УДК 681.5.075

ОЦІНКА СТАНУ ДЛЯ СИСТЕМИ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Омеліч Єлизавета Вікторівна
ДВНЗ "Національний гірничий університет", http://nmu.org.ua, topsy_secrets@mail.ru

В даній статті розглядається задача — оцінка стану для системи з розподіленими параметрами. Оцінка стану проводиться за нагрівом довгого тонкого стрижня. Для аналізу системи використовується модальне подання. Дана задача дає змогу оцінити у значній мірі кількість точок вимірювань та отримати матрицю спостережуваності.

Ключові слова — спостережуваність, нагрів стрижня, рівняння з частковими похідними.

ВСТУП

Складною проблемою при зборі інформації і управлінні є обробка сигналів, одержуваних від датчиків або надісланих у виконавчі ланцюги регулюючих сигналів. Мета цієї обробки — підвищення точності, зниження рівня завад, більш ефективне використання апаратури і каналів зв'язку.

Для систем з розподіленими параметрами характерна залежність станів, управлінь та виходів від просторових координат. Природною моделлю в цьому випадку є рівняння з частковими похідними.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Розглянемо задачу керування нагрівом довгого тонкого стрижня. Процес нагріву уздовж осі z задається рівнянням [1]

$$\frac{\partial x(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2} + f(z,t) \qquad (1)$$

з граничними умовами

$$x|_{z=0} = 0\,, \quad x|_{z=1} = 0\,. \qquad (2)$$

Нехай вимірювання вихідних координат здійснюється за допомогою термопар, розташованих в l фіксованих точках:

$$y_i = x(z_i^*, t)\,,\ i = 1,2,\ldots,l.$$

Стає завдання вибору оптимальної кількості та розташування окремих термопар для забезпечення спостережуваності системи. Почнемо з випадку одного вимірювання. Рішення задачі (1) - (2) має вигляд:

$$x(z,t) = a_0(t) + \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} a_n(t)\cos n\pi z\,,$$

$$f(z,t) = b_0(t) + \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} b_n(t)\cos n\pi z\,.$$

При цьому рівняння виходу має вигляд:

$$y_i(t) = a_0(t) + \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} a_n(t)\cos n\pi z_i^*\,,\ i = 1,2,\ldots,l\,.$$

Запишемо систему у вигляді:

$$w = Aw + v\,,$$

$$y = Cw\,,$$

де w і v — $N+1$ - мірні вектори, A — $(N+1)\times(N+1)$ матриця.

Матриця вимірювань $C = l \times (N+1)$ визначається виразом:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2}\cos \pi z_1^* & \sqrt{2}\cos 2\pi z_1^* & \ldots & \sqrt{2}\cos N\pi z_1^* \\ 1 & \sqrt{2}\cos \pi z_2^* & \sqrt{2}\cos 2\pi z_2^* & \ldots & \sqrt{2}\cos N\pi z_2^* \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \sqrt{2}\cos \pi z_i^* & \sqrt{2}\cos 2\pi z_i^* & \ldots & \sqrt{2}\cos N\pi z_i^* \end{bmatrix}$$

Умова наближеної спостережуваності для N мод полягає в тому, що матриця L_0 має ранг $N+1$.

Отже, матриця спостережуваності приймає вигляд

$$L_0 = [C^T \mid A^T C^T \mid \cdots \mid (A^T)^N C^T].$$

ВИСНОВКИ

При нагріванні стрижня з одним датчиком температури спостережуваність буде забезпечуватися в тих випадках, коли точка вимірювання не збігається ні з одним із нулів власних функцій.

Для планування оптимального розташування вимірювань необхідний більш складний аналіз, так як є нескінченна безліч конфігурацій вимірювальної системи, що гарантують спостережуваність.

ПЕРЕЛІК ВИКОРАСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Рей У.Х. Методы управления технологическими процессами. [Текст]: Монография / А.М. Шафир ; под. ред. к.т.н. С.А. Малой. – М.: Мир, 1983. – 368 с.