УДК 622.77

В.И. Кривощеков, О.А.Ермак

К ЗАДАЧЕ О ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ В МИНЕРАЛИЗОВАННОЙ ПЕНЕ

Приведено рішення задачі ламінарного стікання по вертикальній поверхні тонкої плівки в'язкопластичної рідини.

Приведено решение задачи ламинарного стекания по вертикальной поверхности тонкой пленки вязкопластичной жидкости.

The solution of task of laminar flow on the vertical surface of a thin film of viscous plastic fluid is presented.

Введение. Заключительной стадией флотационного процесса является образование минерализованной трехфазной пены на поверхности пульпы в камерах флотомашины и камерного продукта (хвостов). При этом механизм образования пены зависит от химического состава и структуры реагентов.

Экспериментально установлено [1], что максимальной устойчивости пены соответствует ненасыщенное состояние адсорбционного слоя молекул вспенивателя. В этом случае последнее более гидратированы, т.е. они прочнее связаны с пленкой воды, находящейся между пузырьками, что ведет к повышению устойчивости пены.

На стабилизацию пены оказывают влияния и частицы, прилипшие к пузырькам. При этом чем меньше размер частиц и пузырьков воздуха и выше степень их минерализации, тем прочнее и устойчивее пена.

На структурно-механические свойства пены существенно влияют поверхностно-активные вещества, плотность пены, дисперсность минеральных частиц и пузырьков воздуха, скорость коалесценции последних, обводненность, время и скорость разрушения [2].

Повышение качества пенного продукта флотации можно достичь путем его обезвоживания [3, 4], что связано с течением пленки жидкой среды на свободной поверхности и в межпузырьковом пространстве минерализованной пены.

Цель данной статьи – решение задачи ламинарного стекания по вертикальной поверхности тонкой пленки жидкости, находящейся на свободной поверхности пены.

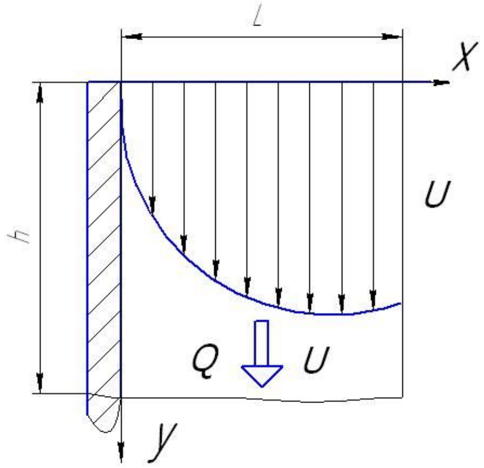
Жидкие среды, для которых как динамический, так и кинематический коэффициенты вязкости зависят не только от температуры, но и от условий их течения (например, величины градиента скорости), называют неньютоновскими. Они являются реологически сложными, например, вязкопластичными, к которым относят различные суспензии, эмульсии, латексы и др.

Рассмотрим ламинарное стекание по вертикальной поверхности (рис.) тонкой пленки вязкопластичной жидкости, подчиняющейся реологическому закону Шведова-Бингама

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad |\tau| > \tau_0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad |\tau| \leq 0,$$

где τ_0- предел текучести; μ -динамическая вязкость.



Введем безразмерные переменные и параметры

$$\mathrm{Re} = UL\frac{\rho}{\mu}; \quad Fr = \frac{U^2}{gL}; \quad W = LU^2\frac{\rho}{\sigma}; \quad B = \frac{\tau_0 L}{\mu U}, \tag{2}$$

где L, U - характерные толщина пленки жидкой среды слоя и ее скорость; ρ - плотность жидкой среды; g – ускорение силы тяжести; σ - поверхностное натяжение; B – параметр текучести.

За L примем среднюю по x толщину слоя жидкой среды, а за U – среднюю по y ее скорость в том сечении, где толщина слоя, равна L.

Будем считать, что число Рейнольдса (Re), Фруда (Fr) и Вебера (W) удовлетворяет условиям ламинарного режима течения слоя жидкой среды, для которого уравнения движения

, (3)

$$P = -\frac{\alpha^2}{W}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}; \qquad (4)$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = 0; \qquad (5)$$

граничные условия

$u = 0, \quad \vartheta = 0$ при $y=0$ (6)

$\tau_0 = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} = \vartheta$ при $y=h(x,t)$ (7)

где α - отношение характерного масштаба по *y* к масштабу по *x,* т.е. волновое число.

Механизм неустойчивости течения тонкого слоя вязкопластичной жидкости здесь связан с действием поверхностного натяжения, которое, согласно (4), создает продольный градиент давления.

Система уравнений (3 - 7) не линейна и нахождение ее решения представляет определенные трудности, поэтому для случая плавного изменения скорости по *y*, т.е. для ламинарного безволнового режима в слое, эта задача имеет общий вид:

$$\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{Fr} = 0,$$

когда $u = 0$ при $y = 0$, $\tau_0 = 0$ при $y = h$,

а ее решение описывается функцией

$$u = \begin{cases} \dfrac{\rho g h^2 L^2}{\mu U}\left[\left(1-\dfrac{\varphi}{h}\right)\dfrac{y}{h} - \dfrac{y^2}{2h^2}\right], 0 \le y \le \delta, \\ \dfrac{\rho g h^2 L^2}{2\mu U}\left(1 - 2\dfrac{\varphi}{h} + \dfrac{\varphi^2}{h^2}\right), \delta \le y \le h, \end{cases} \qquad (8)$$

где $\varphi = -\dfrac{\tau_0}{\rho g L}$ – параметр вязкопластичности, связанный с параметром текучести соотношением

$$B = \varphi\frac{Re}{Fr}; \quad \delta = h - \varphi. \qquad (9)$$

Из системы (8) определим среднюю скорость слоя жидкой среды

(10)

В качестве характерной длины *h* слоя удобно принять толщину *L* слоя жидкой среды.

Тогда уравнение свободной поверхности будет $h = 1$ и при малых значениях φ, что характерно для слабо вязкопластичных жидкостей, во втором уравнении (8) можно пренебречь членом φ^2 / h^2, а в выражении (10)- членом $\varphi^3/2$. После чего с приемлемой точностью решение (8) аппроксимируется уравнением

$$u = \frac{\rho g h^2 L^2}{\mu U}\left[\left(1-\frac{\varphi}{h}\right)\frac{y}{h}-\frac{y^2}{2h^2}\right]$$
$$= \frac{\rho g h^2 L^2}{\mu U}\left(\frac{y}{h}-\frac{y^2}{2h^2}\right)-yB, \qquad (11)$$

а формула (10) - соотношением

$$\bar{u} = \frac{\rho g h^2 L^2}{3\mu U}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\varphi}{h}\right). \qquad (12)$$

Из равенства (11) и (12) находим

$$u = \frac{3\bar{u}}{1-\frac{3\varphi}{2h}}\left(\frac{y}{h}-\frac{y^2}{2h^2}\right)-yB$$

или

$$u = \frac{3\bar{u}(x,t)}{1-\frac{3}{2}\frac{\varphi}{h(x,t)}}\left[\frac{y}{h(x,t)}-\frac{y^2}{2h^2(x,t)}\right]-yB \qquad (13)$$

Уравнение (13) удовлетворяет граничным условиям (6 – 7) и (при заданном расходе Q) баланс диссипирующей энергии и работы сил тяжести будет выполнен при минимальной толщине стекающей пленки жидкости. Наименьшая толщина слоя вязкопластичной жидкости отвечает минимуму потенциальной энергии пленки в поле тяжести и наиболее устойчивому режиму течения.

Выводы. Увеличение предела текучести τ_0 при одном и том же расходе жидкости приводит к возрастанию скорости ее течения, а при некотором значении параметра вязкопластичности φ волновой режим течения в пленке переходит в безволновой. Следовательно, усиление вязкопластичности свойств жидкости подавляет волнообразование в пленке и при определенных условиях режим стекания переходит в безволновой, при котором толщина слоя пленки жидкости по сравнению с волновым режимом стекания увеличивается, т.е. возрастание вязкопластических свойств жидкости увеличивает толщину слоя.

Решение задачи о течении вязкопластичной жидкой среды в межпузырьковом пространстве минерализованной пены по физическому смыслу соответствует известным, например параллельному движению вязкой жидкости в зазоре между движущимися с постоянными скоростями верхней и нижней стенками [5], с учетом указанных выше факторов, влияющих на структурно-механические свойства пены.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение и решение задачи о течение вязкопластичной жидкой среды в межпузырьковом пространстве минерализованной пены.

Список литературы

1. Справочник по обогащению углей / Под. ред. И.С.Благова, А.М. Коткина, Л. С. Зарубина. – М.: Недра, 1984. – 614с.
2. Тихомиров В.К. Пены. Теория и практика их получения и разрушения. – М.: Химия, 1975. – 264 с.
3. Кривощеков В.И., Ермак О.А. К определению гидравлического сопротивления пенного потока // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2005. – Вип 22(63). – С.82-85.
4. Кривощеков В.И., Ермак О.А. К структуре потока вязкой жидкости в щелевом канале // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2005. – Вип 24(65). – С.49 – 54.
5. Слезкин Н.А. Динамика вязкой жидкости. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 520 с.