УДК 622. 742. 002. 5

В.П. НАДУТЫЙ, д-р техн. наук,
Е.С. ЛАПШИН, канд. техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Институт геотехнической механики)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ГРОХОЧЕНИЯ НА ДВУХСИТНОМ ГРОХОТЕ

Один из важнейших параметров вибрационного процесса грохочения – продолжительность грохочения. От нее зависит рациональная длина сита, обеспечивающая достижение заданной эффективности разделения.

Многочисленные экспериментальные исследования процесса грохочения свидетельствуют, что большая часть мелких классов отсеивается уже на первой трети длины грохота. При дальнейшем увеличении длины пути эффективность грохочения продолжает медленно повышаться, асимптотически приближаясь к 100% при бесконечной продолжительности, т. е. очень большой длине просеивающей поверхности [1]. Однако значительное удлинение грохота экономически невыгодно. В работах [2, 3] установлена связь между количеством падений частицы на сито и вероятностью остаться на нем:

$$P_{ост} = (1 - P_{прс})^k , \qquad 12$$

где $P_{прс}$ – вероятность просеивания; k – количество падений частицы на просеивающую поверхность (при одноударном и однократном режиме вибротранспортирования k – количество периодов колебаний). Формула (1) получена только для односитного грохота. Однако подавляющее количество грохотов, эксплуатируемых в горной промышленности, – двухситные. В этой связи цель работы – определение продолжительности грохочения на двухситном грохоте.

В работах [4–6] предложено моделировать процесс грохочения марковской цепью переменной структуры, что позволяет учитывать сегрегацию, просеивание, вибротранспортирование, изменение высоты слоя в результате просеивания, конкуренцию частиц, забивание сита. При такой общей постановке анализ процесса возможен только численным методом.

Рассмотрим процесс грохочение, когда доминирует просеивание над сегрегацией. Он реализуется при движении сырья монослоем или если происходит идеальная сегрегация [7], а также когда при подаче сырья на грохот все мелкие частицы находятся в контактном слое. Именно для такого процесса и получена формула (1).

Мелкие частицы (далее частицы) в процессе грохочения могут находиться на верхнем или нижнем сите, а также просеяться под нижнее сито. Эти состояния соответственно обозначим 1, 2 и 3. Поскольку время прохождения частицы через сито существенно меньше периода колебаний, то будем считать – частицы переходят из одного состояния в другое в дискретные моменты времени t_k $(k=1,2,...,K)$, причем $t_k - t_{k-1} = k_{реж}T$, где $k_{реж}$ – кратность режима вибротранспортирования.

Введем обозначения: $P1_{прс}$ – вероятность просеивания на верхнем сите (вероятность перехода из состояния 1 в 2); $P2_{прс}$ – вероятность просеивания на нижнем сите (вероятность перехода из состояния 2 в 3); $P1_{ост}$ и $P2_{ост}$ – вероятности остаться соответственно на верхнем и нижнем сите.

Нас будет интересовать, как в результате просеивания изменяются вероятности нахождения частиц в состояниях 1, 2, и 3 . Эти вероятности обозначим $P_1(k)$, $P_2(k)$ и $P_3(k)$, где индексы соответствуют состояниям, а в скобках указывается количество падений. Будем считать, что вероятность нового состояния частиц зависит только от вероятности предшествующего состояния.

С учетом принятых допущений последовательность состояний образуют цепь Маркова, которая описывается уравнением [8]

$$\overline{P}(k) = \overline{P}(0)\left\|\pi_{ij}\right\|^k, \qquad 34$$

где $\overline{P}(k) = \left\|P_1(k)\ P_2(k)\ P_3(k)\right\|$ – вектор-строка вероятностей состояний после k падений частиц; $\overline{P}(0) = \left\|P_1(0)\ P_2(0)\ P_3(0)\right\|$ – вектор-строка вероятностей начального состояния частиц; $\left\|\pi_{ij}\right\| = \begin{Vmatrix} P1_{ост} & P1_{прс} & 0 \\ 0 & P2_{ост} & P2_{прс} \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$ – матрица вероятностей переходов (стохастическая матрица).

Вектор-строка вероятностей начального состояния равен

$$\overline{P}(0) = \|1 \quad 0 \quad 0\|.$$

Для того, чтобы определить каким будет вектор–строка через k шагов, необходимо вычислить значение матрицы $\|\pi_{ij}\|$ в степени k.

Из теории матриц известно [9], что матрицу $\|\pi_{ij}\|$, которая имеет различные характеристические корни, можно представить как

$$\|\pi_{ij}\| = \|S\| \cdot \begin{Vmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_3 \end{Vmatrix} \cdot \|S\|^{-1}, \qquad 56$$

где $\|S\|$ – несингулярная матрица, у которой детерминант отличный от нуля; $\|S\|^{-1}$ – обратная матрица; Λ_1, Λ_2 и Λ_3 – характеристические корни матрицы $\|\pi_{ij}\|$.

Имеем следующее характеристическое уравнение [9]:

$$|\boldsymbol{\pi} - \Lambda \mathbf{I}| = \begin{vmatrix} P1_{ocm} - \Lambda & P1_{npc} & 0 \\ 0 & P2_{ocm} - \Lambda & P2_{npc} \\ 0 & 0 & 1 - \Lambda \end{vmatrix} = 0, \qquad 78$$

где прямые скобки означают детерминант; $\boldsymbol{\pi} = \|\pi_{ij}\|$; $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Раскрывая определитель, получаем

$$\Lambda^3 - (1 + P1_{ocm} + P2_{ocm})\Lambda^2 + (P1_{ocm} + P1_{ocm}P2_{ocm} + P2_{ocm})\Lambda - P1_{ocm}P2_{ocm} = 0.$$

Их уравнения (4) находим характеристические корни

$$\Lambda_1 = 1, \quad \Lambda_2 = P2_{ocm}, \quad \Lambda_3 = P1_{ocm}.$$

Выражение (3) можно представить в виде

$$\left\|\pi_{ij}\right\|\cdot\left\|S\right\|=\left\|S\right\|\cdot\begin{Vmatrix}\Lambda_1 & 0 & 0\\ 0 & \Lambda_2 & 0\\ 0 & 0 & \Lambda_3\end{Vmatrix}.$$

Отсюда получаем систему линейных уравнений для определения элементов матрицы $\left\|S\right\|$

$$\begin{cases}(P1_{ocm}-1)s_{11}+P1_{npc}s_{21}=0; & P1_{npc}s_{23}=0;\\ (P1_{ocm}-P2_{ocm})s_{12}+P1_{npc}s_{22}=0; & P2_{npc}s_{32}=0;\\ (P2_{ocm}-1)s_{21}+P2_{npc}s_{31}=0; & (1-P2_{ocm})s_{32}=0;\\ (P2_{ocm}-P1_{ocm})s_{23}+P2_{npc}s_{33}=0; & (1-P1_{ocm})s_{33}=0.\end{cases}$$ 910

Решая систему (5), находим

$$\left\|S\right\|=\begin{Vmatrix}\dfrac{P1_{npc}P2_{npc}}{(P1_{ocm}-1)} & -P1_{npc} & 1\\ -P2_{npc} & P1_{ocm}-P2_{ocm} & 0\\ P2_{ocm}-1 & 0 & 0\end{Vmatrix}.$$

Обратная матрица равна

$$\left\|S\right\|^{-1}=\begin{Vmatrix}0 & 0 & \dfrac{1}{P2_{ocm}-1}\\ 0 & \dfrac{1}{P1_{ocm}-P2_{ocm}} & \dfrac{P2_{npc}}{(P2_{ocm}-1)(P1_{ocm}-P2_{ocm})}\\ 1 & \dfrac{P1_{npc}}{P1_{ocm}-P2_{ocm}} & \dfrac{P1_{npc}P2_{npc}}{(P1_{ocm}-1)(P1_{ocm}-P2_{ocm})}\end{Vmatrix}.$$

Учитывая (3), а также правило определения матричной функции, имеем

$$\left\|\pi_{ij}\right\|^k = \|S\| \cdot \begin{Vmatrix} \Lambda_1^k & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2^k & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_3^k \end{Vmatrix} \cdot \|S\|^{-1} .$$ 1112

По формуле (2) с учетом результата (6) и соотношений

$P1_{ост} = 1 - P1_{прс}$ и $P2_{ост} = 1 - P2_{прс}$

получаем следующие составляющие вектора вероятностей состояний:

$$P_1 = (1 - P1_{прс})^k ;$$ 1314

$$P_2 = \frac{P1_{прс}}{P2_{прс} - P1_{прс}} \left[(1 - P1_{прс})^k - (1 - P2_{прс})^k \right] ;$$ 1516

$$P_3 = 1 + \frac{1}{P1_{прс} - P2_{прс}} \left[P2_{прс}(1 - P1_{прс})^k - P1_{прс}(1 - P2_{прс})^k \right] .$$ 17
18

При расчетах по этим формулам необходимо соблюдать условие $P1_{прс} \neq P2_{прс}$. Такое ограничение связано с тем, что при его нарушении обратная матрица $\|S\|^{-1}$ не существует и, соответственно, представление (6) неосуществимо.

Формула (7) тождественна (1), полученной в работе [1] . Это еще одно подтверждение правомерности моделирования грохочения марковским процессом.

Зависимости (7) – (9) следует для определения количества k падений частиц на сито. Если задано P_1, то k вычисляется из уравнения (7) путем логарифмирования. Что же касается определения k по условию достижения требуемых значений P_2 и P_3, то выражения (8) и (9) аналитического решения не имеют. Они могут быть решены численно с помощью программ Mathcad, Matlab и др.

Знaя количество падений и учитывая, что очередное падение частицы происходит через время , получим искомую продолжительность грохочения

$$t_{гр} = kk_{реж}T \quad .$$ 1920

Рассмотрим пример. Дано: вероятности просеивания частиц на верхнем и нижнем сите, соответственно равны 0,6 и 0,1; требуемая эффективность грохочения 0,95; период колебания сита 0,067 с (частота 15 Гц); режим вибротранспортирования однократный. Определить продолжительность грохочения, при которой обеспечивается $P_3 = 0,95$.

Уравнение (9) при $P1_{прс} = 0,6$ и $P2_{прс} = 0,1$ решим с помощью программы Mathcad. Применив встроенную функцию $k := Find(k)$, которая реализует метод сопряженных градиентов, и выполнив округление до большего целого, имеем $k = 31$. По формуле (10) получим $t_{гр} = 31 \cdot 1 \cdot 0,067 = 2,077$ с.

Итак, моделируя процесс грохочения марковской цепью, определена продолжительность грохочения, обеспечивающая требуемую эффективность. Полученные аналитические зависимости (7) – (10) могут быть применены и в случае, когда сегрегация существенно влияет на процесс грохочения, а именно: на его заключительном этапе, а так же в качестве эталонного решения для проверки численного метода.

Разработанный метод использован для выбора рациональных параметров процесса грохочения.

Список литературы

1. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / Под ред. О.С. Богданова, В.А. Олевского. – М.: Недра, 1982. – 366 с.

2. **Nawrocki J.** An analytical – empirical method of determining the effective capacity of screens // Arh. mining. sci. – 1988. – 33№1 – P. 30 – 41.

3. **Kapur P.C., Ball B., Fuerstenau D.W.** A stochastic approach to sieving kinetics // International journal of Mineral Processing. – 1977. – №4. – P. 131 – 147.

4. Лапшин Е. С. Математическое моделирование процесса грохочения с использованием цепи Маркова // Збагачення корисних копалин: Наук. техн. зб. – 1999. – №5(46). – С.30 – 34.

5. **Надутый В.П., Лапшин Е.С.** Кинематика сыпучей среды при вибрационном грохочении // Вибрации в технике и техноло гиях: Всеукр. начн.-техн. журн. – Винница. – 2003. – №5(31). – С.51 – 54.

6. Идентификация процесса вибрационного грохочения с учетом сегрегации, просеивания и вибротранспортирования // Сб. докл. Междунар. науч.- техн. конф.: Технологическое оборудование для горной и нефтегазовой промышленности. – Екатеринбург. – 2002. – С.76 – 80.

7. **Вайсберг Л.А., Рубисов Д.Г.** Вибрационное грохочение сыпучих материалов:

моделирование процесса и технологический расчет. – С.-Пб.: Механобр, 1994.– 47 с.

8. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Под ред. Ю. В. Прохорова. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910 с.

9. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. – М.: Наука, 1966. – 576 с.

Надійшла до редколегії 20.04.2005 р.
Рекомендовано до публікації

УДК 622.73/74

А.С. КОФАНОВ, В.Ф. ЧУМАК
(Украина, Луганск, Государственное предприятие Государственный проектно-конструкторский институт обогатительного оборудования "Гипромашуглеобогащение")

ОПЫТ РАБОТЫ ИНСТИТУТА "ГИПРОМАШУГЛЕОБОГАЩЕНИЕ" В ОБЛАСТИ ГРОХОЧЕНИЯ

Общеизвестно, что грохочение – это процесс разделения сыпучих материалов по крупности на просеивающих поверхностях с калиброванными отверстиями.

Операции грохочения широко применяются на обогатительных и брикетных фабриках и сортировках, в производстве строительных материалов, в металлургической, химической и многих других отраслях промышленности. В технологической схеме обогащения или при подготовке полезных ископаемых к переработке выделяют следующие виды операций грохочения:

– предварительное – отделение от основной массы исходного материала крупных кусков для последующей их переработки, например, дробления;

– подготовительное – разделение исходного материала на несколько определяемых технологией обогащения классов крупности, предназначенных для последующей раздельной обработки в различных обогатительных аппаратах. Продукты подготовительного грохочения называют машинными классами;

– самостоятельное (окончательное) – разделение исходного материала на классы крупности, готовые для отправки потребителям;

– обезвоживающее – удаление основной массы воды, содержащейся в исходном материале, например, продуктах мокрого обогащения, а также отделение суспензии, обесшламливание и т.п.

По способу выделения машинных классов различают грохочение:

– сухое т.е. без применения обрабатывающей среды или с ее применением в качестве специально подаваемого воздуха или какого- либо другого газа;