

© Т.І. Русакова¹

¹ Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАКОПИЧЕННЯ ВІДХОДІВ В УКРАЇНІ

© T. Rusakova¹

¹ Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine

MATHEMATICAL MODEL OF WASTE ACCUMULATION IN UKRAINE

Мета. Аналіз та узагальнення джерел відходів як факторних величин, які формують загальні обсяги накопичених відходів в Україні, що негативно впливає на навколишнє середовище. Побудова математичної моделі накопичення відходів в Україні на основі отриманих результатів розрахунку статистичних показників. Проведення дослідження відносно впливу обраних факторів один на одного з метою уникнення в розрахунках явища неколінеарності або мультиколінеарності.

Методи дослідження. Застосування для моделювання методів множинного кореляційно-регресійного аналізу, які дозволяють на основі аналізу досліджуваних статистичних показників виокремити найбільш статистично значимі факторні величини, оцінити взаємозв'язок між ними та зв'язок цих факторних величин з результативною ознакою, що дає передумови для побудови математичної регресійної моделі.

Результати. На основі описової статистики представлено аналіз кожної з досліджуваних факторних величин таких, як утворені, утилізовані, спалені, видалені відходи, та встановлено тенденції їх зміни в продовж 2010-2020 років. Наведено результати кореляційно-регресійного аналізу статистичних даних: щільність кореляційних взаємозв'язків між обраними факторними змінними та результуючою змінною; коефіцієнт лінійної детермінації; міра якості рівняння регресії. Вилучено ті факторні змінні, які мають слабку кореляцію або мультиколінеарність. Отримано математичну модель на основі регресійно-дифузійного аналізу та перевірено її адекватність, середня відносна похибка розрахункових даних склала 6 %, максимальна відносна похибка – 10 %. Покращено лінійну математичну модель за рахунок введення нелінійних змінних, середня відносна похибка розрахункових даних склала 3 %, максимальна відносна похибка – 8 %.

Наукова новизна. Встановлено залежності та закономірності для обсягів утворених, утилізованих, спалених та видалених відходів. Розроблена багатofакторна математична модель, що встановлює зв'язок між різними видами відходів та загальним обсягом накопичених відходів, які мають тенденцію до зростання, а це в свою чергу, збільшує негативний вплив на навколишнє середовище.

Практична значимість. Математичний апарат для прогнозування загального обсягу накопичених відходів за рахунок сумісного впливу утворених, утилізованих, спалених, видалених відходів та їх комбінації, що є важливим при оцінці розмірів площ для накопичення відходів та створенні перспективних планів по їх утилізації.

Ключові слова: математична модель, відходи, кореляція, мультиколінеарність, методи статистики, обсяги накопичення відходів.

Вступ. Урбанізація та індустріалізація, зростання чисельності міського населення призводить до утворення та постійного збільшення відходів. Значний розвиток нових галузей видобувної, переробної та харчової промисловості, ви-

моги споживача до рівня кінцевої продукції є передумовою як економічного розвитку, так і фактором утворення значної кількості залишків та відходів.

Багато наукових робіт присвячено аналізу різного роду джерел відходів, їх небезпечності, методам утилізації, подальшого використання. Так у роботі [1] розглядаються категорії та джерела утворення відходів, оптимальні методи обробки та зменшення кількості відходів шляхом переробки та повторного використання відходів. Наукові дослідження [2] показали, що утилізація медичних відходів без попереднього усунення хвороботворних мікроорганізмів і небезпечних забруднювачів має негативний вплив на довкілля та здоров'я населення. Можливості використання промислових стічних вод, як потенційної сировини для отримання водню, що є перспективним альтернативним паливом, яке можна використовувати в паливних елементах з високою ефективністю, проаналізовані в роботі [3]. Також акцентується увага на біоінженерних технологіях у виробництві біовугілля (твердого продукту з високим вмістом вуглецю), адсорбційні властивості якого ідеальні для знезараження стічних вод, а саме для видалення різноманітних забруднюючих речовин, таких як важкі метали, барвники, органічні сполуки та пестициди. Наведено різні вихідні матеріали для виробництва біовугілля, різні умови виробничого процесу [4]. Промислові відходи в країнах, що розвиваються мають тенденцію до швидкого зростання, тоді як у розвинутих країнах рівень утворення відходів є стабільним або повільно зменшується. Країни, що розвиваються, також стикаються з великою загрозою через токсичні відходи. На сьогодні в розвинутих країнах світу розвивається ідеалістична концепція «нуль відходів» стосовно вирішення проблем поводження з відходами. В останні десятиліття були прийняті різні схеми поводження з твердими відходами, які включають вдосконалену систему (3R) повторного використання, переробки та відновлення. Зокрема, такі країни, як Швеція, дотримуються концепції сучасного управління відходами, щоб зменшити рівень їх утворення. В роботі [5] визначені основні питання та проблеми, що стосуються соціально-економічних аспектів та концепції охорони навколишнього середовища «нуль відходів». Показано, що актуальним є використання сільськогосподарських та лісових відходів в промисловості для заміни нафтопродуктів, оскільки вони є лігноцелюлозними матеріалами. Проаналізовані методи обробки твердих побутових відходів, що включають відкриті звалища, захоронення, переробку, компостування та рекуперацію енергії, світове виробництво становить близько 2 млрд. тон на рік. Обсяги промислових відходів у світі оцінюється приблизно 9 млрд тон на рік. В дослідженнях роботи [6] наголошується, що оскільки велика кількість відходів утворюється в різних галузях промисловості, неможливо зібрати та обробити всі відходи. Тому більшість промислових відходів незаконно скидають на безплідні землі, особливо в країнах, що розвиваються. Крім того, деякі галузі промисловості в розвинутих країнах експортують свої відходи в інші країни, зазвичай країни, що розвиваються. Це може призвести до перенесення забруднення навколишнього середовища з розвинутих країн у країни, що розвиваються [6]. Оскільки більшість країн, що розвиваються, мають погані засоби переробки та обробки відходів, це може становити серйозну загрозу для здоров'я людей та навколиш-

нього середовища. Промислові відходи, що містять значну концентрацію металів, і які неможливо переробити або відновити економічно, зазвичай можна видаляти на полігони [7], проте шлами з високим вмістом металів повинні бути нейтралізовані. Відходи з високим вмістом солей також можна видаляти на спеціальні звалища або використовувати, як наповнювач для будівництва доріг і гребель, але важливо звести до мінімуму контакт з водою, щоб запобігти вимиванню солей у навколишнє середовище [7]. В наступних роботах [8–9] висвітлюються питання відносно сільськогосподарських відходів та їх використання, як дешевого джерела субстрату для виробництва мікробних ферментів, за рахунок біоконсервації впливати на збагачення якості ґрунту.

Відсутність об'єктивної оцінки наявного рівня відходів та необхідних заходів до зменшення утворення відходів провокує виникнення серйозних екологічних проблем. Нерегульоване поводження з відходами призводить до негативного впливу на навколишнє середовище, до зростання кількості і рівня хронічних захворювань у населення, до зміни клімату та до зменшення міських територій, що зменшує тривалість життя людей.

Отже, актуальними є дослідження відносно аналізу та узагальнення різних джерел відходів, що формують загальні обсяги накопичених відходів в Україні, які негативно впливають на навколишнє середовище. А побудована математична модель накопичення відходів в Україні на основі отриманих результатів розрахунку статистичних показників встановлює кореляційний зв'язок між факторними та результуючими змінними.

Викладання основного матеріалу. Перший етап досліджень в даній роботі спрямований на встановлення закономірностей зміни окремих факторних змінних, якими виступають обсяги відходів: утворених, утилізованих, спалених, видалених та накопичених у спеціально відведених місцях за 2010-2020 роки. Вихідні значення факторних змінних отримано із відкритої інформації Державної служби статистики України [10]. Описова статистика проведена засобами аналізу даних в Excel та графічної візуалізації вихідних даних і розрахункових статистичних параметрів. На рисунку 1 показана динаміка зміни маси утворених відходів за 2010-2020 роки.

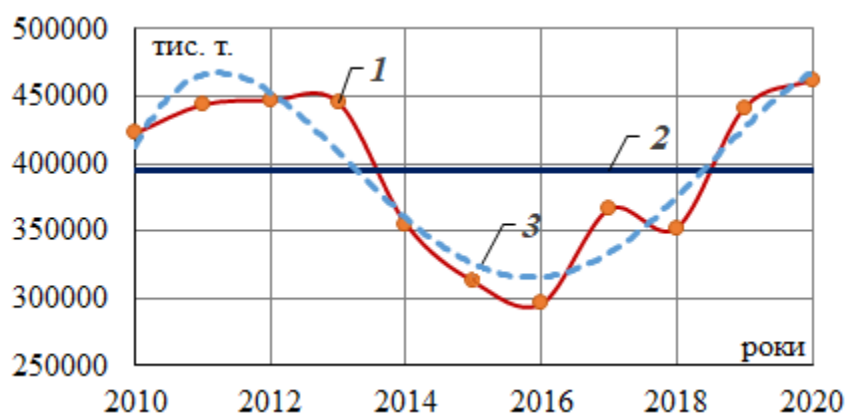


Рис. 1. Динаміка зміни маси утворених відходів за 2010-2020 роки:
1 – статистичні дані; 2 – середні значення; 3 – лінія тренду

Відносно маси утворених відходів (рис. 1) можна дати наступну описову статистику: загальна маса утворених відходів за вказаний період складає 4 343 740,4 тис. т; максимальне значення 462 373,5 тис. т було досягнуто у 2020 році; мінімальне значення – 295 870,1 тис. т у 2016 році, середнє значення – 394 885,5 тис. т.; медіана – 422 549,9 тис. т; розмах ряду даних – 166 503,4 тис. т – міра статистичної дисперсії; середнє квадратичне відхилення – 59 977,8 тис. т.

Більш наочне представлення відносного відхилення маси утворених відходів від середнього значення представлено на рисунку 2.

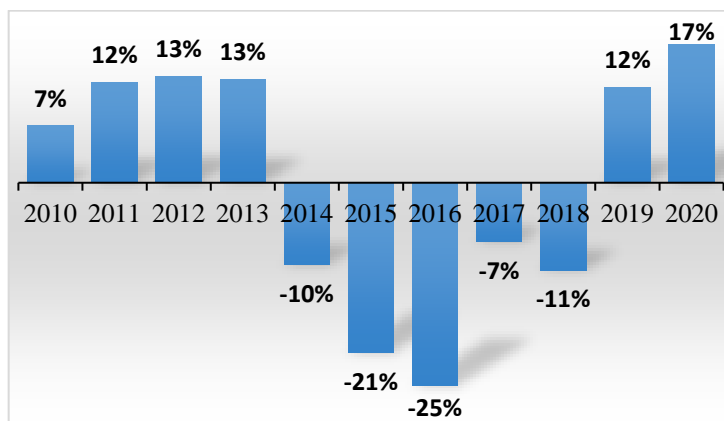


Рис. 2. Відносне відхилення від середнього значення маси утворених відходів за 2010-2020 роки, %

Можна бачити, що максимальне зменшення маси утворених відходів відносно середнього значення відбулося у 2016 році і складало (-25 %), тоді як максимальне збільшення відбулося у 2020 році – (+17 %). В середньому по абсолютній величині ці відхилення склали 13.5 %, тобто на таку величину кожен рік відбувалося збільшення або зменшення маси утворених відходів. Побудована лінія тренду за 11 років, як один із головних інструментів технічного аналізу (рис. 1, лінія 3) виявляє тенденції зміни та показує, що маса утворених відходів на найближчі 2-3 роки буде мати тенденцію до спадання.

Рівняння, яким описується лінія тренду для зміни маси утворених відходів з роками, має наступний вид:

$$m_1(x) = a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0, \text{ тис. т,} \quad (1)$$

де x – роки, $a_4 = -329,5$, $a_3 = 2655,9$, $a_2 = -8 \cdot 10^6$, $a_1 = 1 \cdot 10^{10}$, $a_0 = -5 \cdot 10^{12}$, величина достовірності апроксимації складає $R^2 = 0,8793$.

Періодичність між максимумами ряду даних становить 8-9 років, що дає можливість спрогнозувати в наступні 2023-2024 роки тенденцію до зменшення рівня утворення відходів, що підтверджується економічним спадом виробництва в Україні, а саме зараз під час військового стану. Через наступні 6-7 років відбудеться зростання утворення відходів і його максимальне значення ймовірно у 2030-2031 роках, коли відбудеться відродження і посилення розвитку економіки в Україні, а особливо промислового сектору виробництва.

Динаміка зміни утилізованих відходів за 2010-2020 роки показана на рисунку 3: загальна маса утилізованих відходів за вказаний період складає 1 286 715.4 тис. т.; максимальне значення 153 368.2 тис. т. було досягнуто у 2011 році; мінімальне значення – 84 630.3 тис. т. у 2016 році, середнє значення – 116 974.1 тис. т.; медіана – 108 024.1 тис. т.; розмах ряду даних – 68 737.9 тис. т.; середнє квадратичне відхилення – 24 882.8 тис. т.

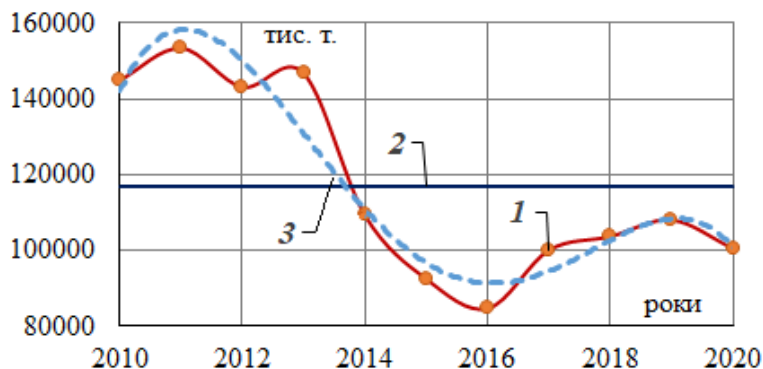


Рис. 3. Динаміка зміни маси утилізованих відходів за 2010-2020 роки:
1 – статистичні дані; 2 – середнє значення; 3 – лінія тренду

Якщо провести лінійні лінії тренду над піками максимумів або під піками мінімумів, то можна побачити спадаючу тенденцію відносно зміни маси утилізованих відходів. І така тенденція спостерігається з урахуванням того, що Україна імпортує деякі відходи для їх утилізації.

Відносні відхилення від середнього значення маси утилізованих відходів за 2010-2020 роки (рис. 4) показують, що максимальне значення відхилення відносно середнього значення спостерігалось у 2011 році і складало (+31 %), а потім відбувалося значне зменшення, мінімальне значення відхилення відносно середнього значення спостерігалось у 2016 році і складало (-28 %).

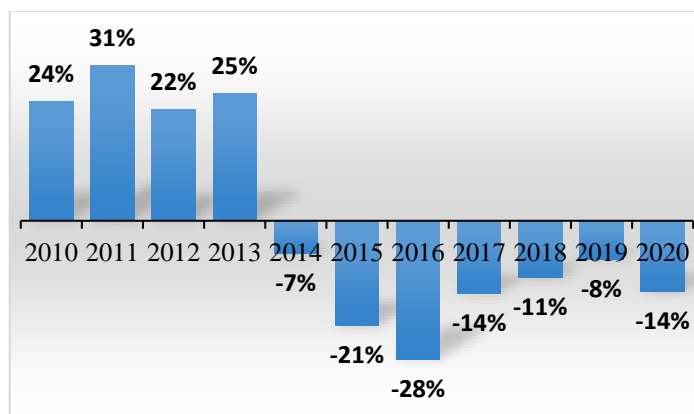


Рис. 4. Відносне відхилення від середнього значення маси утилізованих відходів за 2010-2020 роки, %

Починаючи з 2014 року середнє значення відхилення дорівнювало (-14.7 %), тобто на такий відсоток кожен рік відбувалося зменшення маси утилізованих від-

ходів. В найближчі 2-3 роки така тенденція буде зберігатися, вона описується наступним рівнянням:

$$m_2(x) = b_4 \cdot x^4 + b_3 \cdot x^3 + b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0, \text{ тис. т.}, \quad (2)$$

де x – роки, $b_4 = -143,6$, $b_3 = 1 \cdot 10^6$, $b_2 = -4 \cdot 10^9$, $b_1 = 5 \cdot 10^{12}$, $b_0 = -2 \cdot 10^{15}$, величина достовірності апроксимації складає $R^2 = 0,931$.

Наступний аналіз було проведено відносно тенденції зміни спалених відходів (рис. 5) за 2010-2020 роки: загальна маса спалених відходів за вказаний період склала 11 560.4 тис. т.; максимальне значення 1 201.1 тис. т. було досягнуто у 2012 році; мінімальне значення – 917.9 тис. т. у 2013 році, середнє значення – 1 050.9 тис. т.; медіана – 1 056.8 тис. т.; розмах ряду даних – 283.2 тис. т.; середнє квадратичне відхилення – 80.2 тис. т.

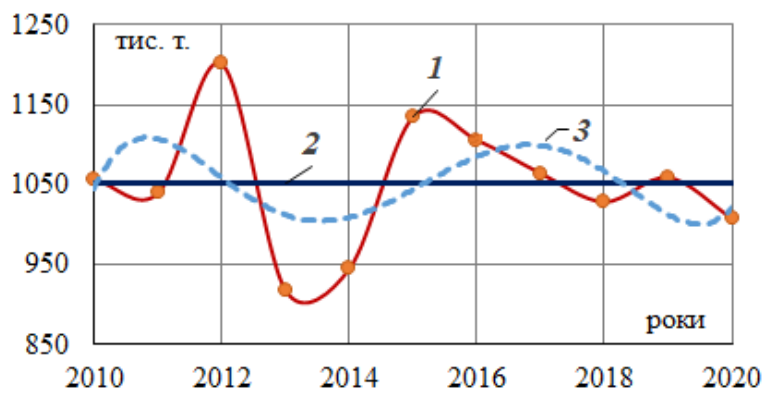


Рис. 5. Динаміка зміни маси спалених відходів за 2010-2020 роки: 1 – статистичні дані; 2 – середнє значення; 3 – лінія тренду

Динаміка зміни маси спалених відходів хоча і характеризується наявністю мінімумів та максимумів, але середнє квадратичне відхилення і розмах ряду даних мають невеликі значення 80.2 тис. т. і 283.2 тис. т. відповідно, що говорить про майже стабільний характер розподілу, а тому в найближчі роки не спостерігається тенденції до зростання чи спадання маси спалених відходів.

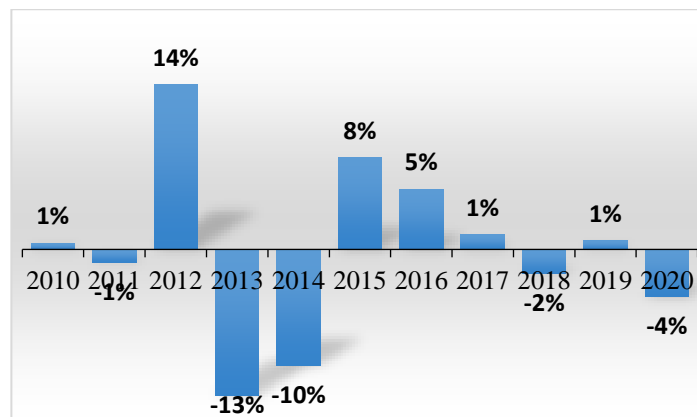


Рис. 6. Відносне відхилення від середнього значення маси спалених відходів за 2010-2020 роки, %

Якщо побудувати лінійну лінію тренду, то вона майже збігається із середнім значенням, а лінія тренду на рисунку 5 має коливальний характер, але в межах середнього значення. Відносні відхилення від середнього значення маси спалених відходів за 2010-2020 роки (див. рис. 6) показують, що максимальне значення відхилення відносно середнього значення спостерігалось у 2012 році і складало (+14 %), а мінімальне у 2013 році і складало (-13 %). Середнє значення відхилення по абсолютній величині дорівнює 5.5 %, тобто на такий відсоток кожен рік відбувалося зменшення або збільшення маси спалених відходів. В найближчі роки відхилення від середнього значення буде зберігатися в межах 6 %.

Зміна маси спалених відходів описується наступним рівнянням:

$$m_3(x) = c_5 \cdot x^5 + c_4 \cdot x^4 + c_3 \cdot x^3 + c_2 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + c_0, \text{ тис. т.} \quad (3)$$

де x – роки, $c_5 = 0,183$, $c_4 = -1838,4 \cdot 10^4$, $c_3 = 7 \cdot 10^6$, $c_2 = -1 \cdot 10^{10}$, $c_1 = 2 \cdot 10^{13}$, $c_0 = -6 \cdot 10^{15}$, величина достовірності апроксимації складає $R^2 = 0,7971$.

Аналіз маси утилізованих та спалених відходів відносно маси утворених відходів показує, що вони складають незначну їх частину, а саме, 29.6 % та 0.27 % відповідно, тому більша частина відходів видаляється у спеціально відведенні місця, де відбувається їх постійне накопичення.

Також було проведено аналіз відносно тенденції зміни видалених відходів у спеціально відведенні місця (рис. 7) за 2010-2020 роки.

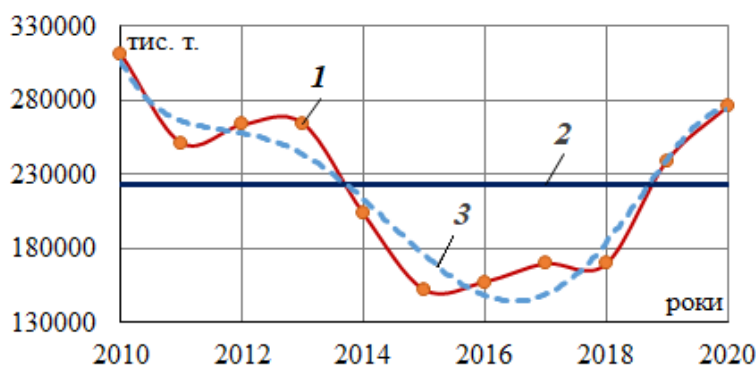


Рис. 7. Динаміка зміни маси видалених відходів у спеціально відведенні місця за 2010-2020 роки: 1 – статистичні дані; 2 – середнє значення; 3 – лінія тренду

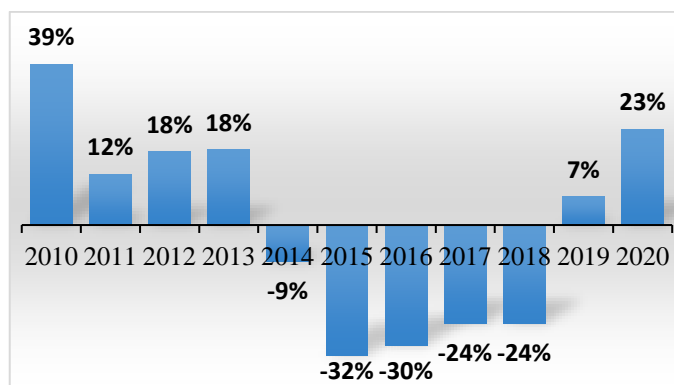


Рис. 8. Відносне відхилення від середнього значення маси видалених відходів у спеціально відведенні місця за 2010-2020 роки, %

Загальна маса цих відходів за вказаний період склала 2 458 909.4 тис. т.; максимальне значення 311 649 тис. т. було досягнуто у 2010 році; мінімальне значення – 152 295 тис. т. у 2015 році, середнє значення – 223 637.2 тис. т.; медіана – 238 997.2 тис. т.; розмах ряду даних – 159 354 тис. т.; середнє квадратичне відхилення – 55 201.1 тис. т.

Зміна маси видалених відходів описується наступним рівнянням:

$$m_4(x) = d_5 \cdot x^5 + d_4 \cdot x^4 + d_3 \cdot x^3 + d_2 \cdot x^2 + d_1 \cdot x + d_0, \text{ тис. т.} \quad (4)$$

де x – роки, $d_5 = -80,7$, $d_4 = 8,13 \cdot 10^4$, $d_3 = -3 \cdot 10^9$, $d_2 = 7 \cdot 10^{12}$, $d_1 = -7 \cdot 10^{15}$, $d_0 = 3 \cdot 10^{18}$, величина достовірності апроксимації складає $R^2 = 0,9318$.

Аналіз динаміки зміни маси видалених відходів у спеціально відведених місцях (див. рис. 7) та відносного відхилення від середнього значення (див. рис. 8) показує, що період між максимумом та мінімумом складає 5-6 років, тому до 2025-2026 років ймовірно спадання.

Другий етап досліджень в даній роботі спрямований на встановлення зв'язку між загальним обсягом відходів, накопичених протягом експлуатації, у спеціально відведених місцях та обсягами утворених, утилізованих, спалених та видалених відходів, тобто наскільки сильно факторні змінні впливають на результативну змінну. Проаналізувати, які з факторних змінних сильно впливають, а які зовсім не впливають і як результат, запропонувати математичну модель, що дасть можливість прогнозувати обсяги накопичених відходів. Для цього потрібно вирішити наступні задачі: опрацювати вихідні дані та за необхідністю відфільтрувати; оцінити зв'язки між ними та щільність цих зв'язків, зрозуміти наскільки сильно чи слабо вони пов'язані; відібрати ті факторні змінні, які можна використовувати для створення моделі; отримати математичну регресійну модель і перевірити її адекватність; покращити лінійну математичну модель за рахунок ускладнення або введення нелінійних змінних.

Проведена первинна обробка даних за допомогою умовного форматування показала однорідність даних, тобто серед них не існує викидів, які сильно відрізняються від інших даних, тобто фільтрація не потрібна.

Таблиця 1

Гістограми частот даних для утворених m_1 , видалених m_4 та накопичених $y(m)$ відходів за 2010-2020 роки

m_1 , тис. т.	частота	m_4 , тис. т.	частота	$y(m)$, тис. т.	частота
329170.8	2	184165.8	4	12891363.0	4
362471.5	2	216036.6	1	13577337.1	5
395772.1	1	247907.4	1	14263311.3	5
429072.8	1	279778.2	4	14949285.4	5
462373.5	4	311649.0	0	15635259.6	8

В таблиці 1 наведено гістограми частот даних для змінних m_1 , m_4 та $y(m)$ відносно груп або карманів, кількість яких 5, що визначено за формулою Стерджеса, де спостерігається найбільша частота повторюваності.

Для встановлення зв'язків між факторними величинами було проведено кореляційний аналіз, тобто обчислено коефіцієнти кореляції (табл. 2).

Таблиця 2

Коефіцієнти кореляції між утвореними m_1 , утилізованими m_2 , спаленими m_3 , видаленими m_4 та накопиченими $y(m)$ відходами за 2010-2020 роки

	m_1	m_2	m_3	m_4	$y(m)$
m_1	1	0.7013	-0.1960	0.8844	0.8863
m_2		1	-0.1309	0.7576	0.4488
m_3			1	-0.1901	-0.1001
m_4				1	0.6954
$y(m)$					1

Із таблиці 2 видно, що кореляція між результативною змінною $y(m)$ та факторною змінною m_3 дуже слабка, оскільки коефіцієнт кореляції $k_{\text{кор.}}=-0.1001$. Також слабка кореляція між факторними змінними m_1 та m_3 , m_2 та m_3 , так як $k_{\text{кор.}}=-0.196$ і $k_{\text{кор.}}=-0.1309$ відповідно. У зв'язку з цим, факторну змінну m_3 було виключено із розрахунків і отримано нові коефіцієнти кореляції (табл. 3).

Таблиця 3

Коефіцієнти кореляції між утвореними m_1 , утилізованими m_2 , видаленими m_4 та накопиченими $y(m)$ відходами за 2010-2020 роки

	m_1	m_2	m_4	$y(m)$
m_1	1	0.7013	0.8844	0.8863
m_2		1	0.7576	0.4488
m_4			1	0.6954
$y(m)$				1

Із таблиці 3 видно сильну кореляцію між результативною змінною $y(m)$ та факторною змінною m_1 , оскільки коефіцієнт кореляції $k_{\text{кор.}}=0.8863$. Також сильна кореляція між факторними змінними m_1 та m_4 , так як $k_{\text{кор.}}=0.8844$, це є мультиколінеарність. Але факторна змінна m_1 не виключалась із розрахунків, оскільки її значення лише на 20 % перевищує значення $k_{\text{кор.}}=0.7$, що є рекомендованим в статистичному аналізі. Нормований R-квадрат=0.7601, показує, що результативна змінна $y(m)$ обумовлена факторними змінними m_1 , m_2 , m_4 на 76 %, а це вказує на адекватність моделі. R-квадрат = 0.8561 – коефіцієнт лінійної детермінації, що є однією з найбільш ефективних оцінок адекватності регресійної моделі, мірою якості рівняння регресії в цілому.

R-квадрат $> 0,85$, а це говорить про задовільну апроксимацію, тобто модель в цілому адекватна описуваному процесу накопичення відходів.

У зв'язку з цим, рівняння множинної лінійної регресії, яке на початку мало вид (5) перетворене на рівняння (6), в якому вилучено зв'язок зі змінною m_3 .

$$y(m) = g_0 + g_1 \cdot m_1 + g_2 \cdot m_2 + g_3 \cdot m_3 + g_4 \cdot m_4, \text{ тис. т.} \quad (5)$$

де m_1 – маса утворених відходів, m_2 – маса утилізованих, m_3 – маса спалених, m_4 – маса видалених відходів у спеціально відведені місця.

$$y(m) = g_0 + g_1 \cdot m_1 + g_2 \cdot m_2 + g_4 \cdot m_4, \text{ тис. т.} \quad (6)$$

де m_1 – маса утворених відходів, m_2 – маса утилізованих, m_4 – маса видалених відходів у спеціально відведені місця.

Проведення регресійного аналізу дозволило знайти коефіцієнти регресії: $g_0 = 5366627,2$, $g_1 = 28,8$, $g_2 = -15$, $g_4 = -5,6$. Ймовірності, що дозволяють визначити значущість коефіцієнтів регресії для даної регресійної моделі, а саме Р-значення, становлять для кожного коефіцієнта відповідно: 0.0099, 0.0044, 0.0252, 0.0519. Усі Р-значення < 0.05 , або в межах цього значення, що говорить про значущий вплив усіх коефіцієнтів на результуючу змінну $y(m)$.

За отриманою регресійною моделлю (6) було отримано розрахункові значення $y(m)_{\text{розрах.}}$ та обчислено відносну похибку розрахункових даних відносно вихідних даних: середнє значення похибки – 5.97 %, а максимальне значення похибки – 10.09 %. Можна стверджувати, що математична регресійна модель (6) з точністю на 94 % описує вихідні данні, що говорить про її добру адекватність.

В продовження досліджень було запропоновано покращення лінійної математичної моделі за рахунок введення нелінійних змінних, а саме комбінації факторних змінних. Рівняння нелінійної моделі приймалося у вигляді (7):

$$\begin{aligned} y(m) = & g_0 + g_1 \cdot m_1 + g_2 \cdot m_2 + g_3 \cdot m_3 + g_4 \cdot m_4 + \\ & + g_{12} \cdot m_1 \cdot m_2 + g_{13} \cdot m_1 \cdot m_3 + g_{14} \cdot m_1 \cdot m_4 + \\ & + g_{23} \cdot m_2 \cdot m_3 + g_{24} \cdot m_2 \cdot m_4 + g_{34} \cdot m_3 \cdot m_4, \text{ тис. т.} \end{aligned} \quad (7)$$

Кореляційний аналіз, дозволив отримати коефіцієнти кореляції, які показали вплив введених комбінацій змінних на інші факторні змінні та на результативну змінну $y(m)$. Із розгляду вилучені змінні, у яких дуже слабкі коефіцієнти кореляції, або дуже великі, залишені лише ті, що мають позитивний вплив (табл. 4).

Регресійно-дисперсійний аналіз показав наступні результати: нормований R-квадрат=0.7592, R-квадрат=0.8796, $0.01 < \text{Р-значення} < 0.06$, що підтверджує гарну апроксимацію.

Таблиця 4

Коефіцієнти кореляції між утвореними m_1 , утилізованими m_2 , видаленими m_4 , їх комбінаціями $m_1 m_3$ і $m_2 m_3$ та накопиченими у відходами за 2010-2020 роки

	m_1	m_2	m_4	$m_1 m_3$	$m_2 m_3$	$y(m)$
m_1	1	0.7013	0.8844	0.8719	0.6265	0.8863
m_2		1	0.7576	0.6214	0.7244	0.4488
m_4			1	0.7629	0.6802	0.6954
$m_1 m_3$				1	0.7416	0.7942
$m_2 m_3$					1	0.6060
$y(m)$						1

Рівняння нелінійної моделі набуло наступного вигляду (8):

$$y(m) = g_0 + g_1 \cdot m_1 + g_2 \cdot m_2 + g_4 \cdot m_4 + g_{13} \cdot m_1 \cdot m_3 + g_{23} \cdot m_2 \cdot m_3, \text{ тис. т. (8)}$$

де $g_0 = 4957182,3$, $g_1 = -110,03$, $g_2 = 411,7$, $g_4 = -1,59$, $g_{13} = 1,34$, $g_{23} = -4,17$.

За регресійною моделлю (8) було отримано розрахункові значення $y(m)_{\text{розрах.}}$ та обчислено відносну похибку розрахункових даних щодо вихідних даних: середнє значення похибки 2.75 %, а максимальнє значення похибки – 8.47 %. Математична регресійна модель (8) з точністю на 97 % описує вихідні данні, що говорить про її добру адекватність описуваному процесу накопичення відходів.

Висновки. У результаті проведених досліджень отримано наступні результати:

- встановлено закономірності зміни утворених, утилізованих, спалених, видалених та накопичених відходів за 2010-2020 роки;
- на основі кореляційного аналізу проведено оцінку зв'язків між утвореними, утилізованими, спаленими, видаленими та накопиченими відходами, встановлено наскільки сильно чи слабо вони пов'язані;
- на основі регресійно-дисперсійного аналізу отримано лінійну математичну регресійну модель і перевірено її адекватність, середня відносна похибка розрахунків склала 5.97 %, а максимальнє значення похибки – 10.09 %;
- покращено лінійну математичну модель за рахунок введення нелінійних змінних, середня відносна похибка розрахунків склала 2.75 %, а максимальнє значення похибки – 8.47 %.

Отримана математична модель дозволяє спрогнозувати загальний обсяг накопичених відходів за рахунок сумісного впливу утворених, утилізованих, спалених, видалених відходів та їх комбінації. Оскільки загальні обсяги накопичених відходів постійно зростають, то встановлення зв'язку, наскільки сильно ті чи інші види відходів впливають на ці обсяги є важливим при оцінці результативності інноваційної діяльності підприємств, яка повинна запобігати негативному впливу на навколишнє середовище.

Перелік посилань

1. Arockiam JeyaSundar, P. G. S., Ali, A., Guo, D., & Zhang, Z. (2020). Waste treatment approaches for environmental sustainability. In *Microorganisms for Sustainable Environment and Health* (pp. 119–135). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819001-2.00006-1>
2. Siew, S. W., Musa, S. M., Sabri, N., Azyyati, Farida Asras, M. F., & Ahmad, H. F. (2023). Evaluation of pre-treated healthcare wastes during COVID-19 pandemic reveals pathogenic microbiota, antibiotics residues, and antibiotic resistance genes against beta-lactams. *Environmental Research*, 219, 115139.
<https://doi.org/10.1016/j.envres.2022.115139>
3. Savla, N., Shinde, A., Sonawane, K., Mekuto, L., Chowdhary, P., & Pandit, S. (2020). Microbial hydrogen production: fundamentals to application. In *Microorganisms for Sustainable Environment and Health* (pp. 343–365). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819001-2.00017-6>
4. Gupta, M., Savla, N., Pandit, C., Pandit, S., Gupta, P. K., Pant, M., Khilari, S., Kumar, Y., Agarwal, D., Nair, R. R., Thomas, D., & Thakur, V. K. (2022). Use of biomass-derived biochar in wastewater treatment and power production: A promising solution for a sustainable environment. *Science of The Total Environment*, 825, 153892.
<https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2022.153892>
5. Vignesh, K. S., Rajadesingu, S., & Arunachalam, K. D. (2021). Challenges, issues, and problems with zero-waste tools. In *Concepts of Advanced Zero Waste Tools* (pp. 69–90). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-822183-9.00004-0>
6. Singh, P. P., & Ambika. (2022). Solid waste management through the concept of zero waste. In *Emerging Trends to Approaching Zero Waste* (pp. 293–318). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-323-85403-0.00009-8>
7. Artiola, J. F. (2019). Industrial Waste and Municipal Solid Waste Treatment and Disposal. In *Environmental and Pollution Science* (pp. 377–391). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814719-1.00021-5>
8. Dwivedi, S., Tanveer, A., Yadav, S., Anand, G., & Yadav, D. (2022). Agro-Wastes for Cost Effective Production of Industrially Important Microbial Enzymes. In *Microbial Biotechnology* (pp. 435–460). Wiley.
<https://doi.org/10.1002/9781119834489.ch23>
9. Anand, G., Yadav, S., Gupta, R., & Yadav, D. (2020). Pectinases: from microbes to industries. In *Microorganisms for Sustainable Environment and Health* (pp. 287–313). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819001-2.00014-0>
10. Державна служба статистики України. Інтернет-ресурс. (n.d.). <https://www.ukrstat.gov.ua/>

ABSTRACT

Purpose. Analysis and generalization of waste sources as factors that form the total volume of accumulated waste in Ukraine, which negatively affects the environment. Construction of a mathematical model of waste accumulation in Ukraine based on the results of the calculation of statistical indicators. Conducting research on the influence of selected factors on each other in order to avoid the phenomenon of non-collinearity or multicollinearity in the calculations.

The methods. The application of multiple correlation-regression analysis methods for modeling, which allow, on the basis of the analysis of the studied statistical indicators, to single out the most statistically significant factor values, to assess the relationship between them and the relationship of these factor values with the resulting characteristic, which provides prerequisites for building a mathematical regression model.

Findings. On the basis of descriptive statistics, an analysis of each of the studied factor values, such as generated, utilized, burned, removed waste, is presented, and the trends of their changes during 2010-2020 of years are established. The results of the correlation-regression analysis of statistical data are presented: the density of correlation relationships between the selected factor variables and the resulting variable; coefficient of linear determination; a measure of the quality of the regression equation. Those factor variables with weak correlation or multicollinearity were removed. A mathematical model based on regression-diffusion analysis was obtained and its adequacy was checked, the average relative error of the calculated data was 6 %, the maximum relative error was 10 %. The linear mathematical model was improved due to the introduction of non-linear variables, the average relative error of the calculated data was 3 %, the maximum relative error was 8 %

The originality. Dependencies and regularities have been established for the volumes of generated, utilized, incinerated and removed waste. A multifactorial mathematical model has been developed that establishes a relationship between different types of waste and the total amount of accumulated waste, which tends to increase, and this, in turn, increases the negative impact on the environment.

Practical implementation. Mathematical apparatus for forecasting the total amount of accumulated waste due to the combined effect of generated, utilized, burned, removed waste and their combination, which is important when estimating the size of areas for accumulating waste and creating perspective plans for their disposal.

Keywords: *mathematical model, waste, correlation, multicollinearity, statistical methods, volumes of waste accumulation.*