УДК 622.794

В.А. СПИНЕЕВ
(Украина, Луганск, "УкрНИИуглеобогащение")

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ КОНЦЕНТРАЦИИ ШЛАМОВ В СГУСТИТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ УГЛЕОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ФАБРИК

Рабочие среды сгустительных аппаратов и установок в углеобогатительных фабриках имеют в своём составе неоднородные многокомпонентные двух-, иногда и трёхфазные механические смеси - шламы с различными физико-химическими свойствами. Это создаёт определённую сложность при исследовании процессов осаждения, так как частицы твёрдого вещества в составе гидросмеси отличаются по крупности, плотности, форме, а при их перемещении в жидкой среде, эффективная вязкость, [1], коэффициенты сопротивления и диффузии заметно изменяют свои числовые значения при увеличении содержания твёрдого в рассматриваемых средах, [2]. Поэтому, в первом приближении, большую часть вышеперечисленных величин будем рассматривать как фиксированные параметры с их заранее определенными значениями.

Целью данной работы, с учётом указанных особенностей, является определение часто встречающихся в практике случаев распределения концентрации частиц твёрдого вещества в гидросмесях сгустительных аппаратов.

Для составления математической модели изменения концентрации твёрдой фазы в гидросмеси рассмотрим силы действующие на частицу твёрдого вещества:

-в поле тяготения с напряжённостью $\boldsymbol{g}$ на единицу объёма частиц твёрдого плотностью ρ_m действует сила веса $\boldsymbol{g}\cdot\rho_m$ и выталкивающая сила градиента гидростатического давления P со стороны жидкости плотностью $\rho_ж$, объёмом V (сила Архимеда) равная $\int gradP\cdot dV$. Для однородной по плотности жидкой среды, входящей в состав шламов, можно принять $\rho_ж$ постоянным, тогда данная сила в единице объёма составит $\boldsymbol{g}\cdot\rho_ж$;

-кроме того, при движении твердых частиц в жидкой среде сила сопротивления, в соответствии с формулой Стокса, для частиц небольших диаметров, перемещения которых имеют ламинарный характер, может быть принята пропорциональной их скорости $\boldsymbol{v}$: $\alpha\cdot\boldsymbol{v}$, где α-коэффициент пропорциональности;

-наконец, поле концентрации c с соответствующей этому полю градиентной силой $k\cdot\alpha\cdot c^{-1}\cdot gradc$, [3],
где k-коэффициент продольного перемешивания или квазидиффузии, учитывающий молекулярную и турбулентную диффузии и неравномерность поля скоростей , [4].

Уравнение движения частицы твёрдого вещества в процессе её осаждения в гидросмеси с учётом названных сил составит:

$$V\cdot\boldsymbol{g}\cdot(\rho_т-\rho_ж)-\alpha\cdot\boldsymbol{v}-k\cdot\alpha\cdot c^{-1}\cdot gradc-\rho_т\cdot V\cdot d\boldsymbol{v}/dt=0, \qquad (1)$$

где последнее слагаемое – сила инерции частицы , а t-время.

Известно, например в [5], что время t установления стационарного движения от сил инерции для мелких частиц весьма мало, поэтому последним слагаемым обычно пренебрегают.

Тогда из (1) получим выражение для скорости твердой частицы при её осаждении в гидросмеси:

$$\boldsymbol{v}=V\cdot\boldsymbol{g}\cdot(\rho_т-\rho_ж)/\alpha-k\cdot c^{-1}\cdot gradc. \qquad (2)$$

Следует отметить, что для получения абсолютной скорости частицы в уравнение (2) необходимо добавить скорость потока среды $\boldsymbol{v_n}$.

В дальнейшем, для краткости, уравнение (2) будем записывать в виде:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v_g}-\boldsymbol{v_c}+\boldsymbol{v_n}, \qquad (3)$$

а суммму $\boldsymbol{v_g}+\boldsymbol{v_n}$ обозначим через $\boldsymbol{u}$.

Для получения уравнения концентрации дополнительно к уравнению (2) принимаем одно из основных уравнений механики сплошной среды - закон сохранения массы m, записываемый в виде:

$$dm/dt=0 \qquad (4)$$

По аналогии с плотностью вещества среднее значение концентрации или содержания твёрдого в гидросмеси определяют по одной из формул, например [2]:

$$c_{ср}=\Delta m/\Delta V, \qquad (5)$$

где Δm – масса твердой фазы, распределенная в объёме ΔV гидросмеси. Тогда истинное значение концентрации в определенной точке гидросмеси с объёмом $\Delta V\to 0$ определится как предел, [6]:

$$c=lim(\Delta m/\Delta V). \qquad (6)$$

Подставив (6) в (4) после несложных преобразований получим уравнение неразрывности для подвижного индивидуального объёма:

$$(1/c)\cdot dc/dt+div\boldsymbol{v}=0, \qquad (7)$$

где $div\boldsymbol{v}=\partial v_x/\partial x+\partial v_y/\partial y+\partial v_z/\partial z$–расходимость векторного поля скоростей $\boldsymbol{v}$;
x,y,z - координаты,
v_x, v_y, v_z–соответствующие проекции вектора скорости $\boldsymbol{v}$.

Уравнение (7) упростится для часто встречающегося в сгустительных аппаратах осесимметричного относительно вертикальной оси z поля скоростей и примет вид:

$$\partial c/\partial t+\partial(c\cdot\mathbf{v})/\partial h=0, \qquad (8)$$

где $h=z$ – глубина погружения частицы, измеренная вниз от зеркала гидросмеси.

Следует отметить, что уравнение концентрации, имеющееся в [1]:

$$dc/dt+c\cdot v_y=0, \qquad (9)$$

где $v_y=v/h$–удельная скорость движения частиц твердого, принимаемая как фиксированный параметр, может быть получено из (8) переходом к конечным приращениям по t и по h. Поэтому уравнение (9) является частным случаем уравнения (8) и даёт близкие к нему точные решения только на линейных участках кривой концентрации, например, на её начальном и конечном участках.

При известном поле скоростей частиц (2) с учётом закона сохранения в форме (6), получим уравнение концентрации твёрдой фазы:

$$\Delta^2(c\cdot k) - div(c\cdot\mathbf{u}) - \partial c/\partial t=0, \qquad (10)$$

где Δ^2-оператор Лапласа.

Первое слагаемое уравнения (9) представляет собой перенос массы твёрдых частиц с учётом их продольного перемешивания вследствие воздействия случайных факторов.

Второе слагаемое представляет конвективный массоперенос, характеризующий изменение концентрации в движущейся среде.

Третье слагаемое уравнения (9) отражает локальное изменение концентрации распределенной твёрдой фазы во времени.

Для случая с осевой симметрией потока в сгустительных аппаратах последнее уравнение после его проектирования на ось симметрии z примет вид:

$$k\cdot\partial^2 c/\partial h^2 - u\cdot\partial c/\partial h - \partial c/\partial t = 0. \qquad (11)$$

Уравнение (10) представляет собой дифференциальное уравнение конвективного массообмена для неустановившенгося процесса (но протекающего в условиях стационарного потока фазы) и описывает одномерную модель аналогичную уравнению Колмогорова-Фоккера-Планка с постоянными коэффициентами, [2]. Уравнение (11) представляет собой уравнение концентрации частиц твёрдого вещества в гидросмеси для осесимметричного потока в зависимости от времени и глубины под зеркалом пульпы. Оно может быть решено аналитически для рассматриваемых условий.

Наиболее простым частным случаем уравнения (11) является определение концентрации установившегося процесса массообмена, при котором последнее слагаемое отсутствует:

$$k \cdot \partial^2 c/\partial h^2 - u \cdot \partial c/\partial h = 0. \qquad (12)$$

Решение уравнения (12) примет вид:

$$c = c_0 + c'_{h0} \cdot k \cdot [exp(u \cdot h/k) - 1]/u, \qquad (13)$$

где $c=c_0$ –начальная концентрация твёрдой фазы,
$c'_{h0} = \partial c/\partial h \big|_{h=h0}$ –начальная скорость изменения концентрации (при $h=0$).

Вторым простым частным случаем решения уравнения (11) является случай отсутствия в процессе осаждения продольного перемешивания потока. Этот же результат может быть получен и с продольным перемешиванием, но при малой концентрации твёрдого в смеси. При этом $k=0$, и процесс в аппарате считают процессом идеального вытеснения, а уравнение (11) примет вид:

$$u \cdot \partial c/\partial h - \partial c/\partial t = 0.$$

Для начальных условий при которых: $k=0,\ t=t_0,\ h=h_0$ и $c=c_0$ последнее уравнение может иметь два частных решения:

-первое решение имеет вид:

$$c = c_0 \cdot exp[\varphi \cdot (h-h_0)/u - \varphi \cdot (t-t_0)]; \qquad (14)$$

-второе решение по [7]:

$$c = c_0 + \varphi \cdot (h-h_0)/u - \varphi \cdot (t-t_0), \qquad (15)$$

где $\varphi = c'_{h0} \cdot u + c'_{t0}$,
в котором $c'_{h0} = \partial c/\partial h \big|_{h=h0}$ и $c'_{t0} = \partial c/\partial t \big|_{t=t0}$. (16)

Уравнение (15) является частным случаем уравнения (14) и может применяться на линейных участках кривой осаждения. Линейная зависимость (15) концентрации от глубины и времени осаждения при отсутствии продольного перемешивания может быть объяснена отсутствием влияния соседних частиц при свободном осаждении на начальном участке кривой осаждения и малой их скоростью на конечном участке, соответствующем уплотнению осадка. Величины (16) могут быть получены экспериментально в лабораторных условиях по кривым осаждения.

В уравнении (11) при отсутствии конвективного массопереноса второе слагаемое отсутствует и уравнение имеет вид:

$$k \cdot \partial^2 c/\partial h^2 - \partial c/\partial t = 0. \qquad (17)$$

Наиболее простым случаем решения данного уравнения является представление концентрации в виде произведения независимых сомножителей: предположим, что $c(h,t)=c_1(h)\cdot c_2(t)$ и обозначим $k=a^2$, тогда (17) можно привести к виду:

$$(1/c_1)\cdot\partial^2 c_1/\partial h^2=(1/a^2 c_2)\cdot\partial c_2/\partial t = L, \qquad (18)$$

где L-параметр разделения.

При $\partial c_2/\partial t<0$ и отрицательном параметре разделения, $L=-\lambda^2$, уравнение (17) моделирует процесс осаждения в зоне аппарата, где осуществляется осветление.

Тогда из уравнений (18) вытекает следующая система двух уравнений:

$$c''_{1h}+c_1\cdot\lambda^2=0 \text{ и } c'_{2t}+ c_2\cdot\lambda^2\cdot a^2=0, \qquad (19)$$

и частное решение уравнения (17) будет:

$$c(h,t)=c_0\cdot exp(i\cdot\lambda\cdot h-\lambda^2\cdot a^2\cdot t), \qquad (20)$$

где i-мнимая единица,
c_0-коэффициент, в общем случае, зависящий от λ.
В действительных величинах выражение (20) примет вид:

$$c(h,t)=(A\cdot sin\lambda h+B\cdot cos\lambda h)\cdot exp(-\lambda^2\cdot a^2\cdot t). \qquad (21)$$

Произвольные постоянные A, B и λ могут быть определены из начальных и граничных условий: так при $t=h=0$ получим $c(h,t)=c_0=B$,
а определив c'_{h0} и c'_{t0}, например экспериментально, получим, что

$$\lambda^2=- c'_{t0}/c_0\cdot a^2 \text{ и } A^2=-(a\cdot c'_{h0})^2\cdot c_0/c'_{t0}.$$

В логарифмической форме выражение (21) может быть приведено к виду:

$$c(h,t)=(A^2+B^2)^{0,5}\cdot sin(\varphi+\lambda\cdot h)\cdot exp(-\lambda^2\cdot a^2\cdot t), \qquad (22)$$

где $\varphi=arctg(B/A)$.

Выражение (22) дает зависимость распределения концентрации твёрдых частиц осветляемой суспензии от глубины погружения и времени при отсутствии конвективного массопереноса.

Рассмотрим второй случай решения уравнения (17), когда параметр разделения $L=\lambda^2>0$. Тогда из (18) следует:

$$c''_{1h}-c_1\cdot\lambda^2=0 \text{ и } c'_{2t}-c_2\cdot\lambda^2\cdot a^2=0 \qquad (23)$$

и частным решением уравнения (17) будет следующее выражение:

$$c(h,t)=[A\cdot exp(\lambda h)+B\cdot exp(-\lambda h)]\cdot exp(\lambda^2\cdot a^2\cdot t). \qquad (24)$$

Произвольные постоянные A, B и λ также могут быть определены из начальных и граничных условий: так, при $t=h=0$ получим $c(h,t)=c_0=A+B$, а определив c'_{h0} и c'_{t0}, получим что

$$A=0,5(c_0+c'_{h0}/\lambda); \quad B=0,5(c_0-c'_{h0}/\lambda) \quad \text{и} \quad \lambda=a^{-1}\cdot(c'_{t0}/c_0)^{0,5}.$$

В этом варианте уравнения (17) решение (24) даёт случай моделирующий процесс сгущения твёрдых частиц в осадке во время осаждения.

Нетрудно проверить, что общее уравнение концентрации (11) простой подстановкой: $c(h,t)=f(h,t)\cdot exp(\alpha\cdot h+\beta\cdot t)$,
где $f(h,t)$-новая переменная,
$\alpha=u/(2k)$ и $\beta=-u^2/(4k)$,
приводится к уравнению (17), рассмотренному выше.

Вывод

Процессы осаждения твёрдых частиц в гидросмесях имеют сложный характер в виду большого количества параметров, изменяющихся во времени и в пространстве, но математическая модель этих процессов для шламов представленных частицами небольших диаметров может быть составлена в виде одного уравнения, имеющего различные решения в зависимости от выбранных начальных и граничных условий.

Список литературы

1 **Фоменко Т.Г., Бутовецкий В.С., Погарцева Е.М.** Водно-шламовое хозяйство углеобогатительных фабрик.–М.: Недра, 1974– 272с.

2 **Пилов П.И.** Гравитационная сепарация полезных ископаемых.– Днепропетровск: Национальный горный университет, 2003–123с.

3 **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973–848с.

4 **Касаткин А.Г**. Основные процессы и аппараты химической технологии.– М: Химия, 1971–784с.

5 **Левич В.Г.** Курс теоретической физики, т 1. –М: Наука, 1969 –912с.

6 **Седов Л.И.** Механика сплошной среды, т 1. – М.: Наука, 1973–636с.

7 **Корн Г. и Корн Т.** Справочник по математике.– М.: Наука, 1973–832с.

Надійшла до редколегії 9.04.2007 р.

Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом

УДК 622.794

О распределении концентрации шламов в сгустительных аппаратах углеобогатительных фабрик / Спинеев В.А. // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2007. –Вип. ( ).-С.

Складена математична модель процесу осадження шламів у гідросумішах сгущувальних апаратів для твердих частинок невеликих діаметрів, переміщення яких мають ламінарний характер. Представлені рішення математичної моделі, що дають різні варіанти розподілення концентрації шламів в апаратах при існуючих у практиці навчальних та межних умовах.

Составлена математическая модель процесса осаждения шламов в гидросмесях сгустительных аппаратов для твёрдых частиц небольших диаметров, перемещения которых имеют ламинарный характер. Представлены решения математической модели дающие различные варианты распределения концентрации шламов в аппаратах при встречающихся в практике начальных и граничных условиях.