

**А.М. БЕРЛИН, канд. техн. наук,
О.Л. ЛЕХЦИЕР, канд. техн. наук,
П.В. ЧИГРИНЦЕВ**

ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННО- КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УГЛЯ И ПРОДУКТОВ ЕГО ОБОГАЩЕНИЯ

Адекватность разработанных математических или имитационных моделей для описания разнообразных процессов и явлений, имеющих место при обогащении полезных ископаемых, может быть определена путем сравнения расчетных значений параметров процесса с аналогичными значениями параметров, измеренных в процессе эксперимента.

При этом неизменно возникает проблема учета или оценки погрешности измерений контролируемых параметров.

Известно, что уменьшение погрешности измерения какого-либо параметра может быть достигнуто путем организации не одного, а нескольких измерений этого параметра. Причем, для достижения меньшего значения погрешности требуется большее число измерений. Вместе с тем, при измерении целого ряда технологических параметров различных технологических процессов обогащения (зольности, фракционного и гранулометрического составов материала, производительности и т.д.) исследователь зачастую сталкивается с невозможностью повторного выполнения измерений, равнозначных проведенным ранее по условиям организации эксперимента.

Проверка адекватности модели реальным показателям технологического процесса обогащения угля может быть произведена с помощью стандартного пакета STATISTICA [1]. В этом пакете предложен алгоритм анализа и идентификации модели временных рядов путем исследования остатков – разностей между экспериментальными и теоретическими значениями переменной. Процедура оценки параметров с помощью этого алгоритма предполагает, что математическая модель процесса известна и что сам процесс является стационарным, что весьма часто имеет место в рассматриваемых задачах [2]. О степени адекватности модели реальному процессу можно судить по виду нормированной корреляционной функции, построенной для сигнала ошибки, называемого остатком.

Корреляционная функция является универсальной характеристикой для случайного стохастического процесса. Она определяет зависимость случайной величины в последующий момент времени $x(t_1)$ от предшествующего значения $x(t)$ в момент времени t . Величину автокорреляционной функции можно понимать как меру связи между текущим и прошедшим моментами времени.

Сигнал остатка представляет собой разность усредненных значений двух временных рядов: ряда экспериментальных значений и ряда теоретических значений исследуемого параметра. В случае, когда сигнал остатка не содержит в себе регулярной составляющей и представляет собой только случайную составляющую, характеризуемую приемлемой величиной дисперсии, можно говорить об удовлетворительной адекватности модели

Однако обычно, в процессе исследований, корреляционную функцию приходится определять путем обработки экспериментальных данных. В этом случае, при наличии дискретных данных, в корреляционной функции (1) знак интеграла заменяют знаком суммы [3]:

(2)

где

$$x(v\Delta) = x_v, \quad x[(v + \mu)\Delta] = x_{v+\mu}, \quad T \geq 0$$

Корреляционную функцию удобно представлять в нормированной форме. Для этого каждое значение $R(\tau)$ делится на величину $R(\tau = 0)$. В этом случае $R_x(0) = 1$.

К качестве примера рассмотрим использование алгоритма анализа остатков временных рядов при определении адекватности математической модели процесса отсадки [4].

В качестве исходных данных в данном примере приняты данные, полученные экспериментальным путем на отсадочной машине мелкого угля Ясиновского КХЗ (экспериментальные данные) и данные, полученные путем моделирования идентичных условий с помощью имитационной математической модели (расчетные данные). Экспериментальные и расчетные данные, полученные при определении зольности A_k^c концентрата осадочной машины мелкого угля, приведены в таблице 1.

Экспериментальные и расчетные параметры процесса отсадки,
используемые для оценки адекватности имитационной модели

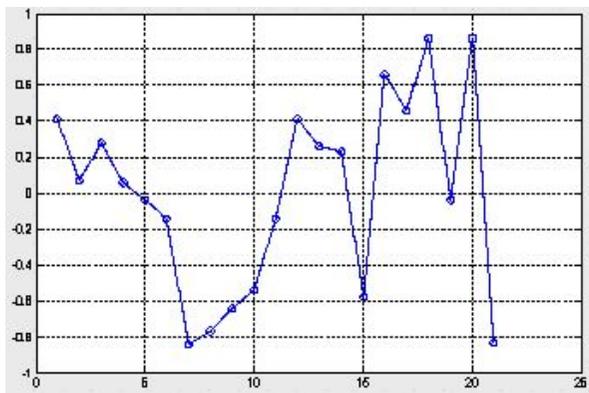
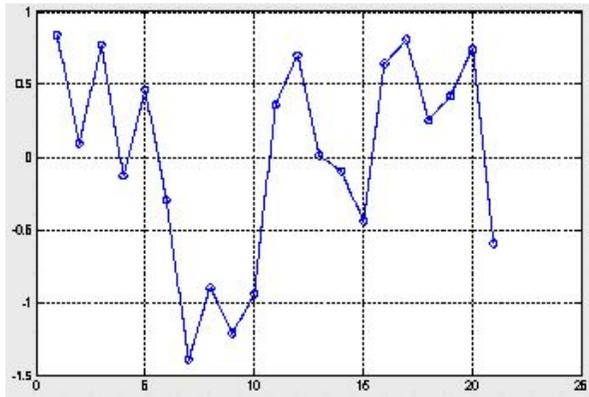
Таблица 1

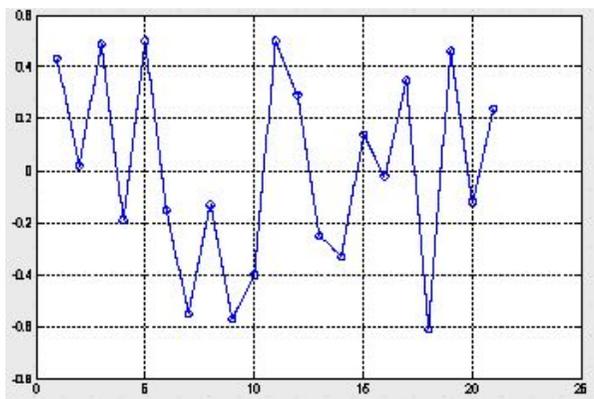
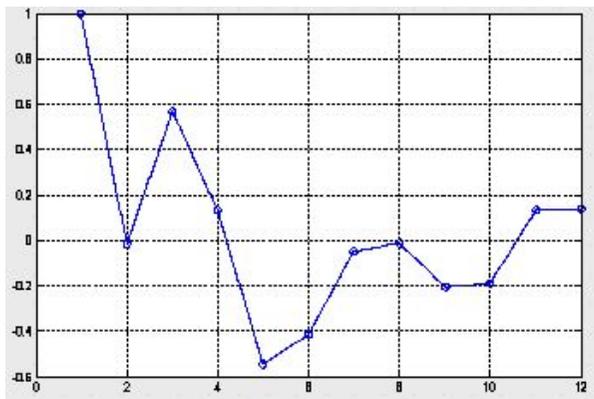
Номер точки и временного ряда	Экспериментальные данные		Расчетные значения		Сигнал ошибки	Значение нормированной автокорреляционной функции в точке временного ряда
	Текущие значения $A_{кэ}^c$	Отклонение от среднего $\Delta A_{кэ}^c$	Текущие значения $A_{кр}^c$	Отклонение от среднего $\Delta A_{кр}^c$	$\Delta A_{кэ}^c - \Delta A_{кр}^c$	
1	2	3	4	5	6	7
1	7,43	0.84	7,15	0.41	0.43	1,000
2	6,68	0.09	6,81	0,07	0.02	-0,015
3	7,36	0.77	7,02	0,28	0,49	0,567
4	6,46	-0.13	6,80	0,06	-0,19	0,132
5	7,05	0.46	6,70	-0,04	0,50	-0,544
6	6,30	-0.29	6,60	-0,14	-0,15	-0,409
7	5,20	-1.39	5,90	-0,84	-0,55	-0,048
8	5,69	-0.90	5,97	-0,77	-0,13	-0,010
9	5,38	-1.21	6,10	-0,64	-0,57	-0,202
10	5,65	-0.94	6,20	-0,54	-0,40	-0,187
11	6,95	0.36	6,60	-0,14	0,50	0,133
12	7,29	0.70	7,15	0,41	0,29	0,136
13	6,60	0.01	7,00	0,26	-0,25	
14	6,49	-0.10	6,97	0,23	-0,33	
15	6,15	-0.44	6,16	-0,58	0,14	
16	7,23	0.64	7,40	0,66	-0,02	
17	7,40	0.81	7,20	0,46	0,35	
18	6,84	0.25	7,60	0,86	-0,61	
19	7,01	0.42	6,70	-0,04	0,46	
20	7,33	0.74	7,60	0,86	-0,12	

$$\Delta A_{кз}^c - \Delta A_{кр}^c$$

Коэффициенты корреляционной функции (столбец 7) вычисляются по формуле 2, после чего нормализуются делением на величину $R(\tau = 0)$.

Графическое представление результатов исследования адекватности модели по зольности концентрата приведено на рис. 1 а, б, в и г.





в)

г)

Рис. 1. Графики исследования адекватности модели по зольности концентрата

а) график централизованной величины зольности $A_{кэ}^c$

обусловлена методом отбора проб и последующими взвешиваниями и расчетами, направленными на вычисление производительности по концентрату. Полученный характер нормированной автокорреляционной функции позволяет считать гипотезу об адекватности модели реальному технологическому процессу приемлемой.

Выводы. Адекватность математической модели ОМ реальному технологическому процессу может быть определена с помощью анализа временных рядов путем исследования остатков для данных, полученных экспериментальным и расчетным путем. В этом случае обоснованные выводы об адекватности математической модели реальному технологическому процессу можно получить, используя временной ряд экспериментальных данных, каждая точка которого не является результатом усредненного эксперимента.

Литература

1. Боровиков В.П. "Популярное введение в программу STATISTICA" М.: КомпьютерПресс, 1998. - 267 с.
2. В.П. Боровиков, И.П. Боровиков "STATISTICA - Статистический анализ и обработка данных в среде Windows." М.: Информационно-издательский дом "Филинь", 1997. - 608 с.
3. Техническая кибернетика. Под редакцией В.В.Солодовникова. Теория