

**О.О. Азюковський, канд. техн. наук, А.В. Бакутін**  
(Україна, Дніпропетровськ, Державний ВНЗ «Національний гірничий університет»)

### СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ШВИДКОСТІ МІНІМАЛЬНОЇ СКЛАДНОСТІ

**Вступ.** Межі допустимої сукупності пристроїв керування визначаються, з одного боку, конфігурацією максимальної складності, а з іншого – мінімальної. Для вибору найкращого пристрою виконується аналіз усіх можливих варіантів у визначених межах для чого синтезуються регулятори заданої складності та порівнюються їх показники якості, за якими необхідно вибрати оптимальне рішення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для синтезу оптимального пристрою керування після визначення конфігурації максимальної складності слід розрахувати пристрій мінімальної складності [1]. Після цього вибирається пристрій заданої складності, який буде задовольняти висунутим показникам якості.

**Мета** роботи полягає в розробці оптимального пристрою керування мінімальної складності для визначення нижньої межі допустимої сукупності цих пристроїв.

**Матеріали досліджень.** Для синтезу оптимального регулятора швидкості будемо використовувати квадратичний інтегральний критерій якості шляхом порівняння дійсних та бажаних операторів [1]. Об'єктом керування електромеханічної системи є асинхронний двигун з короткозамкненим ротором, передавальна функція якого з урахуванням прийнятих припущень має вигляд [2]

$$W_0(s) = \frac{1.5p_{mn}k_2}{jk_2(Ts + 1)s};$$

де  $s$  – оператор Лапласа;  $p_{mn}$  – число пар полюсів асинхронного двигуна;  $k_2 = L_m/L_2$  – безрозмірний коефіцієнт;  $L_m$  – індуктивність контуру намагнічування;  $L_2$  – повна індуктивність фази ротора;  $J$  – момент інерції двигуна;  $k_2$  – коефіцієнт датчика струму статора;  $T$  – стала часу кола статора.

Розрахунок пристрою мінімальної складності починають з вибору конфігурації структури пристрою, після чого визначаються параметри передавальної функції пристрою керування відносно зворотного зв'язку  $A_2(s)$ , що забезпечують стійкість системи. Якщо рішення не існує, то поступово підвищують складність передавальної функції  $A_2(s)$ , збільшуючи степінь чисельника або знаменника з урахуванням обмеження на реалізованість. У межах вибраної конфігурації пристрою керування за знайденою функцією  $A_2(s)$  визначаються можливі варіанти побудови ланок коректування, після чого з мінімуму прийнятого функціоналу розраховують їх параметри.

Для визначення параметрів передатної функції пристрою керування відносно зворотного зв'язку  $A_2(s)$  можна використати модифікований критерій Найквіста або Гурвіца. Для цього складають характеристичне рівняння замкненої системи

$$T(s) = P_0(s)G_2(s) + Q_0(s)V_2(s);$$

де

$$A_2(s) = \frac{V_2(s)}{G_2(s)}.$$

Для модифікованого критерію Найквіста необхідно скласти дробово-раціональну функцію, до складу якої входить поліном з від'ємними коренями  $D(s)$ , степінь якого дорівнює степеню характеристичного поліному  $T(s)$ , а коефіцієнти при старших степенях обох поліномів мають дорівнювати один одному:

$$\Pi(s) = \frac{T(s)}{D(s)} = 1 + \Phi(s).$$

Згідно з модифікованим критерієм Найквіста мінімум функціоналу  $I$  за параметрами поліномів  $V_2(s), G_2(s)$  забезпечить стійкість системи:

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} |\Phi(s)|^2 ds \rightarrow \min.$$

Модифікований критерій Гурвіца характеризує близькість коефіцієнтів  $c_i$  та  $d_i$  поліномів  $T(s)$  та  $D(s)$  відповідно, згідно з яким мінімум неузгодженості між ними забезпечує стійкість системи:

$$I = \sum_{i=0}^n \rho_i |d_i - c_i|;$$

де  $\rho_i$  – вагові коефіцієнти.

Далі слід перейти до конструювання пристрою керування, виходячи з його конфігурації та структури передавальної функції відносно зворотного зв'язку  $A_2(s)$ . Можливі варіанти передавальних функцій ланок коректування вибираються так, щоб їх структури були узгоджені зі структурою  $A_2(s)$ , при цьому одна конфігурація пристрою керування та структура  $A_2(s)$  утворюють сукупність можливих ланок коректування. Значення параметрів передавальних функцій ланок коректування визначають з мінімізації вибраних критеріїв якості, аналогічних до тих, що використовують при синтезі пристрою керування з максимальною складністю, при цьому передавальні функції системи відносно сигналу завдання та накладеної задачі можна записати так

$$\begin{aligned} \hat{W}(s) &= \frac{A_1(s)W_0(s)}{1 + A_2(s)W_0(s)}; \\ H(s) &= \frac{A_2(s)W_0(s)}{1 + A_2(s)W_0(s)}. \end{aligned}$$

Введення обмеження на астатизм системи передбачає наявність нульових полюсів передавальних функцій відносно прямого каналу та каналу зворотного зв'язку. Для забезпечення астатизму відносно завади  $g_2(t)$  порядку  $\alpha_2$  необхідно, щоб передавальна функція  $A_2(s)$  мала вигляд

$$A_2(s) = \frac{V_2(s)}{G_2(s)} = \frac{V_2(s)}{s^{\alpha_2} G_2^*(s)},$$

тобто астатизм має місце при будь-яких  $V_2(s)$  та  $G_2^*(s)$  за умови, що поліном  $V_2(s)$  не містить нульових коренів. Для забезпечення астатизму відносно сигналу завдання порядку  $\alpha_1$  передавальна функція  $A_1(s)$  повинна мати вигляд

$$A_1(s) = \frac{V_1(s)}{G_1(s)} = \frac{V_1(s)}{s^{\alpha_1} G_1^*(s)},$$

для чого необхідно, щоб виконувалося співвідношення

$$\begin{aligned} U_1(s) - \hat{W}(s) &= \frac{C_1(s)}{D_1(s)} - \frac{V_1(s)G_2(s)Q_0(s)}{(G_2(s)P_0(s) + V_2(s)Q_0(s))G_1(s)} = \\ &= \frac{C_1(s)G_2(s)G_1(s)P_0(s) + (V_2(s)G_1(s)C_1(s) - V_1(s)G_2(s)D_1(s))Q_0(s)}{(G_2(s)P_0(s) + V_2(s)Q_0(s))G_1(s)D_1(s)} = \\ &= s^{\alpha_1} O_1(s), \end{aligned}$$

тобто за рахунок вибору параметрів поліномів  $G_1(s), G_2(s), V_1(s), V_2(s)$  забезпечується наявність  $\alpha_1$  нульових коренів у поліномі

$$C_1(s)G_2(s)G_1(s)P_0(s) + (V_2(s)G_1(s)C_1(s) - V_1(s)G_2(s)D_1(s))Q_0(s),$$

а корені знаменника мають бути від'ємними.

Конструювання пристроїв керування заданої складності виконується за допомогою того ж методу, що використовується для конструювання пристрою мінімальної складності, при цьому є повна впевне-

ність в тому, що таке рішення існує. На початку синтезу слід задати структуру пристрою керування за умови, що його складність має бути вище мінімальної, але нижче максимальної. На наступному етапі визначають параметри передавальної функції  $A_2(s)$ , що забезпечує стійкість системи та заданий астатизм відносно завади  $g_2(s)$ . Розрахунок параметрів передавальних функцій ланок коректування виконується виходячи з мінімуму прийнятих оцінок якості.

Розрахунок пристрою керування мінімальної складності було виконано для асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором 4A90L2Y3. Передавальна функція відносно зворотного зв'язку  $A_2(s)$  для системи регулювання швидкістю, що забезпечить роботу системи з астатизмом першого порядку, має такий вигляд

$$A_2(s) = \frac{v_1 \cdot s + v_0}{g_0 \cdot s},$$

а характеристичне рівняння

$$\begin{aligned} T(s) &= J \cdot k_c \cdot (T \cdot s + 1) \cdot s \cdot (b_0 s + 1) + 1.5 \cdot p_{\text{пн}} \cdot k_2 \cdot a_0 = \\ &= s^3 + \frac{1}{T} s^2 + \frac{1.5 \cdot p_{\text{пн}} \cdot k_2 \cdot v_1}{J \cdot k_c \cdot g_0 \cdot T} s + \frac{1.5 \cdot p_{\text{пн}} \cdot k_2 \cdot v_0}{J \cdot k_c \cdot g_0 \cdot T}. \end{aligned}$$

Після підстановки числових значень отримуємо, що

$$T(s) = s^3 + 100 \cdot s^2 + 10280 \cdot \frac{v_1}{g_0} s + 10280 \cdot \frac{v_0}{g_0}.$$

Тоді критерій близькості коефіцієнтів  $c_i$  та  $d_i$  поліномів  $T(s)$  та  $D(s)$  запишеться як

$$I = \rho_2 |d_2 - 100| + \rho_1 \left| d_1 - 10280 \cdot \frac{v_1}{g_0} \right| + \rho_0 \left| d_0 - 10280 \cdot \frac{v_0}{g_0} \right|.$$

Коефіцієнти  $v_0$ ,  $v_1$ ,  $g_0$ ,  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  знаходимо з мінімуму  $I$  з урахуванням обмежень:

$$d_0 \geq 0, d_1 \geq 0, d_2 \geq 0, D_2 = \begin{vmatrix} d_2 & 1 & 0 \\ d_0 & d_1 & d_2 \\ 0 & 0 & d_0 \end{vmatrix} \geq 0.0001.$$

Після розв'язання задачі нелінійного програмування на мінімум  $I$  з обмеженнями у вигляді нерівностей отримали такі значення коефіцієнтів:

$$\begin{vmatrix} g_0 \\ v_0 \\ v_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1.533 \\ 9.509 \\ 0.512 \end{vmatrix}.$$

Під час синтезу ланок були прийняті наступні значення вагових коефіцієнтів, що входять до складу функціоналу оцінки якості системи:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 10, \\ \rho_1 &= 12530, \\ \rho_2 &= 122 \cdot 10^9. \end{aligned}$$

Для вибраної структурної схеми передавальні функції пристрою керування за прямим каналом та каналом зворотного зв'язку пов'язані з передавальними функціями корегувальних ланок співвідношеннями

$$\begin{aligned} A_1(s) &= W_1(s); \\ A_2(s) &= W_1(s) \cdot W_2(s). \end{aligned}$$

При цьому можливо розглянути різні варіанти передавальних функцій ланок корегування пристрою керування мінімальної складності, які вибираються відповідно до структури передавальної функції пристрою керування за каналом зворотного зв'язку.

$$W_2(s) = \frac{b_1 \cdot s + b_0}{a_0 \cdot s}, \quad W_1(s) = m_0;$$
$$W_2(s) = b_0, \quad W_1(s) = \frac{m_1 \cdot s + m_0}{n_0 \cdot s},$$

Для виконання умови астатизму системи першого порядку вибрано другий варіант, тоді передавальні функції ланок корегування у прямому каналі  $W_1(s)$  та каналі зворотного зв'язку  $W_2(s)$  будуть мати такий вигляд

$$W_1(s) = \frac{16,0643s + 298,5951}{1,5329s};$$
$$W_2(s) = 0,0318.$$

Графіки перехідних процесів (рисунок) пуску та накидання навантаження підтверджують правильність синтезу пристрою керування: швидкість усталеного режиму роботи відповідає сигналу завдання, система стійка, астатична до прикладеного номінального навантаження.

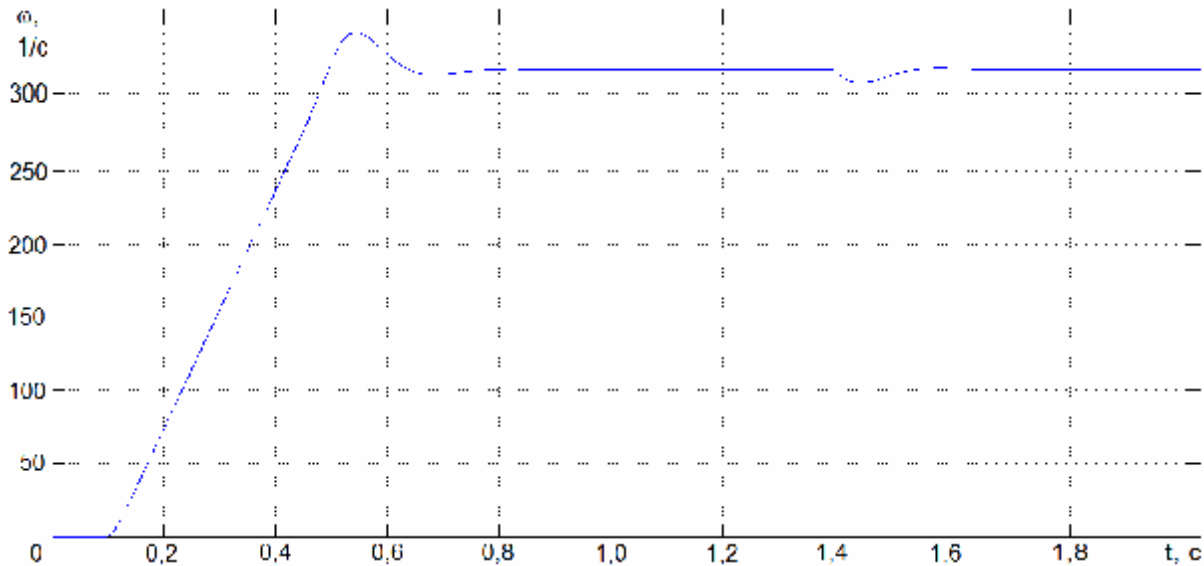


Рис 1. Графік перехідного процесу пуску синтезованої електромеханічної системи

### Висновки.

Отримані структура та параметри оптимального пристрою керування мінімальної складності швидкістю асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором визначають нижню межу допустимої сукупності оптимальних пристроїв для подальшого багатокритеріального конструювання системи керування електромеханічної системи.

### Список літератури

1. Зотов, М.Г. Многокритериальное конструирование систем автоматического управления [Текст] / М.Г. Зотов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 375 с.
  2. Bose, Bimal K. (2001), "Modern power electronics and AC drives", Prentice Hall PTR, Upper Saddle River
- Рекомендовано до друку: проф. Бештою О.С.*