

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЇ ВИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ СЕРЕДНІХ КВАДРАТИЧНИХ ПОХИБОК ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК**

© Рябчій В.В., Трегуб М.В., 2012

*Исследованы зависимости средних квадратических ошибок определения площадей земельных участков от величин этих площадей и коэффициентов вытянутости. Используя полученные данные, выполнена аппроксимация средних квадратических ошибок площадей в промежутках 0,1-1 га, 1-10 га и 10-100 га квадратической функцией и ее оценка точности.*

*Were researched dependences of standard mean square errors of land parcel area determination as a function of area and elongation coefficients. Using investigated values was made an approximation of quadratic polynomial function for standard mean square errors of land parcel area in intervals 0,1-1 he, 1-10 he, 10-100 he with evaluation of accuracy of approximated functions.*

**Постановка проблеми.** Наявність прозорого ринку землі та нерухомого майна є необхідністю та принциповим питанням завершення сучасної земельної реформи. З прийняттям Закону України “Про Державний земельний кадастр” та поєднанням обговоренням Закону України “Про ринок землі” зроблено основні кроки для правового врегулювання питання управління земельними ресурсами. Вищезгадані нормативно-правові акти встановлюють лише основні передумови розвитку державного земельного кадастру, в той же час виробничі питання залишаються неврегульованими.

Одним із конкретних виробничих питань є обчислення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок та встановлення допустимих їх значень. Без належного обґрунтування точності та правового забезпечення єдиних вимог до якості виконання геодезичних робіт для ведення державного земельного кадастру неможливо впровадження нагальних реформ.

Загальновідомо, що геодезія, як наука, не повинна містити в собі неточностей та питань, які приймаються “на віру”. Через це всі види геодезичних вимірювань проводяться з контролями, виконується оцінка точності та дослідження для підтвердження або спростування сумнівів щодо вірності їх виконання. На жаль залишається і той факт, що при наявності різних контролів під час проведення геодезичних робіт, які є основним засобом збору просторової інформації для ведення державного земельного кадастру, останній інколи містить хибну інформацію. Ця хибна інформація зберігається, використовується і не коригується. А якщо і коригується, то з великими труднощами, за складною процедурою і за довгий час.

Світові та вітчизняні тенденції розвитку економіки показують, що з кожним днем вартість ресурсів Землі постійно підвищується, не виключенням є і земельні ділянки. Отже від точності визначення координат кутів поворотів меж земельних ділянок і, відповідно, площ залежить їх вартість. Значні похибки визначення координат кутів поворотів меж земельних ділянок та їх площ суттєво впливають на фіскальну складову державного земельного кадастру, а також на землевласників, землекористувачів і державу [7].

Зважаючи на технічні, економічні, соціальні та правові складові земельних відносин в Україні, питання удосконалення вимог і формул визначення похибок площ різних за розмірами земельних ділянок є важливим і актуальним напрямом досліджень, що має не тільки теоретичне, а і практичне значення.

**Зв’язок із важливими науковими і практичними завданнями.** Основними нормативно-правовими актами України, що регулюють точність визначення координат кутів поворотів меж земельних ділянок в населених пунктах, є: Керівний технічний матеріал “Інвентаризація земель населених пунктів (наземні методи)”, затверджений наказом ГУГКК від 02.02.1993 № 6 [5], Положення про земельно-кадастрову інвентаризацію земель населених пунктів, затверджене

наказом Державного комітету України по земельних ресурсах від 26.08.1997 № 85 [8] та Інструкція про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками, затверджена наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 18.05.2010 № 376 [4].

У кожному з наведених вище документів, встановлюються допустимі значення похибок положення кутів поворотів меж земельних ділянок, а у [5] також і визначення площ земельних ділянок.

Основним недоліком наведених нормативно-правових актів, що відмічено у [9-12], є невідповідність та неузгодженість між собою наведених в них вимог щодо визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок кутів поворотів меж земельних ділянок, а також вимог до середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми.** У [1] виконано всебічний розгляд та аналіз питання визначення площ територій адміністративно-територіальних одиниць. Виконано класифікацію методів визначення площ, класифікацію територій за величиною їх площ, дослідження щодо визначення площ територій на еліпсоїді з оцінкою точності, класифікацію методів трансформування растрових зображень та ін. Наведені конкретні формули для виконання розрахунків. Але земельні ділянки з площами в інтервалі від 0,1 до 100 га не розглядаються.

У [6] автором проаналізовано всі складові частини державного земельного кадастру відповідно до [3], встановлені проблемні питання ведення державного земельного кадастру. Слід відмітити, що це дослідження виявило велику кількість проблем у системі державного земельного кадастру та землеустрою. Автором була виконана спроба поєднати всі проблеми в одній статті, проте перерахування не містять в собі вказівок щодо вирішення наведених проблем. Слід відмітити низку принципів проблем, які до цього часу навіть не порушувались, а саме: конструктивні особливості межових знаків, наявність перевірок державними органами юридично не значущих відомостей про земельні ділянки. Висновки носять декларативний характер, проте мають раціональну складову для прийняття у майбутньому необхідних нормативно-правових актів.

Дослідженню колізій у [4, 5, 8] присвячено публікації [9-12], у яких встановлена нагальна необхідність узгодження нормативно-правових актів України між собою. Зважаючи на відповідні протиріччя, були виконані дослідження щодо визначення впливу видовженості земельних ділянок на точність визначення їх площ. Обґрунтовані пропозиції щодо встановлення допустимих значень середніх квадратичних похибок визначення координат кутів поворотів меж земельних ділянок. Але питання визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок, особливо значних за розміром, повністю не вирішено.

**Невирішені частини загальної проблеми.** Порівняння і аналіз наведених нормативно-правових актів України і наукових публікацій показує, що до сих пір існує невизначеність щодо обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. Така невизначеність може бути подолана лише при використанні сучасного геодезичного обладнання і єдиних методик щодо геодезичних вимірів, їх вирівнювання та оцінки точності, які повинні бути затверджені відповідними нормативно-правовими актами України.

**Постановка завдання.** Метою даної статті є продовження досліджень розпочатих авторами в [9-12], а саме апроксимація значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок в залежності від їх розміру і коефіцієнта видовженості та оцінка точності виконаної апроксимації.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** У результаті досліджень у [9-12], встановлено, що похибка положення кутів поворотів (КП) повинна бути до 0,1 м і це значення було прийнято для подальших досліджень. Для апроксимації були використані отримані у [12] середні квадратичні похибки площ земельних ділянок від 0,10 га до 100,0 га (табл. 1).

Побудовані графіки залежності середньої квадратичної похибки (СКП) площі земельної ділянки (ЗД) від значення її площі при різних коефіцієнтах видовженості (рис. 1).

**Вихідні значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок в залежності від значення їх площ і коефіцієнта видовженості (за даними [12])**

Площа земельної ділянки, га	СКП положення КП, м	СКП площі в залежності від коефіцієнта видовженості $k$ , м <sup>2</sup>				
		$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$
0,10	0,1	4,5	5,0	5,8	6,5	7,2
0,15	0,1	5,5	6,1	7,1	8,0	7,7
0,25	0,1	7,1	7,9	8,0	9,0	9,9
0,30	0,1	7,7	8,7	8,8	9,9	10,9
0,40	0,1	8,9	8,9	10,2	11,4	12,6
0,50	0,1	10,0	10,0	11,4	12,7	14,1
0,60	0,1	11,0	11,0	12,4	14,0	13,4
0,70	0,1	10,2	11,8	13,4	13,2	14,4
0,80	0,1	11,0	12,6	14,4	14,1	15,4
0,90	0,1	11,6	13,4	13,4	14,9	16,4
1,0	0,1	12,2	14,1	14,1	15,7	17,3
2,0	0,1	17,3	17,2	17,7	20,0	21,9
3,0	0,1	18,3	19,4	21,7	22,1	24,5
4,0	0,1	21,1	22,4	23,1	25,5	25,9
5,0	0,1	23,6	25,0	25,8	26,5	27,2
6,0	0,1	22,9	24,5	26,5	27,4	29,8
7,0	0,1	24,7	26,4	28,6	29,6	30,4
8,0	0,1	26,5	28,3	28,0	30,0	32,5
9,0	0,1	28,1	28,3	29,7	31,8	32,9
10,0	0,1	29,6	29,8	31,3	33,5	34,6
20,0	0,1	35,0	37,1	37,8	39,4	41,2
30,0	0,1	39,9	41,0	43,3	44,5	45,6
40,0	0,1	43,3	43,5	46,2	48,7	50,1
50,0	0,1	45,8	46,3	48,2	51,1	53,6
60,0	0,1	47,7	49,5	51,6	53,7	55,7
70,0	0,1	49,3	51,2	52,6	56,0	58,0
80,0	0,1	50,6	53,6	55,2	57,7	60,9
90,0	0,1	53,6	54,8	57,5	60,2	61,8
100,0	0,1	54,4	56,7	58,7	61,6	64,2

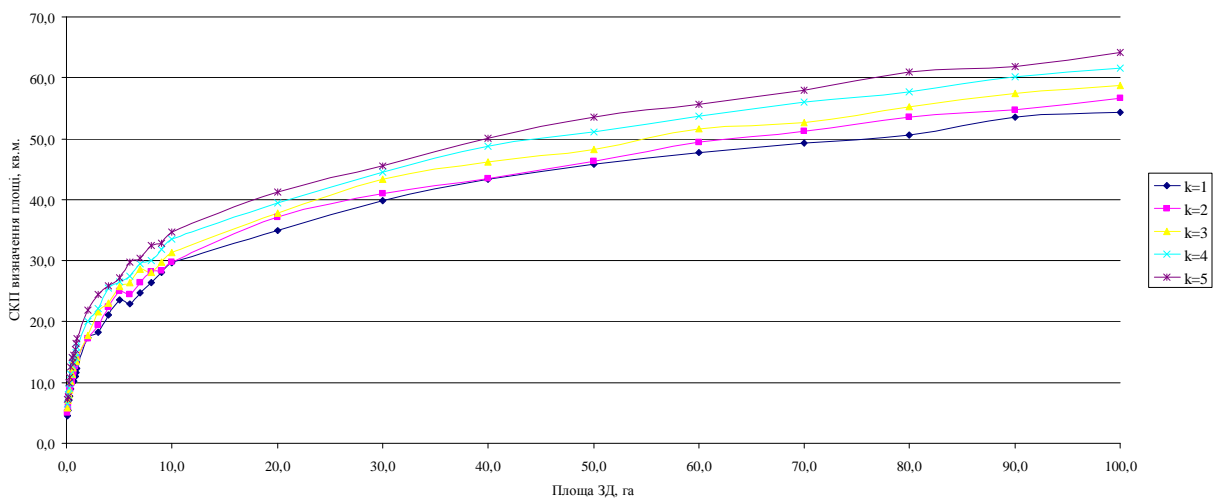


Рис. 1. Графіки залежності середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від значення їх площ і коефіцієнта видовженості  $k$  (за даними [12])

На підставі аналізу даних табл. 1 і графіків (рис. 1) для проведення більш точної апроксимації площі земельних ділянок було розділено на три інтервали, а саме:

- від 0,10 га до 1,0 га;
- від 1,0 га до 10,0 га;
- від 10,0 га до 100,0 га.

Згідно з виглядом графіків (рис. 1) середні квадратичні похибки площ земельних ділянок було прийнято апроксимувати квадратичною функцією:

$$f(S) = k_1 + k_2 S + k_3 S^2, \quad (1)$$

де  $k_1, k_2, k_3$  – невідомі коефіцієнти, які треба визначити;  $S$  – площа земельної ділянки, га.

Апроксимація виконувалась методом найменших квадратів. Головним критерієм для визначення невідомих коефіцієнтів  $k_1, k_2, k_3$  у кожному інтервалі площ було, щоб розбіжності між значеннями вихідних і апроксимованих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок були мінімальними.

Для апроксимованих функцій також було виконано оцінку точності їх апроксимації відповідно до [2]. Середня квадратична похибка апроксимації отриманих значень у кожному інтервалі обчислена за такою формулою

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-3}}, \quad (2)$$

де  $v$  – різниця між апроксимованим і вихідним значеннями похибок площ земельних ділянок;  $n$  – кількість вихідних значень для апроксимації.

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів функції апроксимації обчислені за формулами:

$$m_{k_1} = m\sqrt{Q_{11}}, \quad m_{k_2} = m\sqrt{Q_{22}}, \quad m_{k_3} = m\sqrt{Q_{33}}, \quad (3)$$

де  $Q_{11}, Q_{22}, Q_{33}$  – діагональні елементи зворотної матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь  $Q$ .

Оцінка достовірності проведеної апроксимації була проведена шляхом визначення коефіцієнту детермінованості  $R^2$  за формулою

$$R^2 = 1 - \frac{S_{зал}}{S_{повн}}, \quad (4)$$

де  $S_{зал}$  – залишкова сума квадратів;  $S_{повн}$  – повна сума квадратів,

$$S_{зал} = \sum_{i=1}^n (f(S)_{ан} - f(S)_{вих})^2, \quad (5)$$

де  $f(S)_{ан}$  – апроксимовані значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок;

$f(S)_{вих}$  – вихідні значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок,

$$S_{повн} = S_{зал} + S_{рег}, \quad (6)$$

де  $S_{рег}$  – регресійна сума квадратів,

$$S_{рег} = \sum_{i=1}^n (f(S)_{ан} - f(\bar{S})_{ан})^2, \quad (7)$$

де  $f(\bar{S})_{ан}$  – середнє значення апроксимованих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

Результати апроксимації наведені в табл. 2-4. Для кожного інтервалу побудовані графіки залежності вихідних і апроксимованих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від значень площ самих земельних ділянок і коефіцієнтів видовженості (рис. 2-4). При цьому, для кожного інтервалу наведені тільки ті графіки, в яких були отримані максимальні значення суми квадратів відхилень апроксимованих і вихідних значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. Графіки при інших коефіцієнтах видовженості земельних ділянок мають подібний вигляд і вихідні та апроксимовані значення більш співпадають.

**Результати апроксимації квадратичною функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 0,1 до 1 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площ ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
0,10	4,8	5,5	5,7	6,8	7,4	0,3	0,5	0,0	0,3	0,1	18,3	20,1	25,5	24,2	28,4
0,15	5,6	6,2	6,6	7,7	8,2	0,1	0,1	-0,5	-0,3	0,5	12,3	14,6	17,3	16,7	19,9
0,25	7,0	7,5	8,3	9,2	9,8	-0,1	-0,4	0,2	0,2	-0,1	4,4	6,5	6,4	6,4	8,1
0,30	7,6	8,1	9,0	9,9	10,6	-0,1	-0,6	0,2	0,1	-0,3	2,1	3,8	3,2	3,3	4,4
0,40	8,7	9,2	10,3	11,2	12,0	-0,2	0,2	0,2	-0,2	-0,6	0,1	0,7	0,2	0,3	0,5
0,50	9,7	10,2	11,5	12,3	13,2	-0,3	0,2	0,1	-0,4	-0,9	0,4	0,1	0,5	0,3	0,2
0,60	10,5	11,2	12,4	13,3	14,2	-0,5	0,2	-0,1	-0,7	0,9	2,0	1,4	2,6	2,3	2,4
0,70	11,1	12,0	13,1	14,0	15,1	0,8	0,2	-0,3	0,9	0,7	3,9	4,1	5,4	5,1	5,9
0,80	11,5	12,8	13,6	14,6	15,8	0,5	0,1	-0,7	0,5	0,4	5,7	7,7	8,2	8,0	9,9
0,90	11,7	13,4	14,0	15,0	16,4	0,0	0,0	0,6	0,1	0,0	6,8	11,8	10,2	10,5	13,8
1,0	11,7	14,0	14,1	15,2	16,8	-0,5	-0,1	0,0	-0,5	-0,5	6,9	16,0	11,0	11,9	16,9
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	1,7	1,1	1,3	2,2	3,1					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						62,9	86,6	90,4	89,0	110,4
СКП апроксимації						0,5	0,4	0,4	0,5	0,6					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	0,5	0,4	0,4	0,6	0,7					
					$k_2$	2,1	1,7	1,9	2,5	2,9					
					$k_3$	1,9	1,5	1,7	2,2	2,6					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						0,974	0,988	0,986	0,976	0,973					

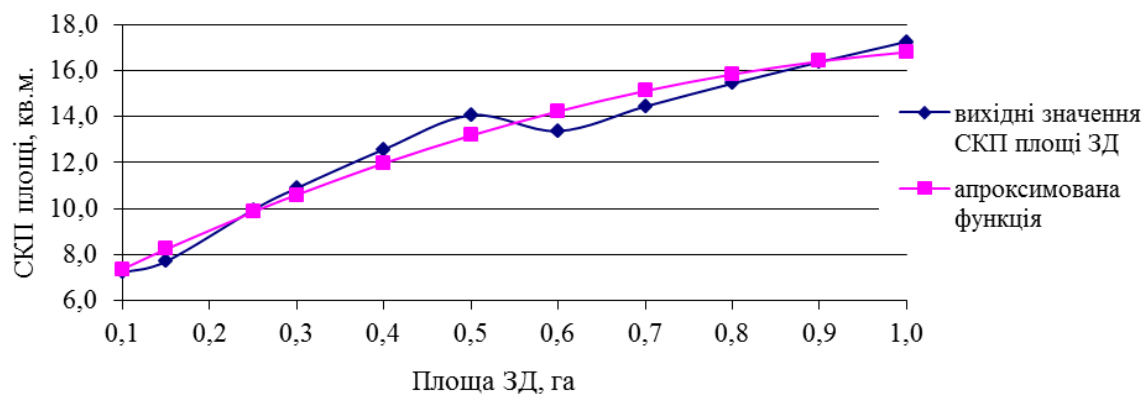


Рис. 2. Графік апроксимованої квадратичної функції при  $k = 5$  для площ ЗД 0,1-1 га

**Результати апроксимації квадратичною функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 1 до 10 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площ ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5
1,0	13,5	14,3	14,7	16,6	18,3	1,3	0,2	0,6	0,9	1,0	80,7	87,0	98,0	92,4	89,3
2,0	16,0	17,2	17,9	19,4	21,0	-1,3	-0,1	0,2	-0,6	-0,8	41,7	42,4	45,4	46,0	45,0
3,0	18,4	19,7	20,7	22,0	23,5	0,1	0,3	-1,0	-0,1	-1,0	17,0	15,8	15,5	17,8	17,7
4,0	20,5	22,0	23,1	24,3	25,8	-0,6	-0,4	0,1	-1,2	-0,1	4,0	2,9	2,2	3,6	3,8
5,0	22,4	23,9	25,2	26,4	27,8	-1,2	-1,1	-0,6	-0,2	0,6	0,0	0,1	0,3	0,0	0,0
6,0	24,2	25,6	26,9	28,2	29,6	1,2	1,2	0,5	0,8	-0,2	2,8	3,9	5,3	3,7	3,4
7,0	25,7	27,1	28,3	29,7	31,1	0,9	0,6	-0,3	0,1	0,7	10,2	11,5	13,4	12,0	11,5
8,0	27,0	28,2	29,3	31,0	32,4	0,6	-0,1	1,3	1,0	-0,1	20,5	20,5	21,7	22,4	22,0
9,0	28,1	29,1	29,9	32,0	33,5	0,1	0,8	0,2	0,1	0,6	32,0	29,1	28,1	33,0	33,1
10,0	29,1	29,6	30,2	32,7	34,3	-0,5	-0,2	-1,1	-0,8	-0,3	43,4	35,6	31,1	42,2	43,2
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	<b>7,9</b>	<b>3,8</b>	<b>4,9</b>	<b>4,8</b>	<b>4,1</b>					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						<b>252,2</b>	<b>248,8</b>	<b>261,2</b>	<b>273,3</b>	<b>269,0</b>
СКП апроксимації						<b>1,1</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,8</b>	<b>0,8</b>					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	<b>0,8</b>	<b>0,6</b>	<b>0,6</b>	<b>0,6</b>	<b>0,6</b>					
					$k_2$	<b>0,3827</b>	<b>0,2665</b>	<b>0,3007</b>	<b>0,2992</b>	<b>0,2772</b>					
					$k_3$	<b>0,0363</b>	<b>0,0253</b>	<b>0,0285</b>	<b>0,0284</b>	<b>0,0263</b>					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						<b>0,970</b>	<b>0,985</b>	<b>0,982</b>	<b>0,983</b>	<b>0,985</b>					

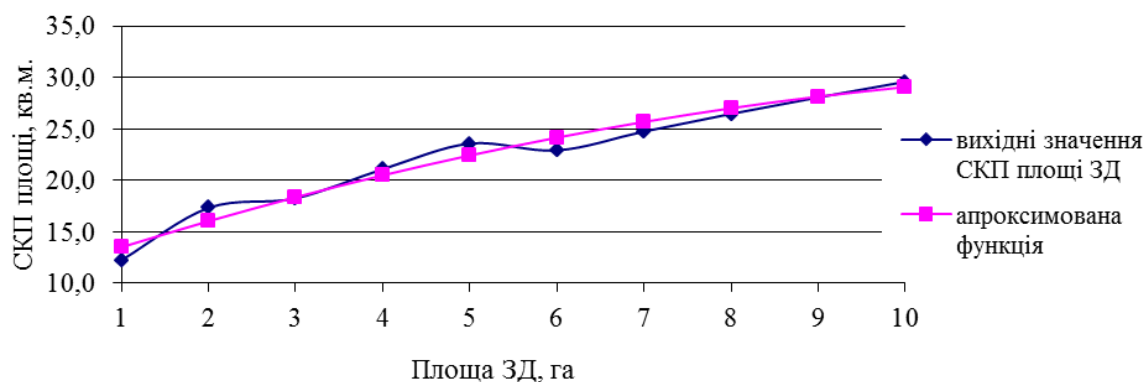


Рис. 3. Графік апроксимованої квадратичної функції при  $k = 1$  для площ ЗД 1-10 га

**Результати апроксимації квадратичною функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 10 до 100 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площі ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5
10,0	30,5	31,2	32,7	34,3	35,5	0,9	1,4	1,3	0,8	0,8	205,2	229,5	248,1	264,9	297,6
20,0	34,9	35,8	37,4	39,3	40,7	-0,1	-1,3	-0,4	-0,2	-0,6	98,3	112,6	120,3	128,3	144,7
30,0	38,8	39,9	41,7	43,7	45,4	-1,1	-1,1	-1,6	-0,8	-0,2	35,6	42,4	44,5	47,3	53,7
40,0	42,3	43,5	45,6	47,7	49,6	-1,0	0,1	-0,6	-1,1	-0,6	6,1	8,1	8,1	8,6	9,9
50,0	45,4	46,8	48,9	51,1	53,2	-0,5	0,5	0,7	0,0	-0,4	0,3	0,1	0,2	0,3	0,3
60,0	47,9	49,5	51,8	54,1	56,4	0,2	0,0	0,1	0,4	0,7	9,8	9,9	11,2	12,1	13,3
70,0	50,0	51,9	54,1	56,5	59,0	0,7	0,6	1,5	0,5	1,0	27,4	30,1	32,8	35,1	39,3
80,0	51,7	53,8	56,0	58,5	61,1	1,1	0,2	0,8	0,7	0,1	47,4	54,6	58,2	62,0	70,1
90,0	52,9	55,2	57,5	59,9	62,7	-0,7	0,5	0,0	-0,3	0,8	65,2	78,3	81,9	87,0	99,0
100,0	53,6	56,3	58,4	60,9	63,7	-0,8	-0,4	-0,3	-0,8	-0,5	77,5	97,4	99,8	105,6	121,2
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	<b>6,1</b>	<b>6,0</b>	<b>8,2</b>	<b>4,0</b>	<b>4,0</b>					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						<b>572,8</b>	<b>663,1</b>	<b>705,2</b>	<b>751,0</b>	<b>849,1</b>
СКП апроксимації						<b>0,9</b>	<b>0,9</b>	<b>1,1</b>	<b>0,8</b>	<b>0,8</b>					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	<b>0,7</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,6</b>	<b>0,6</b>					
					$k_2$	<b>0,0333</b>	<b>0,0329</b>	<b>0,0385</b>	<b>0,0270</b>	<b>0,0267</b>					
					$k_3$	<b>0,0003</b>	<b>0,0003</b>	<b>0,0004</b>	<b>0,0003</b>	<b>0,0003</b>					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						<b>0,989</b>	<b>0,991</b>	<b>0,988</b>	<b>0,995</b>	<b>0,995</b>					

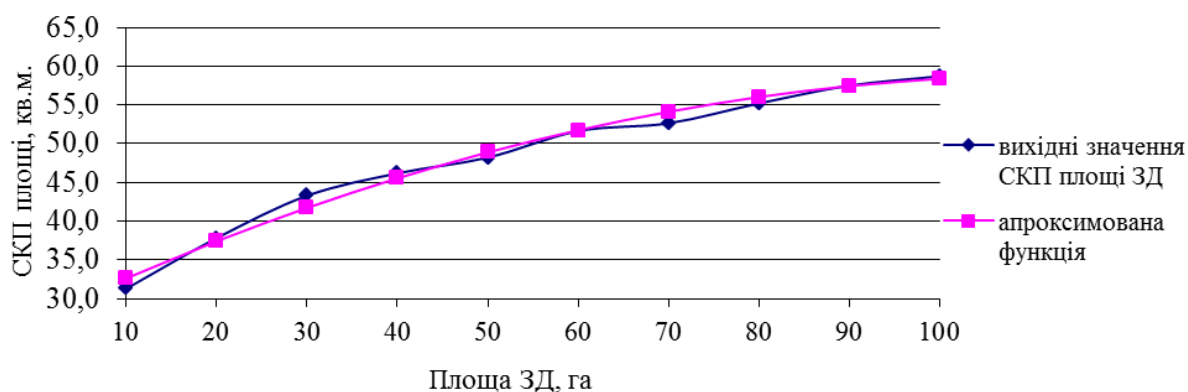


Рис. 4. Графік апроксимованої квадратичної функції при  $k = 3$  для площ ЗД 10-100 га

Аналізуючи дані табл. 2-4 і графіки (рис. 2-4), можна побачити таке. Згідно з даними табл. 2 усі 55 відхилень апроксимованих від вихідних значень не перевищують  $1 \text{ м}^2$  і знаходяться у межах від 0 до  $0,9 \text{ м}^2$ . За даними табл. 3 з 50 значень відхилень тільки 9 більше  $1 \text{ м}^2$  (максимальне значення  $1,3 \text{ м}^2$ ). За даними табл. 4 з 50 значень відхилень також 9 значень більше  $1 \text{ м}^2$  (максимальне значення  $1,6 \text{ м}^2$ ). Збільшення величини відхилень відбувається через те, що згідно з [4] допускається максимальне значення довжини між кутами поворотів межі земельної ділянки 200 м. При значенні довжини більше 200 м відбувається додавання нових кутів поворотів у відповідні сторони меж земельних ділянок і тому на цьому проміжку знижується значення

середньої квадратичної похибки. Такі критичні області добре видно на графіках (рис. 2-4), а саме: максимальне відхилення  $\pm 0,9 \text{ м}^2$  для земельних ділянок площею 0,5 і 0,6 га (рис. 2); максимальне відхилення  $\pm 1,3$  та  $\pm 1,2 \text{ м}^2$  для земельних ділянок площею 1 і 2 га та 5 і 6 га відповідно (рис. 3); максимальне відхилення  $-1,6$  і  $1,5 \text{ м}^2$  для земельних ділянок площею 30 і 70 га відповідно (рис. 4).

У табл. 2-4 також наведені результати оцінки точності апроксимації, а саме: величини середніх квадратичних похибок апроксимації, середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів апроксимованих функцій та значення коефіцієнтів детермінованості.

Для земельних ділянок в інтервалах площ від 0,1 до 1,0 га, від 1,0 до 10,0 га і від 10,0 до 100,0 га в залежності від коефіцієнта видовженості середня квадратична похибка апроксимації знаходиться у межах від 0,4 до 0,6  $\text{м}^2$ , від 0,7 до 1,1  $\text{м}^2$  і від 0,8 до 1,1  $\text{м}^2$  відповідно.

Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 0,1 до 1,0 га в залежності від коефіцієнта видовженості знаходиться в межах від 0,4 до 0,7, від 1,7 до 2,9 і від 1,5 до 2,6 відповідно. Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 1,0 до 10,0 га в залежності від коефіцієнта видовженості знаходиться в межах від 0,6 до 0,8, від 0,27 до 0,38 і від 0,025 до 0,036 відповідно. Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 10,0 до 100,0 га в залежності від коефіцієнта видовженості знаходиться в межах від 0,6 до 0,8, від 0,27 до 0,38 і від 0,0003 до 0,0004 відповідно. При цьому, значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів апроксимованих функцій для земельних ділянок усіх трьох інтервалів площ значно менше самих значень цих коефіцієнтів (табл. 2-4 і 5).

Для земельних ділянок в інтервалах площ від 0,1 до 1,0 га, від 1,0 до 10,0 га і від 10,0 до 100,0 га коефіцієнти детермінованості знаходяться в межах 0,97-0,99, 0,97-0,98, 0,99-1,00 відповідно. Значення коефіцієнту детермінованості близьке до одиниці показує добру ступінь співпадіння апроксимованих значень з вихідними.

Наведені вище відповідні данні показують на достовірність виконаної апроксимації. Таким чином, отримані коефіцієнти у формулах можна вважати робочими, а їх використання можливим для визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

У табл. 5 наведені функції апроксимації в явному вигляді, тобто формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. У формулах за  $S$  береться значення площі земельної ділянки у гектарах. При цьому, якщо площа земельної ділянки дорівнює точно 1 або 10 га, то для обчислення допустимої середньої квадратичної похибки площі земельної ділянки береться формула з першого або другого інтервалу площ відповідно. Кількість знаків у коефіцієнтах апроксимованих функцій визначалась таким чином, щоб похибки округлень не впливали на точність отриманих функцій.

Таблиця 5

**Формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок**

Площа ЗД, га	Коефіцієнт видовженості, $k$	Формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок, $\text{м}^2$
0,10-1,0	1	$m_{S \text{ доп}} = 3,1 + 17,8 \cdot S - 9,2 \cdot S^2$
	2	$m_{S \text{ доп}} = 4,1 + 14,6 \cdot S - 4,7 \cdot S^2$
	3	$m_{S \text{ доп}} = 3,8 + 20,3 \cdot S - 10,0 \cdot S^2$
	4	$m_{S \text{ доп}} = 5,0 + 19,2 \cdot S - 8,9 \cdot S^2$
	5	$m_{S \text{ доп}} = 5,5 + 19,4 \cdot S - 8,1 \cdot S^2$
1,0-10,0	1	$m_{S \text{ доп}} = 10,77 + 2,83 \cdot S - 0,10 \cdot S^2$
	2	$m_{S \text{ доп}} = 11,23 + 3,24 \cdot S - 0,14 \cdot S^2$



Площа ЗД, га	Коефіцієнт видовженості, $k$	Формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок, $m^2$
	3	$m_{S \text{ доп}} = 11,20 + 3,70 \cdot S - 0,18 \cdot S^2$
	4	$m_{S \text{ доп}} = 13,51 + 3,22 \cdot S - 0,13 \cdot S^2$
	5	$m_{S \text{ доп}} = 15,30 + 3,10 \cdot S - 0,12 \cdot S^2$
10,0-100,0	1	$m_{S \text{ доп}} = 25,60 + 0,51 \cdot S - 0,0023 \cdot S^2$
	2	$m_{S \text{ доп}} = 26,25 + 0,52 \cdot S - 0,0022 \cdot S^2$
	3	$m_{S \text{ доп}} = 27,39 + 0,55 \cdot S - 0,0024 \cdot S^2$
	4	$m_{S \text{ доп}} = 28,86 + 0,57 \cdot S - 0,0025 \cdot S^2$
	5	$m_{S \text{ доп}} = 29,71 + 0,6 \cdot S - 0,0026 \cdot S^2$

Слід зауважити, що значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок апроксимувались з урахуванням того, що середня квадратична похибка положення кутів поворотів меж земельних ділянок становить 0,1 м. Якщо вона відрізняється від значення 0,1 м, то необхідно пропорційно зменшити або збільшити відповідні коефіцієнти у формулах, наведених у табл. 5.

#### Висновки

1. Встановлено, що середні квадратичні похибки площ земельних ділянок можуть бути добре апроксимовані квадратичною функцією.

2. Визначені формули апроксимованих функцій дозволяють обчислювати допустимі середні квадратичні похибки площ земельних ділянок за різними середніми квадратичними похибками положення кутів поворотів меж земельних ділянок.

3. Одержані формули (табл. 5) можуть бути використані у виробничому процесі геодезичними та землепорядними організаціями, контролюючими органами з питань земельних ресурсів, а також у навчальному процесі.

У зв'язку з обмеженим обсягом статті розвитком подальшого дослідження є апроксимація похибок площ земельних ділянок іншими функціями.

1. Барановський В.Д. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій / В.Д. Барановський, Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко / За заг. ред. Ю.О. Карпінського. – К.: НДГІК, 2009. – 92 с.: іл. – (Сер. “Геодезія, картографія, кадастр”). 2. Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Метод найменших квадратів [Навчальний посібник] / С.П. Войтенко. – К.: КНУБА, 2005. – 236 с. 3. Земельний кодекс України від 25.10.2001 № 2768-III, із змінами і доповненнями, внесеними Законом України від 15.03.2012 № 2755-VI. 4. Інструкція про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками, затверджена наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 18.05.2010 № 376, із змінами і доповненнями, внесеними наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 25.02.2011 № 117. 5. Керівний технічний матеріал «Інвентаризація земель населених пунктів (наземні методи)», затверджений наказом ГУГКК від 02.02.1993 № 6. – Київ, 1993. 6. Мартин А.Г. Проблеми державного земельного кадастру / Мартин А.Г. [Електронний ресурс] / Спосіб доступу: URL: [http://www.myland.org.ua/userfiles/file/AGMartyn\\_cadastr.pdf](http://www.myland.org.ua/userfiles/file/AGMartyn_cadastr.pdf). – Загол. з екрана. 7. Податковий кодекс України від 02.12.2010 № 2755-VI, із змінами і доповненнями внесеними Законом України від 15.05.2012 № 4677-VI. 8. Положення про земельно-кадастрову

інвентаризацію земель населених пунктів, затверджене наказом Державного комітету України по земельних ресурсах від 26.08.1997 № 85. 9. Рябчій В.А. Визначення допустимої зміни площі земельної ділянки за результатами повторних геодезичних вимірів / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, Н. Кашина [Текст] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. праць. – Л., 2010. – Вип. I (19). – С. 103-106. 10. Рябчій В.А. Встановлення точності визначення площ земельних ділянок під малими об'єктами нерухомості / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, О. Янкін [Текст] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Зб. наук. праць. Львів, 2010. Вип. II (20). – С. 204-208. 11. Рябчій В. Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок за межами населених пунктів / В. Рябчій, М. Трегуб [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2011. – Вип. 74. – С. 136-142. 12. Рябчій В.А. Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок обчислення площ земельних ділянок у різних типах населених пунктів / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, М.В. Трегуб [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2011. – Вип. 75. – С. 157-167.