right]^{-1} \cdot \left(\begin{array}{c} \cos(\mu_m(j-1,5)) + \\ + \phi \cos(\mu_m(j+0,5)) \end{array} \right). \quad (21)$$

Відзначимо, що вираз (20) отримано для загального випадку, коли ушкоджено не крайній трос. Для ушкодженого крайнього (першого) троса у виразі (20) відсутній елемент $\cos(\mu_m(j-1,5))$. У разі ушкодження троса за номером M відсутній елемент $\phi \cos(\mu_m(j+0,5))$.

Коефіцієнт Q визначено з умови урахування різниці розподілів сил, визначених для умов лінійного деформування та з урахуванням нелінійного деформування. На нього мають бути помножені перші складові розподілу деформацій та сил.

Остаточню алгоритм розрахунку полягає у визначенні за виразами (1) – (4), (9), 10, (12) – (14), (16) напружено-деформованого стану каната за умов лінійного деформування тросів. Визначити два невідомі вектори сталих з умов приєднання кінців каната до споруди або елементів підйомної машини. За визначеними розподілами сил в тросах, суміжних з ушкодженим, підібрати закони зміни сил. Він має компенсувати перевищення розрахованих (лінійно залежних) зусиль над дійсними, визначеними з урахуванням розбіжностей значень лінійного та нелінійного модулів пружності. За визначеними законами визначити коефіцієнти ряду Фур’є $C_{k,1}$, $C_{k,2}$. Підставити значення коефіцієнтів у вираз (21). Знайти значення коефіцієнту Q . Помножити на нього перші складові значень внутрішніх сил навантаження тросів у виразах (19), (20) та переміщень у виразах (1), (3). Отримати шукані переміщення тросів та розподіли сил поміж ними в канаті заданої конструкції з ушкодженим довільним тросом за заданих умов приєднання кінців каната.

Висновки. Відомі дослідження не дозволяють урахувати вплив нелінійності деформування каната з ушкодженим тросом на його напружено-деформований стан.

Розроблена модель та алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану гумотросового каната довільної конструкції, з урахуванням нелінійного деформування тросів та за наявності в ньому розриву суцільності довільно розташованого троса. Модель побудована методами механіки композитних матеріалів. Вона розв'язана аналітично в замкненому вигляді. Отриманий алгоритм можна вважати достатньо достовірним і таким, що дозволяє обґрунтовано визначати умови безпечного використання гумотросових канатів у разі ушкодження довільного троса.

Перелік посилань

1. Волоховский, В.Ю., Радин, В.П., & Рудяк, М.Б. (2010). Концентрация усилий в тросах и несущая способность резинотросовых конвейерных лент с повреждениями. *Вестник МЭИ*, (5), 5-12.
2. Бельмас, И.В. (1993). Напряженное состояние резинотросовой ленты при произвольном повреждении тросов. *Проблемы прочности и надежности машин*, (6), 45-48.
3. Бельмас, И.В., Колосов, Д.Л., Танцура, А.И., & Конох, Ю.В. (2009). Исследование влияния порыва тросовой основы на прочность каната ступенчатой конструкции. *Необратимые процессы в природе и технике: Материалы науч. конф. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2, 255-257.
4. Бельмас І.В., & Бобильова І.Т. (2012) Вплив поривів тросів на міцність плоского тягового органу. *Recueil des exposes des participants de VI Conference internationale scientifique et methodique*, 88-91.
5. Колосов, Л.В., & Бельмас, И.В. (1990). Исследование прочностных характеристик образцов поврежденных резинотросовых лент. *Известия вузов. Горный журнал*, (8), 81-84.
6. Колосов, Л.В., & Бельмас, И.В. (1991). Экспериментальные исследования агрегатной прочности РТЛ. *Известия вузов. Горный журнал*, (1), 85-87.
7. Ропай, В.А. (2016) *Шахтные уравнивающие канаты: монография*. Национальный горный университет.
8. Belmas, I., & Kolosov, D. (2011). The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. *Technical and Geoinformational Systems in Mining*, 211-214. <https://doi.org/10.1201/b11586-35>
9. Belmas, I., Kolosov, D., Bilous, O., & Onyshchenko, S. (2018). Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages. *Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools*, 26(2), 231-238.
10. Бельмас, І.В., Колосов, Д.Л., Чечель, Т.О., Воробйова, О.М., & Черниш, О.М. (2020). Вплив зміни в часі механічних властивостей гуми на напружений стан гумотросового тягового органу з ушкодженим тросом. *Збірник наукових праць національного гірничого університету*, (61), 149-155. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/62.149>
11. Колосов, Д.Л., Білоус, О.І., & Гуров, І.А. (2019). Міцність відновленої гумотросової стрічки. Математичні проблеми технічної механіки та прикладної математики. *Матеріали міжнародної наукової конференції*, 126-127.
12. Belmas, I., Kolosov, D., Onyshchenko, S., Vobylova, I. (2020). Часткове відновлення тягової здатності гумотросового тягового елемента з пошкодженою тросовою основою. *Збірник наукових праць національного гірничого університету*, (60), 196-206. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/60.196>

13. Бельмас, І.В., Білоус, О.І., Танцура, Г.І., & Бобильова, І.Т. (2018). *Зірочка*. (Патент № 117954)
14. Бельмас, І.В., Колосов, Д.Л., Білоус, О.І., & Бобильова, І.Т. (2019). Дослідження напруженого стану гнучкого тягового органу з кінематичним зв'язком. *Збірник наукових праць VIII Міжнародної науково-технічної конференції «Прогресивні технології в машинобудуванні РТМЕ 2019»*, 72-73.
15. Колосов, Л.В., & Бельмас, І.В. (1990). Анализ схем стыковых соединений резиновых лент. *Известия вузов. Горный журнал*, (2), 83-85.
16. Левченя, Ж.Б. (2004). *Повышение надежности стыковых соединений конвейерных лент на горнодобывающих предприятиях: На примере РУП "ПО "Беларуськалий"* (диссертация ... кандидата технических наук: 05.05.06).
17. Танцура, Г.І. (2010). *Гнучкі тягові органи в машинобудуванні. Стикові з'єднання конвеєрних стрічок: монографія*. ДДТУ.

ABSTRACT

Purpose. Establishing the influence character of deformation nonlinearity in a rubber-cable rope with a breakage of continuity of its arbitrary cable. Justification of a method of determining a stress-strain state of a rope.

Research methodology. Construction of a mathematical model of a stress-strain state of a rubber-cable rope considering nonlinearity of its deformation in a presence of a breakage of an arbitrary cable and analytical solution using the methods of mechanics of layered composite materials with soft and hard layers.

Findings. An algorithm for determining a stress-strain state of a rubber-cable rope of an arbitrary construction is developed, considering nonlinearity of its deformation and a presence of a breakage of an arbitrarily located cable. A stress-strain state model of a rubber-cable rope is solved analytically in a closed form, which allows considering the obtained algorithm sufficiently reliable.

Scientific novelty. Establishing an influence character of deformation nonlinearity in a rubber-cable rope with a cable breakage on its stress-strain state. Justification of a method for determining a stress state of a rubber-cable rope, considering mechanical characteristics and rope construction, a nonlinearity of its deformation, and a possible breakage of an arbitrary cable.

Practical significance. The developed algorithm allows calculating displacements of cables and distributions of forces among them in a rubber-cable rope of a given construction with a broken arbitrary cable under the given conditions of connecting rope ends. The results make it possible to consider the influence of nonlinear rope deformation with a cable breakage on a stress-strain state of a rope and allow a possibility of justified determination for safe operation of rubber-cable ropes in hoisting machines and as carrying elements of cable-stayed capital structures.

Keywords: *flat rubber-cable rope, composite construction, cable-stayed structure, stress-strain state, deformation nonlinearity, cable breakage, mathematical model, boundary conditions, determination algorithm, operational safety.*